Física na caminhada:
forças nos pés e aspetos energéticos

Manuel Fiolhais

Departamento de Física e Centro de Física Computacional, Universidade de Coimbra, P-3004-516 Coimbra, Portugal

Resumo
Exploram-se aspetos mecânicos e termodinâmicos numa caminhada, usando um modelo simples de forças constantes e exemplificando com um boneco que se desloca graças a uma fonte interna de energia.

1. Introdução
Tenho lecionado a disciplina de Física I. Numa das aulas sobre dinâmica de sistemas fiz alusão às forças de atrito estático, que não realizam trabalho, mas cuja ação altera a energia cinética do sistema. E, tal como em ocasiões anteriores, dei o exemplo da força aplicada pelo chão sobre o pé de quem caminha, dizendo que o sentido da sua componente horizontal era o do movimento. Tinha apresentado o mesmo exemplo nos anos antecedentes, mas naquele dia fui confrontado com o comentário de um aluno que terá dito, mais ou menos, o seguinte: "percebo que a força seja para a frente, mas então o movimento vai ser acelerado, o que não é o caso quando andamos normalmente…"

Alguns livros, num contexto de movimento acelerado, mostram um pé sobre o chão e representam duas forças: uma força, para a frente, no pé; e outra, o seu par ação-reação, aplicada no chão, para trás [1,2]. Mas julgo nunca ter visto um livro de física geral que discutisse uma caminhada normal e que, para além da força no pé, para a frente, mostrasse igualmente, e ainda no mesmo pé, a força para trás, que também existe, e que é tão importante como a primeira.

Um dia falei do assunto ao meu amigo Julio Güémez, professor na Universidade de Cantábria, em Santander, com quem colaboro há vinte anos. O artigo "The physics of a walking robot" [3], publicado na *Physics Education*, no qual, em parte, o presente artigo se baseia, resultou dessa conversa. Apesar de este tema, literalmente com pés para andar, dever ser conhecido, julguei que fosse interessante trazê-lo à presença da comunidade que lê a Gazeta.

2. Mecânica e termodinâmica – apenas o essencial
Antes do estudo físico da caminhada convém escrever as equações da mecânica e da termodinâmica que vão entrar na discussão.

Para um sistema de massa constante, M (vamos considerar massa constante para não complicar desnecessariamente), a lei fundamental da dinâmica, ou segunda lei de Newton, pode ser expressa pela seguinte equação:

$$\Delta\vec{p}_{\mathrm{cm}} = \int_{t_0}^{t} \vec{F}_{\mathrm{ext}}\,\mathrm{d}t \qquad (1)$$

onde $\vec{F}_{\mathrm{ext}} = \sum_j \vec{f}_j^{\,\mathrm{ext}}$ é a resultante das forças externas aplicadas no sistema e $\Delta\vec{p}_{\mathrm{cm}} = M\Delta\vec{v}_{\mathrm{cm}}$ é a variação do momento linear (do centro de massa) do sistema no intervalo de tempo $\Delta t = t - t_0$. O integral na Eq. 1 é o impulso da resultante das forças externas. A equação inclui já a terceira lei de Newton, pois incorpora o facto de a resultante das forças internas ser nula: $\vec{F}_{\mathrm{int}} = \sum_j \vec{f}_j^{\,\mathrm{int}} = \vec{0}$. A Eq. 1, que é vetorial, pode também ser escrita na seguinte forma escalar:

$$\Delta K_{\mathrm{cm}} = \int \vec{F}_{\mathrm{ext}} \cdot \mathrm{d}\vec{r}_{\mathrm{cm}} \qquad (2)$$

