

Apresentam-se resultados obtidos durante os testes de um sistema desenvolvido no âmbito do projecto do Programa "Ciência Viva" intitulado "A Física e os Automóveis". Utiliza-se um modelo rádio-comandado com motor eléctrico, à escala 1/10, de um automóvel de competição, para introduzir à população estudantil, de uma forma lúdica, alguns conceitos de Física (leis do movimento) e de Matemática (diferenciação e integração). Os testes apresentados foram realizados numa pista de rádio-modelismo em Coimbra.

É descrito o sistema de medida e aquisição de dados, bem como o programa de computador desenvolvido para processar e apresentar informação. Em particular, é explicado o cálculo dos valores instantâneos do espaço percorrido e da aceleração, a partir da velocidade, o que pode desenvolver o sentido físico dos estudantes relativamente à diferenciação e integração.

DUAS VOLTAS À P "CIÊNCIA VIVA"

Numa das rodas traseiras do carro foi instalado um sistema de medição de velocidade baseado num emissor-receptor de infravermelhos que gera um sinal em onda quadrada de frequência proporcional à velocidade de rotação da roda, uma vez que no interior da jante se instalou um disco onde se pintaram dois semi-círculos, um de branco e outro de preto. Este sinal em frequência é enviado via rádio por um pequeno transmissor transportado pelo veículo, sendo recebido num receptor colocado numa posição fixa junto a um computador portátil que tem uma carta de interface do tipo PCMCIA com um conversor analógico-digital (ver Fig. 1).

O sinal em frequência recebido no receptor de rádio é, antes de ser adquirido, convertido numa tensão eléctrica, através de um circuito com um conversor frequência-tensão. Os valores deste sinal em tensão são proporcionais à velocidade de rotação da roda, a partir da qual o gerador de impulsos gera o sinal inicial, e, se não houver escorregamento da roda relativamente ao solo, são também proporcionais à velocidade linear do veículo. A velocidade é uma grandeza vectorial, mas este sistema obtém apenas informação sobre o seu módulo (a velocidade escalar, que, ao longo do artigo, designaremos abreviadamente por velocidade).

