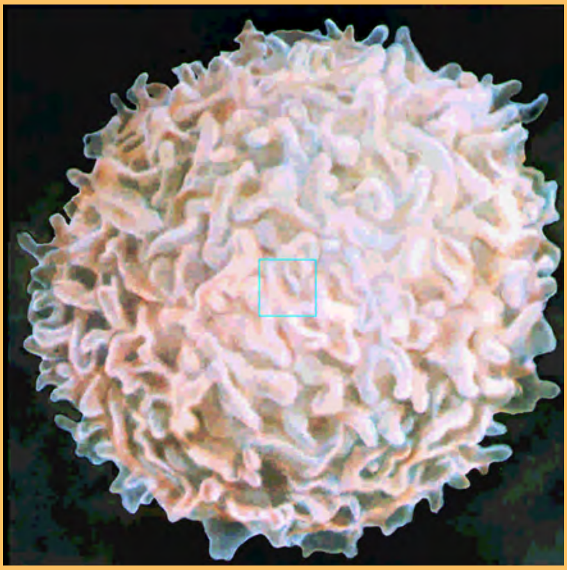

10^{-5} m

AS ESCALAS DA VID

Será que, também para os seres vivos,algumas regras são aplicavéis a escalas diferentes?

ALEXANDRE QUINTANILHA
Instituto de Biologia Molecular e Celular
e Instituto de Ciências Biomédicas de Abel Salazar,
Universidade do Porto
alexq@gaia.ibmc.up.pt

Se excluirmos os vírus, que não se conseguem reproduzir sozinhos, e se ignorarmos a controvérsia à volta do conceito do sistema vivo "Gaia", cuja escala é planetária, a razão entre a massa dos mais pequenos micro-organismos e a da maior baleia (a baleia azul) é da ordem de 1 para 1 000 000 000 000 000 000 000 = 10^{21}. Por isso, não podemos estranhar que os níveis de complexidade organizacional variem de forma dramática entre seres vivos com dimensões tão diferentes. Enquanto os organismos mais pequenos são constituídos por células simples, sem qualquer núcleo, o número de tipos diferentes de células (neste caso, nucleadas) que compõem os organismos mais complexos é da ordem das centenas.

Estes diferentes tipos de células estão organizados em tecidos, que se vão diferenciando durante o crescimento embrionário e que se organizam em estruturas muito bem definidas. E a informação que determina a disposição espacial e temporal dos diferentes tecidos está em grande parte contida no DNA desse organismo. Apesar de já conhecermos alguns dos genes responsáveis pelo controlo da formação e configuração dos vários tecidos em diferentes espécies de organismos, muito está ainda por ser desvendado. Este é certamente um dos domínios mais fascinantes da actual investigação biológica.
Conhecer de forma precisa os diferentes genes e a sequência temporal da sua expressão, que determina o processo de diferenciação dos tecidos e o crescimento programado de órgãos tão diferentes como o fígado, o rim, o coração e o cérebro, ou de estruturas tão bem desenhadas

como o esqueleto, não será tarefa simples. Isto para não falar dos mecanismos celulares responsáveis pela memória ou pela resposta imune. As escalas envolvidas seriam evidentemente não só espaciais mas também temporais, o que torna a análise matemática dos processos muito mais complicada.

Será que, mesmo assim, não poderemos construir modelos simples para descrever e prever as características estruturais de muitos dos seres vivos que nos rodeiam? Será que, também para os seres vivos, algumas regras são aplicáveis a escalas diferentes?

Os tamanhos e as escalas são temas muito antigos, mesmo em biologia. Já Arquimedes comentava que, em objectos sólidos com geometrias semelhantes, a superfície aumenta com o quadrado das dimensões lineares, enquanto o volume aumenta com o cubo dessas dimensões. Assim, se as dimensões lineares de um objecto forem da ordem de L, a sua superfície será:

$$S \;\alpha\; L^2$$

e o seu volume:

$$V \;\alpha\; L^3$$

em que o símbolo α significa "proporcional a". Galileu debruçou-se sobre este assunto, mas foi D'Arcy Thompson, com a publicação em 1917 do seu "On Growth and Form", que deu um grande impulso ao tema das proporções e das escalas biológicas. Podemos generalizar as expressões anteriores utilizando a equação $y = bx^a$, onde x e y são variáveis e a e b constantes.

Nos casos mais simples, quando consideramos animais da mesma espécie, para os quais a semelhança geométrica é evidente, partindo do facto de que a massa do animal é directamente proporcional ao seu volume, verifica-se experimentalmente que, na expressão anterior, se y for a massa do animal e:

- x o seu comprimento, então $a = 3$;
- x a sua superfície, então $a = 3/2$.