A passagem de (1) para (2) corresponde à demonstração do que normalmente se designa por teorema da energia cinética ou teorema do trabalho-energia, a qual sempre se faz nas aulas de Física Geral para o caso de uma partícula. O lado esquerdo da Eq. 2 é a variação da energia cinética do centro de massa $(K_{\mathrm{cm}} = \frac{1}{2}Mv_{\mathrm{cm}}^2)$; e o lado direito da mesma equação é o pseudo-trabalho [4,5] da resultante das forças externas – pseudo-trabalho e não trabalho porque em (2) é o deslocamento do centro de massa que intervém, ao passo que para o *trabalho* de uma força o que importa é o deslocamento do ponto de aplicação dessa força (para uma só partícula pseudo-trabalho e trabalho coincidem, evidentemente). "Pseudo-trabalho" é uma mera designação e há autores que chamam a essa grandeza trabalho do centro de massa [6], o que pressupõe que consideram ser no centro de massa que a resultante está aplicada. Mas as designações não são muito importantes. O que importa, de facto, é o conteúdo das equações. A Eq. 2 – equação do centro de massa – é fisicamente equivalente à equação de Newton (1), sendo ambas, afinal, formas possíveis de exprimir a lei fundamental da dinâmica. As duas equações usam grandezas físicas diferentes mas exprimem a mesma lei fundamental da natureza. E são equações gerais: aplicam-se a qualquer sistema que realize qualquer processo. No caso das rotações há outras formas de exprimir a Lei de Newton, mas a lei fundamental, por trás dessas outras formas, é exatamente a mesma.

Uma lei física diferente, igualmente aplicável de forma universal a qualquer sistema que realize qualquer processo, é a primeira lei da termodinâmica que também envolve grandezas próprias da mecânica. Essa lei é uma afirmação sobre a conservação da energia e pode exprimir-se através de [7]

$$\Delta K_{cm} + \Delta U = W_{ext} + Q \qquad (3)$$

onde, no lado esquerdo e somada à variação da energia cinética do centro de massa, surge a variação da energia interna do sistema (U) e, no lado direito, contabilizam-se os fluxos de energia de e para o sistema, ou seja a energia que atravessa a sua fronteira. Esta energia pode escrever-se como a soma de duas parcelas: a primeira é o *trabalho externo* – soma de todos os trabalhos realizados por cada uma das forças externas, $w_i^{ext} = \int \vec{f}_i^{\,ext} \cdot d\vec{r}_i$ – o qual é dado por $W_{ext} = \sum_i w_i^{ext}$; a outra é o calor, Q, que flui entre sistema e vizinhança. De notar que em cada parcela do trabalho externo intervém o deslocamento da respetiva força externa (e *não* o deslocamento do centro de massa). Se W_{ext} ou Q forem positivos haverá uma transferência de energia para o sistema através da fronteira e o lado esquerdo de (3), que exprime a variação total da energia do sistema, aumentará; se forem negativos, o lado esquerdo em (3) diminuirá. A forma (3) não é a mais comum para expressar a primeira lei. De facto, nos livros de termodinâmica consideram-se habitualmente casos em que não há variação de energia cinética do sistema nem variação de energia potencial que, em (3), está incluída em W_{ext} no caso de haver trabalho de forças conservativas. Mas a Eq. 3 é mais geral e mais útil para lidar com problemas de mecânica. De resto, ela permite explicar claramente como é possível aumentar a energia cinética do centro de massa à custa de uma diminuição de energia interna do sistema, mesmo no caso de o segundo membro da Eq. 3 se anular. Ao utilizarmos a Eq. 3 estamos implicitamente a supor que ΔU inclui *todos* os possíveis modos de a energia interna variar. Esses modos são, por exemplo, as variações de energia química (associada a reações químicas), as alterações de energia resultantes de variações de temperatura, o trabalho realizado pelas forças internas, e ainda as variações de energia cinética rotacional e translacional em relação ao referencial do centro de massa, etc.

As Eqs. 2 e 3, que correspondem a duas leis físicas distintas, proporcionam informação que é, em geral, complementar. Porém, em alguns casos, podem fornecer a mesma informação (por exemplo, quando $\Delta U = Q = 0$, caso em que o pseudo-trabalho da resultante coincide com o trabalho externo). Como mostra a Eq. 2, o pseudo-trabalho faz variar a energia cinética. Por seu lado, e como mostra agora a Eq. 3 o trabalho externo tanto pode fazer variar a energia cinética como a energia interna do sistema (mas nem todos os processos são possíveis – apenas os que forem compatíveis com a segunda lei da termodinâmica).