ISTA NO CARRO

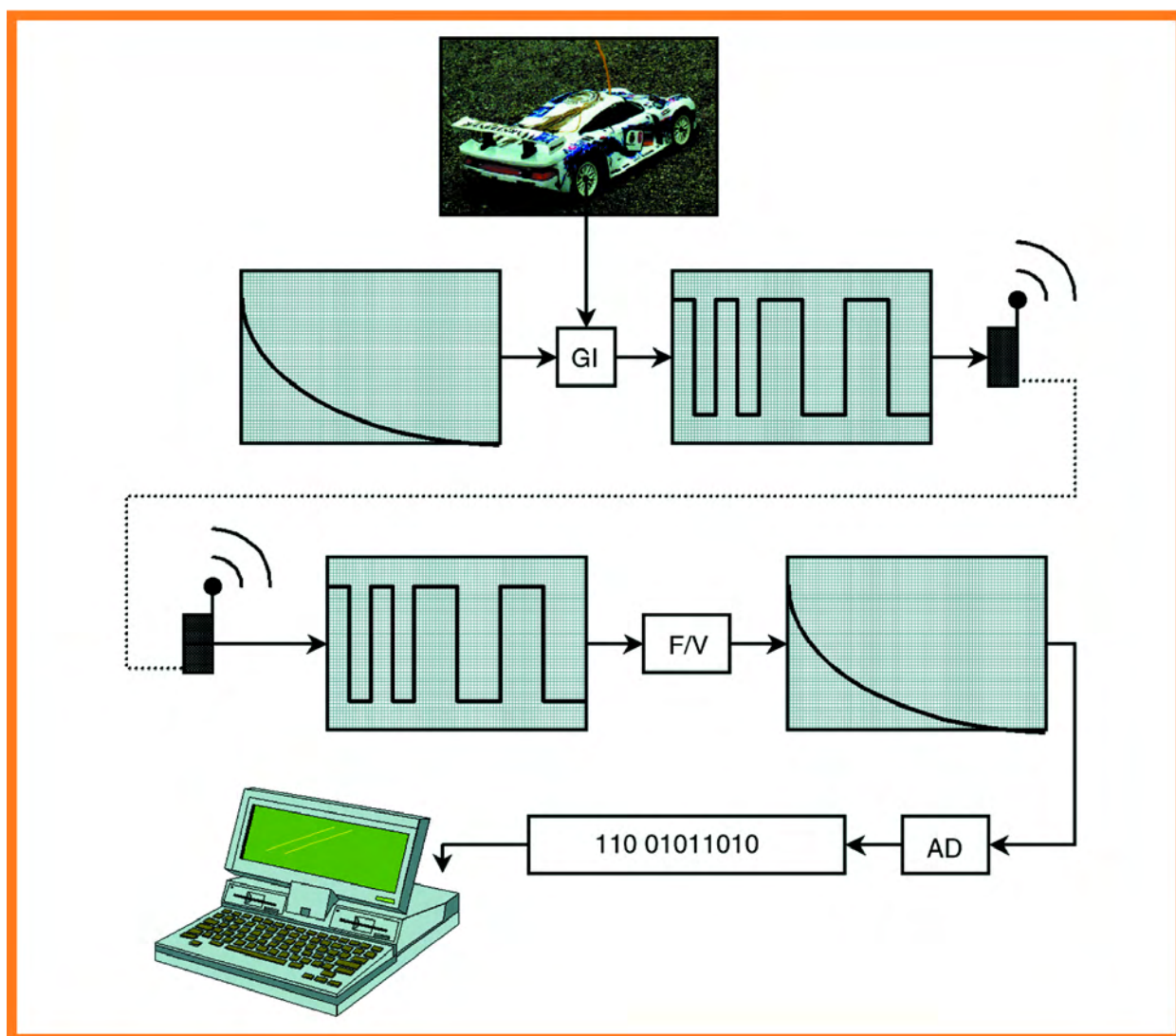
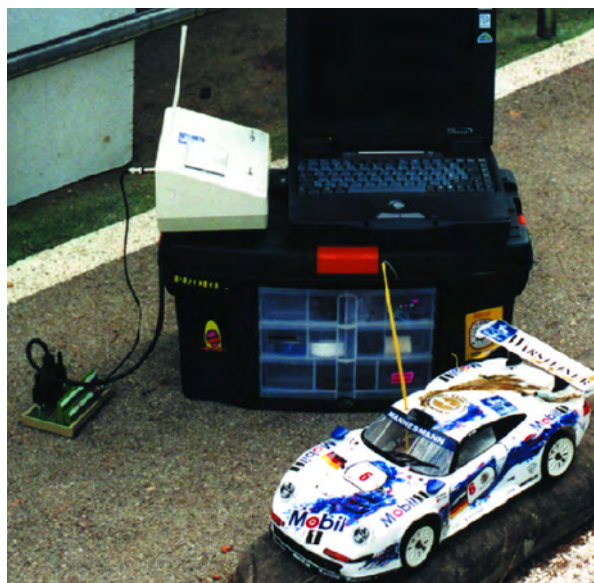


Fig. 1. Fotografia e esquema do sistema de medição



Fig. 2. Modelo utilizado e aspecto do posto de pilotagem durante os ensaios

Utilizando o equipamento descrito, que constitui um sistema de telemetria de um canal, é possível visualizar, em tempo real, a evolução de grandezas cinemáticas respeitantes aos movimentos do carro que são controlados através de um emissor de rádio de dois canais a partir do posto de pilotagem (ver Fig. 2).

Para a apresentação gráfica e tratamento dos dados adquiridos pelo sistema foi desenvolvido um programa na linguagem "Tespoint", particularmente vocacionada para este tipo de utilizações. Na Fig. 3 apresenta-se a interface gráfica da aplicação desenvolvida, após a realização de um ensaio que consistiu em percorrer uma volta completa à pista de radiomodelismo. A aplicação informática tem alguns campos que devem ser preenchidos pelo utilizador antes da realização dos ensaios, referentes a parâmetros de configuração do sistema, nomeadamente: o nome do ficheiro onde serão guardados os dados do ensaio (File); a constante de calibração (k , relação entre a tensão analógica adquirida e a velocidade linear do veículo, que depende do diâmetro externo da roda sensorizada) e o intervalo de tempo entre os instantes de amostragem do sinal (dt).