O valor da constante b é diferente nos dois casos. Estes resultados não são surpreendentes. São precisamente os que Arquimedes e Galileu teriam previsto. Mais surpreendente será, no entanto, a verificação experimental de que, se y for a massa do animal e x o seu consumo de oxigénio por unidade de tempo, então $a = 2/3$. Surpreendente, porque sabemos que o consumo de oxigénio de cada célula está directamente relacionado com a produção da energia necessária (e, portanto, também com o calor produzido). O calor produzido deveria ser proporcional ao número total de células do organismo e, portanto, à sua massa total. Assim, deveríamos encontrar para este exemplo $a = 1$.

No entanto, não nos podemos esquecer que os animais perdem calor principalmente através da sua pele (que cobre a sua superfície) e que, no caso dos mamíferos, por exemplo, a temperatura se mantém mais ou menos constante.

Se o consumo de oxigénio (e, portanto, a produção de calor) fosse proporcional ao volume total do organismo, mas a perda de calor fosse proporcional à sua superfície, tal significaria que a produção de calor seria proporcional ao cubo da dimensão linear do organismo, ao passo que a sua perda de calor seria proporcional ao quadrado dessa dimensão linear. Com o aumento da dimensão linear de um organismo, a sua produção de calor aumentaria mais rapidamente do que a sua perda de calor. Assim, a sua temperatura aumentaria gradualmente, ou oscilaria, porque seria necessário desligar de forma intermitente o seu metabolismo de modo a permitir que a temperatura nunca subisse ou descesse para além de certos valores. Sabemos que isto não acontece, o que implica certamente um controlo fisiológico muito rigoroso de modo a tornar a produção de calor em animais da mesma espécie proporcional à sua área total e não ao seu volume total.

Mais surpreendente ainda é o resultado que se obtém quando, no mesmo gráfico, se incluem os dados respeitantes a espécies diferentes de animais com geometrias distintas. Neste caso, os dados experimentais mais rigorosos mostram que, se y continuar a representar a massa do animal, mas se x representar a produção de calor por unidade de tempo, o expoente que melhor descreve os dados será $a = 3/4$. Uma observação muito cuidadosa dos dados mostra que a curva que melhor descreve os resultados para cada uma das espécies continua a ser a que é caracterizada pelo expoente $a = 2/3$, mas que a curva que descreve os pontos referentes a todas as espécies de mamíferos (com geometrias diferentes), se caracteriza, essa sim, pelo expoente $a = 3/4$.

EXPLICAÇÃO

Como explicar este resultado? Uma pista interessante para a resolução deste mistério vem da seguinte observação. Quando se tenta determinar a relação entre o diâmetro do tronco D e a altura H de árvores (ou o comprimento dos seus ramos) verifica-se que o diâmetro aumenta mais rapidamente do que a altura. Por outras palavras, não há isometria. À medida que o volume (e a massa) das árvores cresce, as suas dimensões lineares não aumentam isometricamente. Graficamente observa-se que:

$$D^2 \propto H^3$$

Como a massa total da árvore M deve ser proporcional ao seu volume, sendo este proporcional a D^2H, uma das formas de conseguir esta proporcionalidade seria:

$$D \propto M^{3/8}$$

$$H \propto M^{1/4}$$

O mesmo se verifica quando comparamos a área transversal dos ossos que suportam o peso dos animais. Os ossos das patas de um elefante são proporcionalmente muito mais grossos do que os ossos correspondentes num cavalo ou num cão. Estes resultados não nos deveriam causar admiração. Se as dimensões lineares aumentassem isometricamente, o sistema tornar-se-ia instável. Efectivamente, e voltando a representar as dimensões lineares do organismo por L, se o peso fosse proporcional a L^3 e a área da base de suporte fosse proporcional a L^2, a pressão na base seria proporcional ao peso por unidade de área, ou seja a $L^3/L^2 = L$, quer dizer, proporcional a $M^{1/3}$. Mas sabemos que, para todos os materiais conhecidos, há limites para as pressões suportáveis. Dadas as propriedades fisicas da madeira ou dos ossos, este resultado colocaria limites fisicos à dimensão dos seres vivos que são suportados por troncos (plantas) ou patas (animais). No caso do tronco das árvores ou dos ossos de suporte, a pressão na base seria proporcional a $M^{1/4}$, o que, dadas as limitações dos materiais envolvidos, permitiria a existência de organismos com massas maiores. A razão de as baleias azuis conseguirem ter massas da ordem das 100 toneladas está certamente relacionada com o facto de elas viverem dentro de água. Em terra os seus ossos seriam esmagados pelo peso que teriam de suportar. Este mesmo raciocínio leva-nos a imaginar que os maiores dinossáurios, que atingiam massas da ordem das 40-50 toneladas, teriam de viver parcialmente submersos em água.

Muitos exemplos já foram encontrados para este tipo de proporcionalidade. Nos primatas, por exemplo, o diâmetro do peito é também proporcional a $M^{3/8}$. O mesmo se passa com o diâmetro dos músculos dos membros de vários animais.