3. Pessoa a andar - aspetos mecânicos

Vamos agora analisar os aspetos físicos mais relevantes envolvidos numa caminhada. Quando se diz que a força no pé de quem caminha, exercida pelo chão, aponta para a frente, apenas se está a contar uma parte da história. No mesmo pé, embora num outro intervalo de tempo, a força é para trás, sendo oposta, portanto, ao sentido da velocidade do centro de massa. De outra forma, e como bem comentava o aluno, o corpo adquiriria uma aceleração sempre para a frente. A força horizontal em cada pé é, portanto, dependente do tempo: ora é para trás, ora para a frente. Para além da componente horizontal da força que o chão exerce sobre o pé de quem caminha, essa força tem uma componente vertical (reação normal). A reação normal também varia com o tempo ao longo da passada, sendo umas vezes superior ao peso e outras vezes inferior. Tal conduz a uma oscilação vertical do centro de massa [8], em torno de uma altura média, mas não vamos, por agora, entrar nessa discussão para mantermos a descrição ao nível mais simples possível (voltaremos a este ponto mais tarde). Vamos então supor que a força normal é exatamente igual ao peso, o que permite reduzir o problema da caminhada a uma só dimensão pois a velocidade do centro de massa é sempre um vetor horizontal.

Pouco após o início da caminhada atinge-se uma "velocidade de cruzeiro", sendo certo que o módulo da velocidade do centro de massa não é exatamente constante, mas oscila, embora pouco, em redor de um dado valor. Quanto à força horizontal no pé, já se disse que ora é para a frente, ora para trás, em diferentes intervalos de tempo que se repetem ciclicamente. O impulso da força horizontal – integral no lado direito da Eq. 1 – tem de ser nulo [8,9], para a velocidade no final de um desses ciclos ser igual à inicial. Por ciclo entende-se o processo que decorre desde o instante em que um pé toca o solo até ao instante em que esse *mesmo* pé perde contacto com o solo (que é também o instante em que o outro pé inicia novo ciclo). Nesse intervalo de tempo um pé está assente no chão e o outro está no ar, e a um ciclo chamamos habitualmente passada.

No artigo [10] mostram-se dados reais de valores da força horizontal para uma corrida e para uma caminhada normal. A figura 1, retirada desse artigo, mostra esses dados para a força horizontal no pé de um indivíduo a andar, correspon-

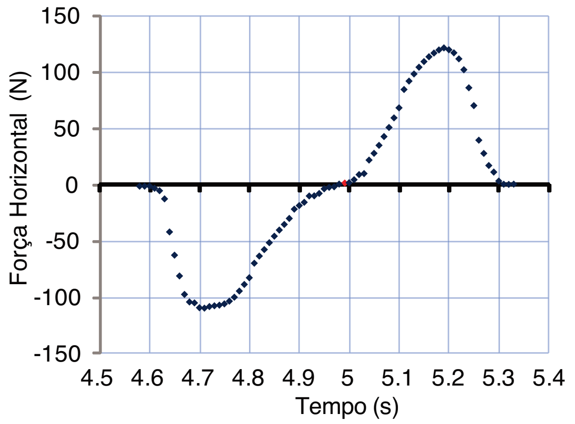

Fig. 1 - Dados reais para a força horizontal exercida sobre um pé de uma pessoa que caminha com velocidade "constante". A figura é adaptada da ref. [10].

dendo a parte negativa da curva à fase da passada em que há travagem, e a parte positiva à fase em que há aceleração. Consideradas as duas fases, o impulso da força é nulo, como uma análise, ainda que superficial, do gráfico da figura 1 permite confirmar.

A Fig. 2 representa cada uma das fases da passada. As forças indicadas referem-se à fase [a] em que a força $\vec{F}'$ é para trás (fase que dura um intervalo de tempo $\Delta t'$), e à fase [b] em que a força $\vec{F}$ é para a frente (fase que dura um intervalo de tempo Δt). Na Fig. 1, $\Delta t'$ é ligeiramente superior a Δt.