No canto esquerdo do ecrã, imediatamente abaixo dos botões utilizados para dar início ao programa, está colocado um velocímetro de ponteiro que indica a velocidade

de instantânea do veículo em km/h, dado que os alunos têm uma percepção mais fácil do valor da velocidade nesta unidade do que na unidade SI (m/s). No interior do mostrador, encontrase um totalizador do espaço, que indica o valor percorrido em metros.

Na parte central do ecrã são traçados três gráficos correspondentes às evoluções temporais da velocidade, do espaço percorrido e da aceleração. No eixo das abcissas dos três gráficos representa-se o tempo em segundos. As janelas de cada um dos três gráficos contêm ainda um mostrador onde é actualizado o valor instantâneo de cada uma das grandezas.

No canto superior direito existem dois mostradores onde vão sendo apresentados os valores da velocidade média até ao momento e o tempo de ensaio decorrido.

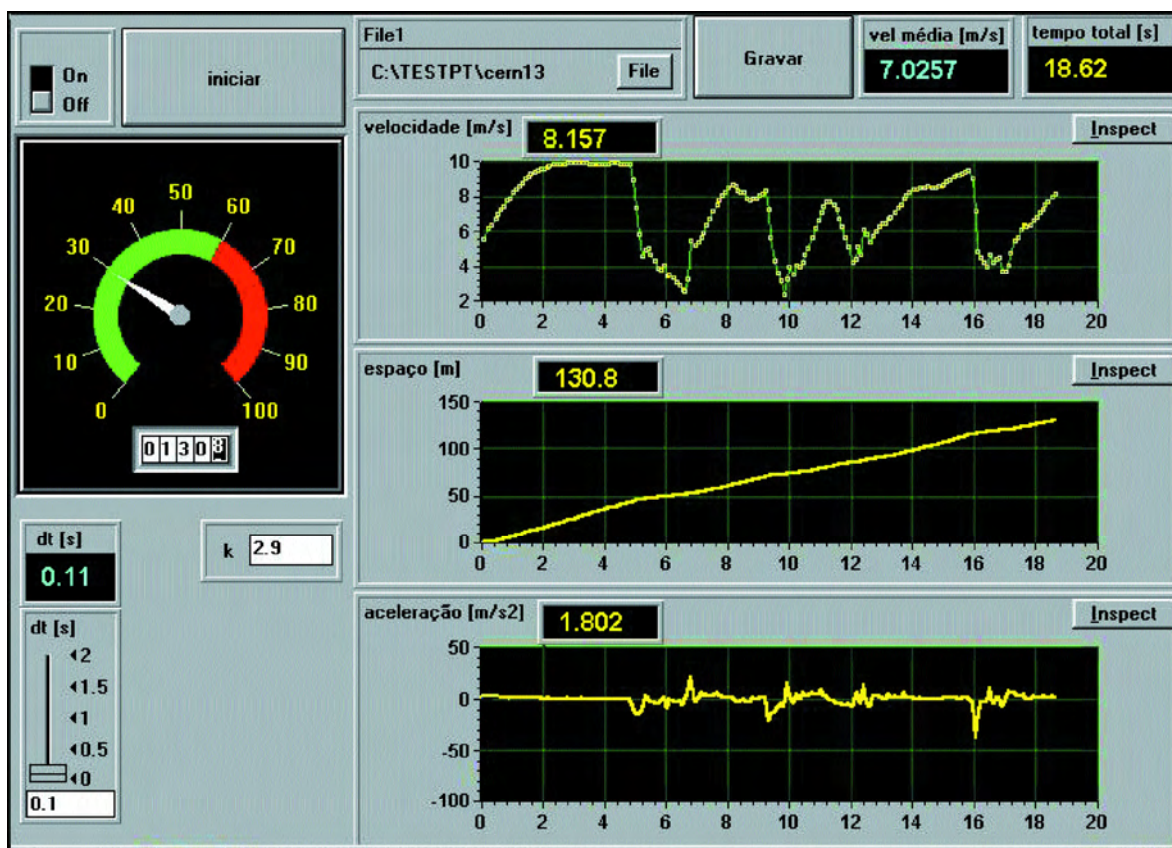


Fig. 3. Interface do programa de aquisição e processamento de dados

RESULTADOS

A Fig. 4 apresenta um desenho em planta da pista onde foram efectuados os ensaios, bem como um gráfico da evolução temporal da velocidade durante um trajecto correspondente a duas voltas completas.