Tudo indica que, para o caso de organismos de grandes dimensões, a força da gravidade é a principal causa desta diferença crucial entre a proporcionalidade massa - dimensões transversais e a proporcionalidade massa - dimensões longitudinais. Uma observação curiosa que parece apoiar esta interpretação diz respeito a uma das fases de vida do micro-organismo *Dictyostelium discoideum*. A determinada altura, este organismo produz uma série de pequenos filamentos de dimensões inferiores a 1 mm que suportam pequeninas esferas contendo os seus esporos. Neste caso, o diâmetro transversal dos filamentos é rigorosamente proporcional ao seu comprimento (aqui tanto D como H são proporcionais a $M^{1/3}$).

Com estes dados torna-se muito mais fácil interpretar o resultado experimental que foi mencionado no início, nomeadamente o facto de, para espécies de animais com geometrias distintas, a produção de calor por unidade de tempo ser proporcional a $M^{3/4}$. Vejamos: é razoável considerar que a produção de calor tem a ver principalmente com o funcionamento dos músculos e que a força que esses músculos exercem é proporcional à sua área transversal. A observação experimental de que o diâmetro da grande maioria desses músculos é proporcional a $M^{3/8}$ conduz imediatamente à conclusão de que o calor produzido, sendo proporcional à secção dos músculos, terá de ser proporcional ao quadrado de $M^{3/8}$, ou seja a $M^{3/4}$.

Se, por outro lado, considerarmos que o calor produzido por um animal deve ser proporcional à sua taxa metabólica, então também a taxa metabólica deve ser proporcional a $M^{3/4}$. Para um sistema ecológico, onde existem várias espécies, seria lógico que a densidade de população destas espécies fosse inversamente proporcional ao seu consumo diário de alimentos (consumo esse que, por sua vez, será certamente proporcional à sua taxa metabólica). Vários estudos têm confirmado que a densidade de população das diferentes espécies presentes num determinado ecossistema é proporcional a $M^{-3/4}$.

Outro resultado interessante tem a ver com a frequência das vibrações observadas para os troncos das árvores ou mesmo para as árvores inteiras. Do ponto de vista puramente físico, e tomando em consideração as propriedades elásticas dos materiais, se considerarmos uma barra presa numa das suas extremidades, para a qual

diâmetro local α (distância ao ponto fixo)^{b} ,

a frequência das respectivas vibrações será

frequência natural α (distância ao ponto fixo)$^{b-2}$

Para uma régua de comprimento L, fixa numa das extremidades, e para a qual b=0, é fácil demonstrar que a sua frequência natural é proporcional a L^{-2} . No caso de muitos instrumentos musicais, assim como de muitas pontes, em que b=1, os resultados experimentais mostram que a frequência natural é proporcional a L^{-1}. No caso das árvores, em que b=3/2 (este valor obtém-se directamente das relações entre D, H e M apresentadas acima), a frequência deverá ser proporcional a $L^{-1/2}$, que é precisamente o resultado verificado experimentalmente.

MARCHA E CORRIDA

Finalmente, vejamos um outro exemplo curioso. Ao aumentar a sua velocidade de deslocamento, a certa altura o homem deixa de andar e começa a correr. Nesse preciso momento, deixa de ter os dois pés apoiados no solo para passar a ter, em certos momentos, ambos os pés no ar. Esse momento pode ser previsto rigorosamente.
Enquanto o homem anda, podemos imaginar que a perna representa o raio de uma circunferência ao longo da qual o centro de gravidade do corpo se desloca, e que ela está presa pelo pé ao centro dessa circunferência. À medida que a velocidade linear do corpo aumenta, também aumenta a força centrípeta associada a esse movimento circular. Designando por V a velocidade linear, por R o comprimento da perna (isto é, o raio da circunferência), a aceleração centrípeta é dada por V^2/R. Quando esta aceleração (cujo efeito é afastar o corpo do solo) atingir a aceleração da gravidade g (que mantém o corpo assente no solo), o homem pode deixar de ter os pés assentes no solo. Isto significa que, quando $V^2/R > g$, começa a correr. Então, quando

$$V^2/Rg > 1,$$

um animal, seja qual for a sua massa, deve passar da marcha para a corrida. Este resultado já foi confirmado para vários animais.

Os exemplos apresentados mostram que, ao lidarmos com escalas em biologia, são possíveis elegantes generalizações que se baseiam em conceitos simples e que podem ser testadas experimentalmente.

REFERÊNCIAS

- D'Arcy Thompson, "On Growth and Form", Cambridge University Press, 1917.

- Thomas McMahon e John Bonner, "On Size and Life", Scientific American Library, WH Freeman & Co, 1983.

- Gerald Edelman, "Tobobiology", Basic Books Inc., 1988.