Para melhor se entender a situação real podemos supor um modelo simples com forças constantes. Trata-se de um *toy*

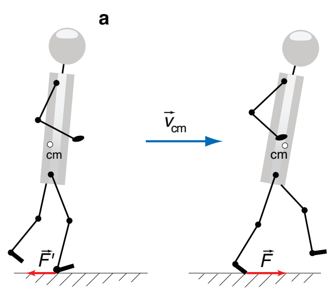

Fig. 2 - Forças para trás e para a frente nas duas fases diferentes de uma mesma passada.

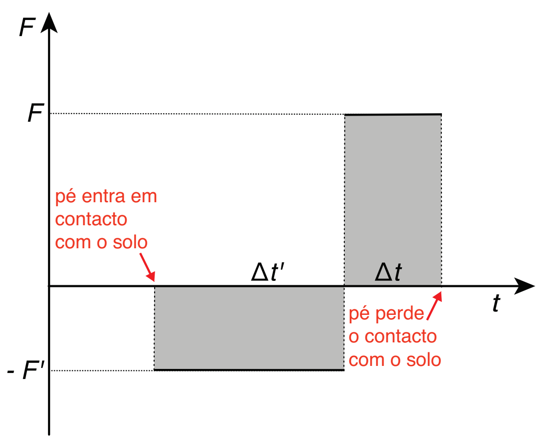

Fig. 3 - Força horizontal em função do tempo; as áreas sombreadas são iguais, pelo que o impulso da força no intervalo de tempo $\Delta t'+\Delta t$ é zero.

model em que as forças horizontais sobre o pé são as que se representam na Fig. 3. Admite-se que num intervalo de tempo, Δt, a força é constante e para a frente, de grandeza F; e, num outro intervalo de tempo, $\Delta t'$, a força que atua, também constante mas agora para trás, tem grandeza F'. Os valores concretos, que podem ser diferentes, tanto das forças, F e F', como dos intervalos de tempo, Δt e $\Delta t'$, não importam para a discussão. Por outro lado, para essa discussão, despreza-se o efeito da resistência do ar.

Num ciclo, que corresponde a uma passada e ao intervalo de tempo $\Delta t'+\Delta t$, o impulso da força horizontal é nulo. Claro que se podiam usar forças mais realistas mas os integrais em (1) e (2) seriam mais trabalhosos. Com forças constantes essas integrações são imediatas conduzindo a

$$M(v'_f - v'_i) = -F'\Delta t' \quad \text{e} \quad \tfrac{1}{2}M(v'^2_f - v'^2_i) = -F'\Delta x' \qquad (4)$$

onde $v'_{i,f}$ são as velocidades do centro de massa inicial e final na primeira fase da passada e $\Delta x'$ o deslocamento do centro de massa no intervalo de tempo $\Delta t'$. Para a outra fase da passada

$$M(v_f - v_i) = F\Delta t \quad \text{e} \quad \tfrac{1}{2}M(v^2_f - v^2_i) = F\Delta x \qquad (5)$$

onde $v_{i,f}$ são igualmente as velocidades inicial e final do centro de massa e Δx o deslocamento deste ponto durante esta outra fase da passada que dura Δt. Evidentemente que a velocidade final da primeira fase é igual à velocidade inicial da segunda fase, $v'_f = v_i$, e também $v_f = v'_i$ (o próximo ciclo, que não está representado na Fig. 3, já vai ocorrer com o outro pé). No regime estacionário da caminhada, em que estas condições se verificam, as equações (4) e (5) permitem concluir:

$$|I'| = F'\Delta t' = F\Delta t = I \quad \text{e} \quad |W'_p| = F'\Delta x' = F\Delta x = W_p . \qquad (6)$$

Ou seja, há um impulso negativo e um impulso positivo que se anulam; e há também um pseudo-trabalho negativo e um pseudo-trabalho positivo (o índice p na equação anterior refere-se a "pseudo") que também se anulam. O resultado é que, no final da passada, nem o momento linear do centro de massa nem a energia cinética do sistema variaram em relação ao início da passada.