No gráfico da evolução temporal da velocidade indicam-se os pontos correspondentes à passagem do veículo pelas várias zonas referenciadas no desenho da pista, de forma a facilitar a sua leitura e análise.

Verifica-se que o tempo para percorrer uma volta completa, que corresponde a um percurso de 126 m, é da ordem de 17 s, o que resulta numa velocidade média de 7,1 m/s (25,6 km/h). A velocidade máxima é atingida ao fim da recta da meta, sendo ligeiramente superior a 10 m/s.

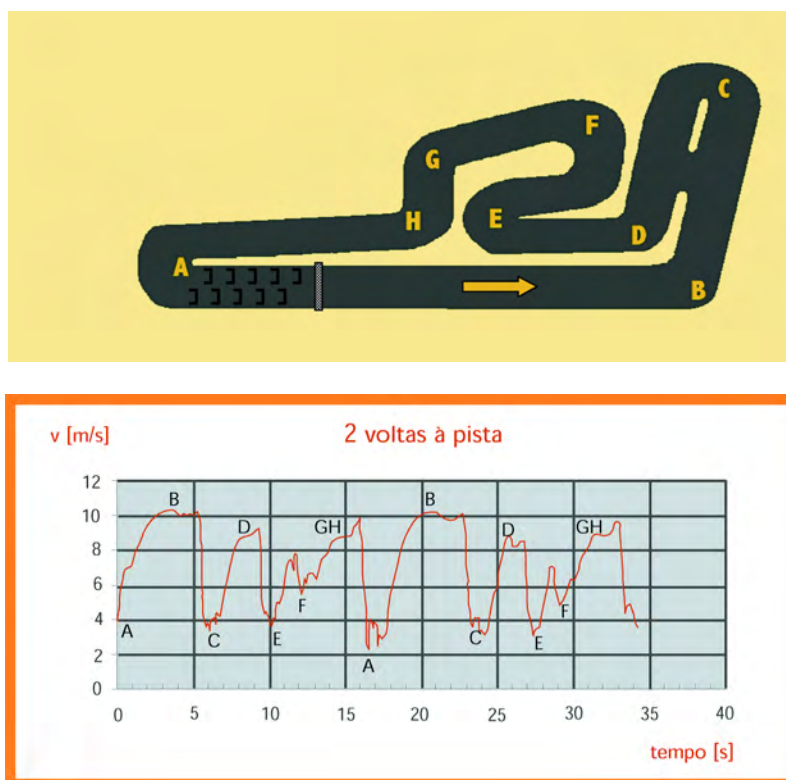


Fig. 4. Desenho da pista e registo da velocidade do veículo durante duas voltas

MÉTODOS DE CÁLCULO

A grandeza directamente medida pelo sistema é, como foi anteriormente explicado, a velocidade do carro, sendo os valores instantâneos do espaço percorrido e da aceleração calculados a partir do sinal de velocidade, utilizando os métodos que a seguir se explicam.

	t / s	v / ms^{-1}
t_0	0,00	3,82
t_1	0,11	4,62
t_2	0,22	5,34
t_3	0,33	5,98
t_4	0,44	6,53
t_5	0,50	6,77
t_6	0,61	6,94
t_7	0,72	7,00
t_8	0,83	6,98
t_9	0,94	7,17
t_{10}	0,99	7,42