Na Fig. 4 representa-se a velocidade do centro de

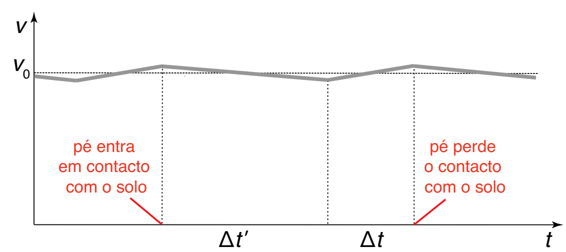

Fig. 4 - Velocidade do centro de massa em função do tempo.

massa, admitindo que um pé chega ao solo no exato instante em que o outro o abandona (se assim não for deixará de haver marcha e passará a haver corrida). As acelerações, positivas e negativas, são constantes e designamos por v_0 o valor da "velocidade de cruzeiro".

Os dados da Fig. 1 sugerem que uma força horizontal mais realista seja uma função sinusoidal, por exemplo, $F=-F_0\sin(\omega t)$ (no semi-período inicial a força é para trás e no outro semi-período a força é para a frente). Neste caso os integrais em (1) e (2) são ainda simples de efetuar mas o resultado final praticamente não difere, mesmo quantitativamente, do que se obtém com o *toy model*: a alteração mais significativa é os "bicos" no gráfico da Fig. 4 ficarem arredondados (e $\Delta t = \Delta t'$).

Podemos retirar uma primeira conclusão: na marcha, tão importante quanto a força para a frente no pé é a força para trás, no mesmo pé, num outro intervalo de tempo. A marcha normal é, pois, uma sucessão de ciclos em que, cada um, compreende uma travagem e uma aceleração. Ao fim de um ciclo recupera-se o estado dinâmico inicial, pois não houve variação da velocidade do centro de massa já que $\Delta p_{cm}=0$ e $\Delta K_{cm}=0$, em consequência do anulamento do impulso e do pseudo-trabalho no ciclo.

O estudo até agora feito pressupõe que a reação normal sobre o pé seja igual ao peso. Como se disse antes, na realidade a força normal varia com o tempo e essa variação é tal que o valor da resultante vertical varia ao longo do tempo de forma qualitativamente análoga à do valor da força de atrito horizontal. Podemos então imaginar um modelo simples para descrever a resultante das forças verticais (peso e reação normal) semelhante ao que fizemos para a força horizontal. O resultado para a componente vertical da velocidade do centro de massa seria idêntico ao da Fig. 4, agora com $v_0 = 0$.

Um comentário sobre o efeito da resistência do ar: as velocidades numa caminhada normal são pequenas e o efeito da força de resistência do ar (*drag force*) é pequeno e foi desprezado. Se se levasse em conta esse efeito, o impulso da força de resistência seria negativo e iria somar-se ao impulso negativo da força para trás; este impulso total negativo teria de ser compensado pelo impulso positivo da força horizontal para a frente.

4. Pessoa a andar – aspetos termodinâmicos

Só é possível andar porque quem caminha – uma pessoa, um animal, um brinquedo – possui uma fonte interna de energia. A ideia, que não é assim tão rara, de que é precisamente essa energia interna que se transforma em energia cinética quando caminhamos, merece reflexão, até porque, como vimos, a energia cinética é a mesma no início e no final de cada passada. Para onde vai então a energia que sabemos ser necessária para caminhar? A resposta encontra-se no quadro da primeira lei da termodinâmica expressa pela Eq. 3.

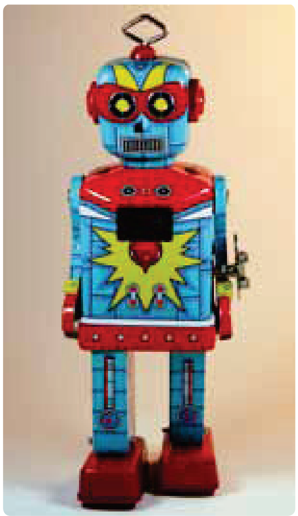

Fig. 5 - Brinquedo que caminha graças a uma fonte interna de energia (mola helicoidal, vulgo corda).