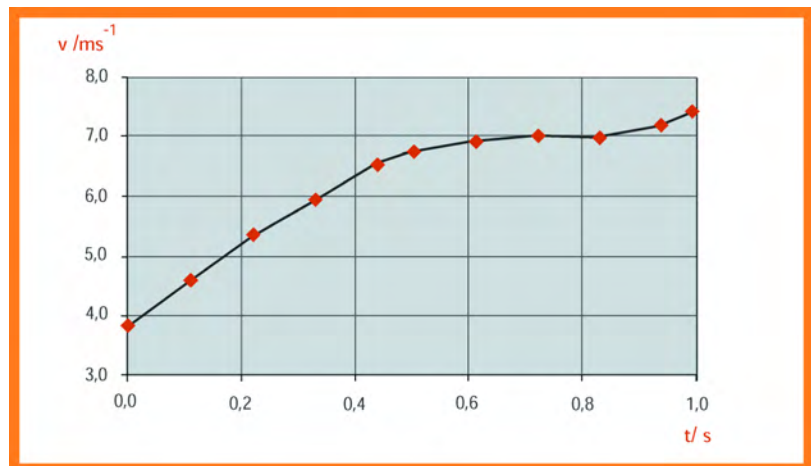


Fig. 5. Evolução temporal da velocidade durante o primeiro segundo de ensaio

O processo de amostragem utilizado pelo sistema de aquisição de dados produz um sinal discreto, isto é com um número finito de pontos que, no caso presente, correspondem aos losangos do gráfico. Assim, nos intervalos de tempo entre dois pontos sucessivos, tem que se admitir uma qualquer lei de variação para o sinal. O caso mais simples é considerar que a variação é linear, o que significa que cada ponto é unido aos seus dois pontos vizinhos por segmentos de recta. Este método é aceitável desde que o número de pontos adquiridos seja suficiente para, no intervalo de tempo em análise, reproduzir com fidelidade o sinal inicial, que é naturalmente contínuo. Vejamos então como se procedeu para o cálculo dos espaços. O primeiro intervalo de tempo, de $t_0 = 0$ s a $t_1 = 0,11$ s, foi percorrido a uma velocidade média v_m :

$$v_m = \frac{v_1 + v_0}{2} = \frac{4,62 + 3,82}{2} = 4,22 \text{ m s}^{-1}$$

Comece-se por analisar a tabela da Fig. 5, correspondente aos valores adquiridos pelo sistema de medida durante o primeiro segundo do registo feito durante as duas voltas, que se representa em conjunto com o respectivo gráfico.

É fácil intuir que o espaço percorrido pode ser calculado considerando um movimento a uma velocidade constante v_m , vindo assim:

$$s_1 = v_m \times (t_1 - t_0) = 4,22 \times (0,11 - 0) = 0,46 \text{ m}$$

Se procedermos de igual forma para os outros intervalos de tempo definidos entre instantes sucessivos de amostragem, podemos obter os espaços percorridos em cada um deles. A aplicação do método descrito aos pontos representados no gráfico da Fig. 5 dá os resultados que se apresentam na Tab. 1, em que a penúltima coluna, correspondente aos espaços percorridos em cada intervalo, é obtida através do produto dos valores das duas colunas que a antecedem (velocidade média e intervalo de tempo). Para cada instante, o espaço total desde o início do processo obtém-se somando todos os espaços percorridos anteriormente, o que está feito na última coluna da tabela.

	t / s	v / ms^{-1}	$v_m [t_{i-1}, t_i] / \text{m s}^{-1}$	$\Delta t [t_{i-1}, t_i] / s$	s_i / m	s_{ac} / m
t_0	0,00	3,82	3,82	0,00	0,00	0,00
t_1	0,11	4,62	4,22	0,11	0,46	0,46
t_2	0,22	5,34	4,98	0,11	0,55	1,01
t_3	0,33	5,98	5,66	0,11	0,62	1,63
t_4	0,44	6,53	6,26	0,11	0,69	2,32
t_5	0,50	6,77	6,65	0,06	0,40	2,72
t_6	0,61	6,94	6,86	0,11	0,75	3,48
t_7	0,72	7,00	6,97	0,11	0,77	4,24
t_8	0,83	6,98	6,99	0,11	0,77	5,01
t_9	0,94	7,17	7,08	0,11	0,78	5,79
t_{10}	0,99	7,42	7,30	0,05	0,37	6,15