Talvez ajude não pensar agora em pessoas mas antes num boneco a andar como o que se mostra na Fig. 5, que tem a forma de um robot e é a corda (embora ter aspeto de robot e ser a corda sejam meros pormenores).

O brinquedo da Fig. 5, que por vezes também caminha nas minhas aulas, tem uma fonte de energia interna mecânica (é ecológico, não funciona a pilhas!). Quando se dá corda ao boneco e ele começa a andar há no brinquedo uma variação de energia interna que se pode escrever

$$\Delta U = \tfrac{1}{2}k\left(\theta^2 - \theta_0^2\right) \qquad (7)$$

sendo $U_0 = \tfrac{1}{2}k\theta_0^2$ a energia interna inicialmente armazenada na mola em espiral (a "corda") e k a respetiva constante elástica. O ângulo θ, cujo valor inicial é θ_0, é uma função decrescente do tempo: a energia interna do boneco diminui ao longo do tempo.

Comecemos por analisar um ciclo completo (ou seja, uma passada do boneco) à luz da Eq. 3. Quanto ao lado esquerdo da equação, não há variação de energia cinética, $\Delta K_{cm}=0$, mas há variação de energia interna ($\Delta U<0$). Quanto ao lado direito, não há trabalho das forças externas [11] (o peso e a reação normal não realizam trabalho; e a força de atrito estático também não realiza trabalho), $W_{ext}=0$, pelo que terá de haver calor, Q. Quer dizer, para um ciclo,

$$\Delta U = Q < 0 \qquad (8)$$

e a conclusão é que a energia ΔU flui, como calor, para a vizinhança. Estamos a admitir um modelo muito simplificado para explicar estes aspetos energéticos. Desde logo estamos a supor que o processo se dá sem incremento de temperatura, nem do boneco, nem da vizinhança que se considera um reservatório de calor à temperatura T. A outra inevitável conclusão é que a entropia do universo aumenta de $\Delta S_U=-Q/T>0$. (Note-se que o fluxo de calor do ponto de vista do reservatório é o simétrico do calor do ponto de vista do sistema.)

Vale a pena ver melhor o que se passa ao longo de cada uma das fases do ciclo e podemos começar pela fase de aceleração (sendo um ciclo não importa por onde se começa). Nesta fase a energia cinética aumenta, graças à diminuição da energia interna. O lado direito da Eq. 3 é nulo nesta fase. Já na outra fase a energia cinética antes ganha pelo sistema "perde-se", no sentido em que se dissipa na vizinhança. Vendo isoladamente a primeira fase do processo, podemos até admitir que ela é reversível no sentido em que uma forma organizada de energia – a energia potencial elástica da mola – se converteu numa outra forma ainda organizada: a energia cinética do centro de massa. O sistema mantém armazenada a energia, digamos, numa forma que continua útil (numa linguagem termodinâmica dizemos que o sistema mantém a capacidade de realizar trabalho). Mas, na segunda fase da passada, a energia cinética adquirida na primeira fase, dissipa-se irremediavelmente na vizinhança: a energia *está lá* na vizinhança mas agora numa forma desorganizada e o processo é claramente irreversível. A Eq. 8 verifica-se para cada passada e, quando o boneco deixar de andar por se ter acabado a corda, a sua energia interna baixou de $|\Delta U_{\text{total}}|$ e a entropia do universo aumentou de $\Delta S_U = -\Delta U_{\text{total}}/T > 0$.

No caso de uma pessoa de carne e osso, em vez do brinquedo de corda, a fonte de energia interna resulta das reações bioquímicas que têm lugar nos músculos. O sistema termodinâmico é muito mais complexo do que no caso do brinquedo e, mesmo no quadro de um modelo simplificado, no mínimo, teremos de supor que essas reações têm lugar a pressão constante e a temperatura constante (a atmosfera funciona então como fonte de calor e de trabalho). Os raciocínios antes elaborados podem ser decalcados mas agora o potencial termodinâmico apropriado é a energia livre de Gibbs [7], sendo que o equivalente da Eq. 8 passa a ter a forma $\Delta G = Q < 0$: numa passada a pessoa baixa a sua energia livre que acabará por ser dissipada, durante essa mesma passada, na vizinhança. Este resultado termodinâmico é geral, e a conclusão não muda qualquer que seja o modelo. E mesmo que se tenha em conta a oscilação vertical do centro de massa, a conclusão anterior não se altera: o decréscimo da energia interna (ou energia livre de Gibbs) é primeiro convertido em incremento de energia cinética, havendo logo de seguida um igual decréscimo de energia cinética, energia essa que acaba por se "perder" (no sentido da sua utilidade), pois dissipa-se na vizinhança.