Tab. 1. Cálculo dos espaços

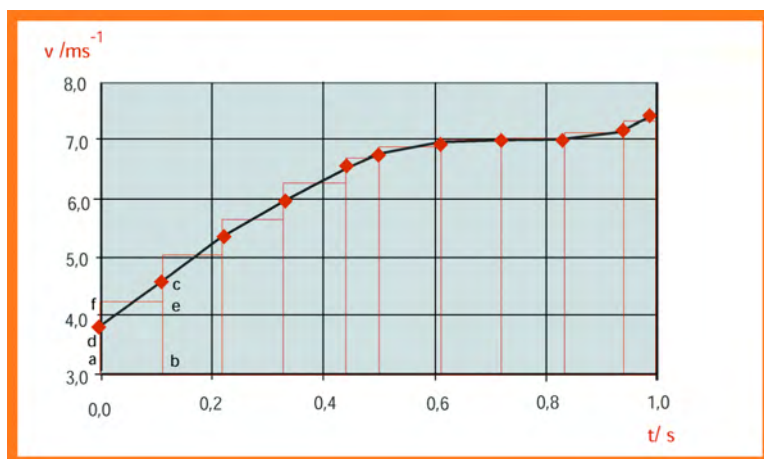


Fig. 6. Processo de aproximação utilizado no cálculo dos espaços

A expressão $s_m = v_m \times (t_1 - t_0)$, utilizada para calcular o espaço percorrido no primeiro intervalo de tempo, corresponde, na Fig. 6, a determinar a área do retângulo **abcd**, que é igual à área do trapézio **abef**. O processo de cálculo baseia-se, no fundo, em substituir a curva que representa o movimento, a curva a preto cheio, por uma evolução por patamares de velocidade, correspondentes no nosso gráfico aos lados superiores dos retângulos. O espaço percorrido até um dado instante pode ser determinado, no gráfico $v-t$ do respectivo movimento, a partir da área que fica abaixo da curva descrita até esse instante. Assim, a última coluna da Tab. 1 é obtida, para cada instante, pela soma acumulada (somatório) das áreas dos retângulos existentes até esse instante. O processo descrito de integração numérica é tanto mais preciso quanto maior for o número de pontos adquiridos e, consequentemente, quanto menor for o intervalo de tempo entre dois pontos sucessivos.

Passemos agora ao cálculo dos valores da aceleração que é a taxa de variação temporal da velocidade. Se conhecermos os valores da velocidade v_i e v_{i+1} , em dois instantes sucessivos t_i e t_{i+1} , respectivamente, podemos calcular a aceleração, no intervalo de tempo considerado, a partir de:

$$a = \frac{v_{i+1} - v_i}{t_{i+1} - t_i}$$

Geometricamente, se no gráfico analisado anteriormente, considerarmos dois pontos genéricos (t_i, v_i) e (t_{i+1}, v_{i+1}) , o valor da aceleração é calculada no ponto médio do intervalo a partir do quociente entre os comprimentos v e t (Fig. 7).

Podemos agora exemplificar o método com a determinação da evolução temporal da aceleração, se o aplicarmos aos pontos da Tabela da Fig. 5. Uma vez que o cálculo é feito para o ponto médio do intervalo, vamos rearranjar a Tabela, de forma a evidenciar melhor esse facto.

Os resultados dos vários passos do processo surgem na Tab. 2, correspondendo a última coluna aos valores calculados para a aceleração no ponto médio de cada um dos intervalos. O que se fez, em linguagem matemática, foi calcular numericamente, no ponto médio de cada intervalo, a derivada da velocidade relativamente ao tempo.

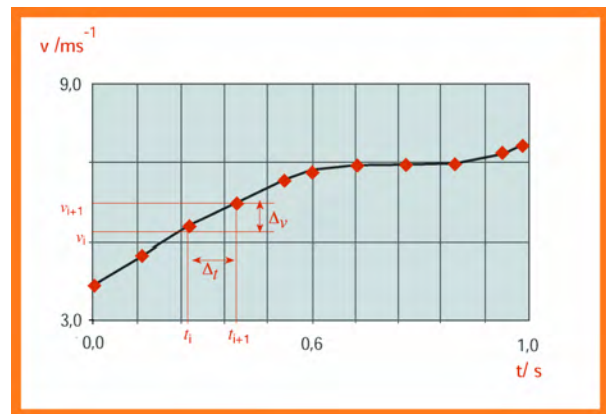


Fig. 7. Cálculo de aceleração no ponto médio do intervalo

Intervalo	$t_{\text{médio}} / \text{s}$	$\Delta t / \text{s}$	v_i / ms^{-1}	v_f / ms^{-1}	$\Delta v_i / \text{ms}^{-1}$	a_i / ms^{-2}
[0,00; 0,11[0,055	0,11	3,82	4,62	0,80	7,27
[0,11; 0,22[0,165	0,11	4,62	5,34	0,72	6,55
[0,22; 0,33[0,275	0,11	5,34	5,98	0,64	5,82
[0,33; 0,44[0,385	0,11	5,98	6,53	0,55	5,00
[0,44; 0,50[0,470	0,06	6,53	6,77	0,24	4,00
[0,50; 0,61[0,555	0,11	6,77	6,94	0,17	1,55
[0,61; 0,72[0,665	0,11	6,94	7,00	0,06	0,55
[0,72; 0,83[0,775	0,11	7,00	6,98	-0,02	-0,18
[0,83; 0,94[0,885	0,11	6,98	7,17	0,19	1,73
[0,94; 0,99[0,965	0,05	7,17	7,42	0,25	5,00

Tab. 2. Cálculo dos valores de aceleração

SIMULAÇÃO

Foi também desenvolvido, na mesma linguagem de programação, um programa para simular a evolução temporal de movimentos. São utilizados os mesmos métodos de cálculo que no programa que faz a aquisição do sinal da velocidade a partir do veículo, sendo a interface gráfica muito semelhante.

No programa em causa (Eq_mov), que permite a simulação de movimentos puros (uniforme, uniformemente acelerado e uniformemente retardado), o utilizador introduz os parâmetros relativos ao movimento (velocidade inicial, velocidade final e aceleração), sendo, a partir do momento em que se dá a ordem de execução, traçados os gráficos das evoluções temporais da velocidade, do espaço percorrido e da aceleração. A forma como é feita a simulação, em que a velocidade em cada instante é cal-

culada a partir do valor da velocidade no instante anterior, permite que os tempos de execução do programa coincidam com os tempos do movimento simulado. A partir das séries temporais obtidas para cada uma das grandezas, por um processo de ajustamento linear ou polinomial, são obtidas as equações do movimento, que são mostradas no canto inferior esquerdo do ecrã, desde que o utilizador prima a tecla que dá execução à correspondente rotina de cálculo.

Na Fig. 8 apresenta-se a interface do programa Eq_mov, após o processo de simulação de um movimento uniformemente retardado desde uma velocidade inicial de 50 m/s (180 km/h), até à imobilização. Este caso pode ser associado a uma travagem efectuada por um automóvel, sendo o valor utilizado para a aceleração típico para a travagem de um carro, em boas condições de aderência.