É reconhecido que a complementaridade das análises mecânica e termodinâmica de sistemas é útil para a melhor compreensão física dos fenómenos [12]. Em artigos recentes foi explorada essa complementaridade em exemplos que envolvem rotações e produção de energia mecânica ou dissipação de energia [13,14] e em exemplos de movimentos do ser humano, tais como saltar e rodopiar [15], ou de movimentos em brinquedos [16, 17].

Referências

1. H. Benson, *University Physics* – revised edition, John Wiley & Sons, Inc. New York (1996).
2. J. K. Kane, M. M. Sternheim, *Physics* – third edition, John Wiley & Sons, Inc. New York
3. J. Güémez, M. Fiolhais, "The Physics of a walking robot", Phys. Educ. 48, 455-458 (2013).
4. C. M. Penchina, "Pseudowork-energy principle", Am. J. Phys. 46, 295-296 (1978).
5. A. J. Mallinckrodt, H. S. Leff, "All about work", Am. J. Phys. 60 356-365 (1992).
6. D. Halliday, R. Resnick, *Fundamentos de Física – 1 Mecânica*, Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro (1991).
7. J. Güémez, M. Fiolhais, "From mechanics to thermodynamics - analysis of selected examples", Eur. J. Phys. 34, 345-357 (2013). http://iopscience.iop.org/0143-0807/34/2/345/article
8. R. Cross, "Standing, walking, running, and jumping on a force plate" Am. J. Phys. 67, 304-309 (1999).
9. N. Messenger, Moving the human machine: understanding the mechanical characteristics of normal human walking, Phys. Educ. 29, 352-357 (1994).
10. O. A. Haugland, "Walking through the impulse-momentum theorem", Phys. Teach. 51, 78-79 (2013).
11. H. S. Leff, A. J. Mallinckrodt, "Stopping objects with zero external work: Mechanics meets thermodynamics", Am. J. Phys. 61, 121-127 (1993).
12. C. A. de Sousa, E. P. Pina, "Aspects of mechanics and thermodynamics in introductory physics: an illustration in the context of friction and rolling", Eur. J. Phys. 18, 334-337 (1997).
13. J. Güémez, M. Fiolhais, "Forces on wheels and fuel consumption in cars", Eur. J. Phys. 34, 1005-1013 (2013).
14. J. Güémez, M. Fiolhais, "Thermodynamics in rotations - analysis of selected examples", Eur. J. Phys. 35, 015013 (14pp) (2014).
15. J. Güémez, M. Fiolhais, "Thermodynamical asymmetries in whirling, jumping and walking", Eur. J. Phys. 35, 035008 (2014). O artigo vem acompanhado de um video-abstract que também foi colocado em acesso público em http://www.youtube.com/watch?v=5OyZSfY4WXQ. O exemplo considerado no video-abstract é o movimento descrito neste artigo.
16. J. Güémez, M. Fiolhais, "The physics of articulated toys: a jumping and rotating kangaroo", Eur. J. Phys. 35 (2014), 035018. http://iopscience.iop.org/0143-0807/35/4/045018/article
17. J Güémez, Muñeco articulado que camina, Revista Española de Física, 28 (2014) 47-49.

Manuel Fiolhais, 56 anos, é professor da Universidade de Coimbra (UC). Doutorou-se em 1988 e é especialista em física hadrónica. Tem igualmente desenvolvido atividade na área do ensino e da história da física, sendo autor, neste domínio, de vários artigos publicados em revistas internacionais. É autor de manuais escolares para os ensinos básico e secundário e para o ensino superior. Dirige o Centro de Física Computacional da UC.