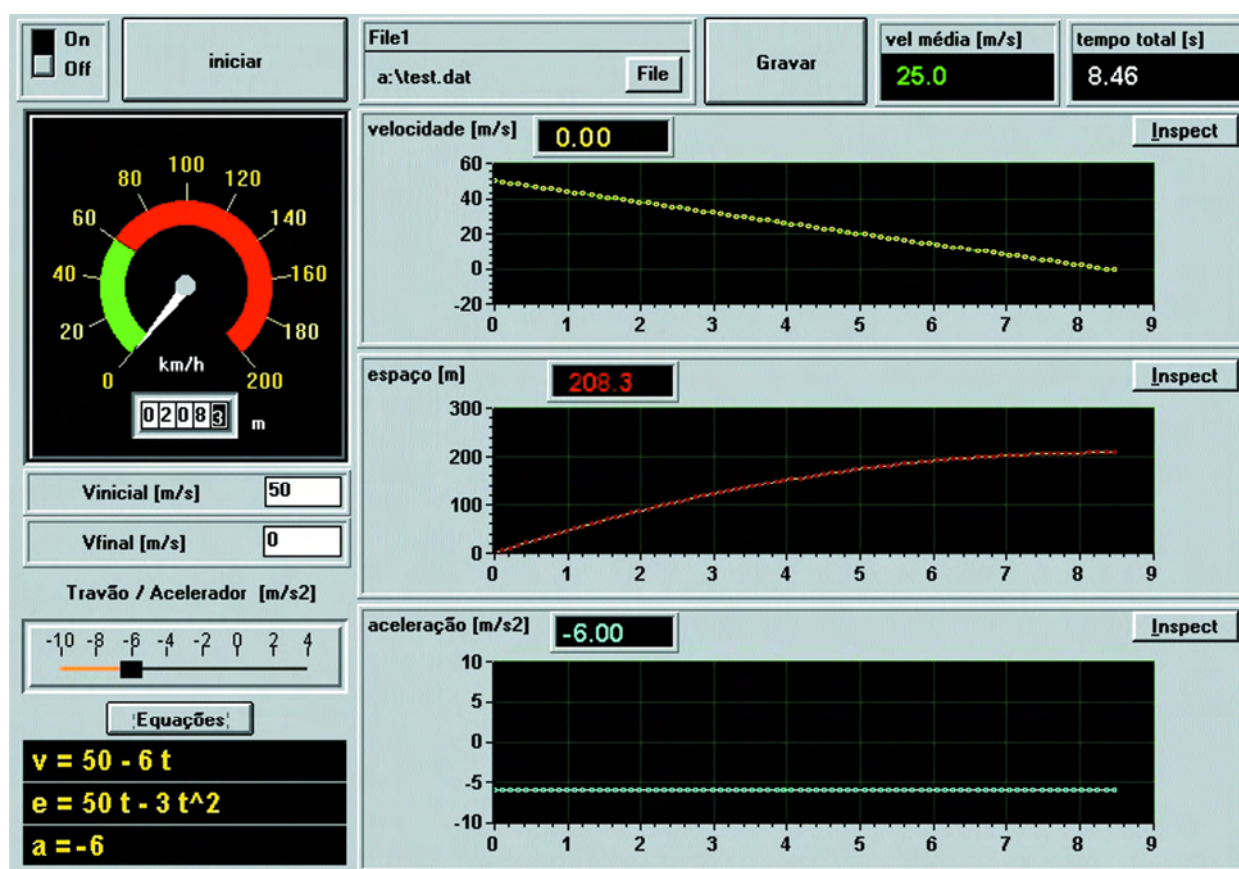


Fig. 8. Interface gráfica do programa de simulação de movimentos

CONCLUSÃO

Descreveu-se um sistema de medida e apresentação de dados concebido de forma a permitir uma fácil visualização das evoluções temporais de algumas grandezas físicas que caracterizam o movimento dos corpos. O objectivo principal do projecto descrito foi facilitar o estabelecimento de ligações entre a teoria e a prática experimental, tendo-se para isso utilizado um exemplo com potencialidade para captar a atenção dos alunos.

Utilizámos a motivação resultante do movimento do carro rádio-controlado num circuito para explicar os processos matemáticos de derivação e integração numéricas, mas o sistema pode igualmente ser usado para gerar exemplos práticos de apoio ao ensino das leis do movimento.

AGRADECIMENTOS

O trabalho aqui apresentado resultou do Projecto PIII-407, financiado pelo Programa "Ciência Viva" (do Ministério da Ciência e Tecnologia).

O autor agradece aos Eng.^{OS} João Manuel Cruz e Mário Mateus a sua prestimosa colaboração neste projecto, bem como ao seu filho Carlos Diogo, que pilotou o modelo rádio-controlado.