Que simetrias encontras?

Constança Providência[1], Pedro Providência[2]

[1] CFC, Departamento de Física, Universidade de Coimbra

[2] CES, Universidade de Coimbra

Material

- cartolina 50 cm × 70 cm de duas cores cortada em quadrados de 8 cm × 8 cm
- tesoura e cola
- espelho

Possivelmente já sabes que os azulejos foram introduzidos em Portugal pelos mouros - azulejo vem da palavra árabe *az-zulayj* que significa pedra polida – e desde o século XV são utilizados no nosso país como elemento decorativo. O azulejo que vês na Figura 1 (esquerda) é do Mosteiro de Santa Clara em Coimbra, e constitui um elemento de uma parede coberta de azulejos. Repara bem: se o rodares de 90° vês alguma diferença? E se o rodares de 180°? Ou 270°? Depois de efetuares a rotação obténs um azulejo igual ao primeiro, e não conseguimos distinguir o azulejo rodado do não-rodado, concordas? Dizemos que o azulejo tem uma simetria de rotação que o deixa *invariante* – uma palavra usada pelos físicos e matemáticos e que apenas significa que a sua forma não varia: o azulejo apresenta-se igual antes e depois da rotação. Se olhares com mais atenção para o azulejo verificas que ele resulta da repetição do elemento a tracejado na Figura 1 (direita) com orientações diferentes.

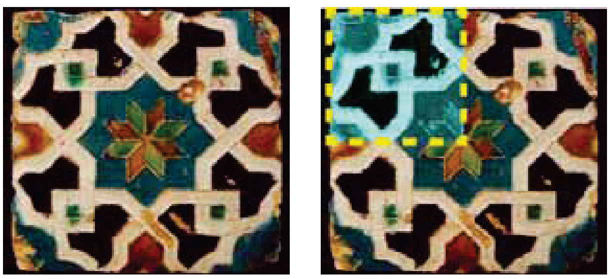

Figura 1

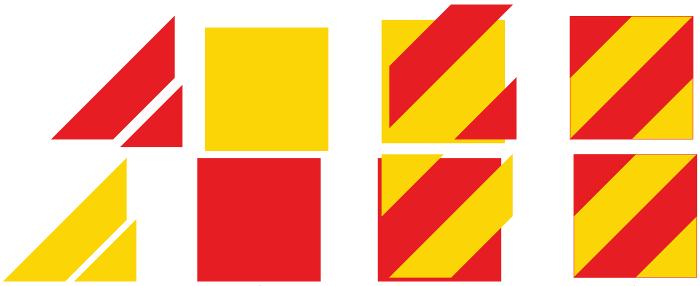

Figura 2

Compreender as propriedades de um material torna-se muito mais fácil quando conseguimos identificar as suas simetrias. Por exemplo, as propriedades dum cristal dependem do tipo de simetrias que apresenta.

Vamos usar os azulejos para identificar algumas dessas simetrias e construir vários painéis partindo de um azulejo elementar.

Considera o azulejo da Figura 2(d). Prepara vários azulejos iguais para realizares as experiências que se seguem. Para isso corta duas cartolinas de cores contrastantes, por exemplo vermelho e amarelo, em quadrados de 8 cm por 8 cm (com uma cartolina de 50 cm × 70 cm fazes 40 quadrados). Corta ao meio, ao longo de uma diagonal, 13 quadrados vermelhos, de modo a obteres 26 triângulos. Corta cada um destes triângulos em duas partes por uma paralela à hipotenusa que divide a altura do triângulo em dois, como mostra a Figura 2(a). Obténs de cada triângulo um trapézio e um triângulo mais pequeno que deverás colar sobre um quadrado amarelo como indica a Figura 2(c). Procede analogamente com 13 dos quadrados amarelos, colando os trapézios e triângulos pequenos que obténs sobre os quadrados vermelhos. Ficarás com 52 azulejos semelhantes à Figura 2(d).

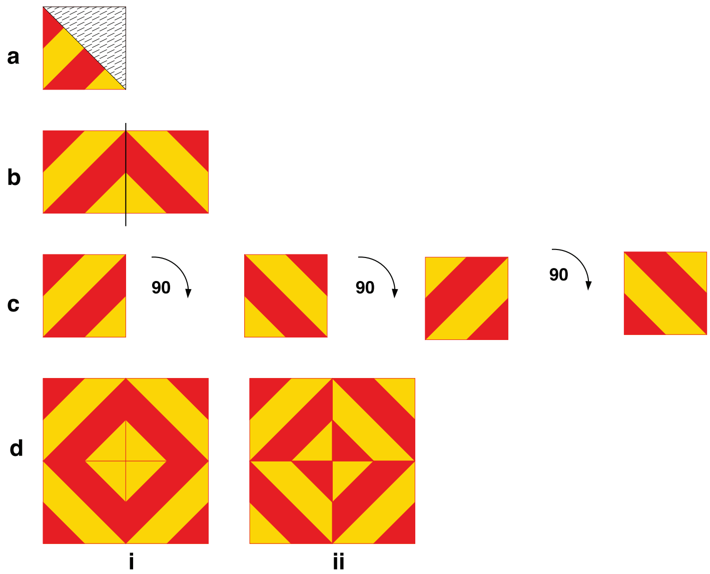

Figura 3

Vamos descobrir de que modo podemos associar estes azulejos criando painéis com simetrias diferentes.

Observa um dos azulejos e descobre as simetrias que tem. Consegues?

Corta um destes azulejos ao meio pela diagonal perpendicular às riscas, como na Figura 3(a). Encosta um espelho à diagonal do azulejo cortado e olha para o conjunto: azulejo cortado mais imagem no espelho. Obténs o azulejo inteiro! Dizemos que este azulejo tem simetria de reflexão relativamente a essa diagonal. A simetria de reflexão é uma simetria muito importante em física.

Os azulejos construídos não são, no entanto, invariantes perante uma rotação de 90°, 180° ou 270°. Na Figura 3(c) estão representados o azulejo original e o azulejo depois de ter sofrido uma rotação de 90°, 180° ou 270°: repara como todas as orientações são distintas com o canto vermelho a ocupar as quatro possíveis posições. Repara também que o azulejo que obténs por rotação de 90° é igual ao obtido por reflexão num espelho colocado ao longo da aresta com o canto amarelo como indicado na Figura 3(b).

Associando quatro azulejos com as quatro orientações diferentes podemos construir os dois quadrados da Figura 3(d). Quais são as simetrias de cada um destes quadrados? Descobre outros quadrados diferentes formados por quatro azulejos.

Vamos agora construir uma variedade de painéis e frisos - um friso é um painel que se estende ao longo de uma linha. Para isso vamos usar a repetição do azulejo elementar da Figura 2(d) e todas as suas possíveis orientações diferentes obtidas por rotação ou reflexão.

1- Constrói um friso constituído por uma linha de azulejos justapostos todos com a mesma orientação, Figura 4(a). Dizemos que o friso tem simetria de translação porque se deslocarmos o friso como um todo ao longo da direção do friso de uma distância igual ao lado do azulejo obtemos um friso essencialmente igual. Seria precisamente igual se fosse infinitamente longo.

Figura 4

2- Constrói outros frisos associando ao primeiro azulejo um azulejo rodado ou refletido, e repetindo por translação o conjunto de dois azulejos. Consegues obter os frisos da Figura 4(b) e (c)? Consegues construir outros diferentes?

3- Constrói os painéis da Figura 5 repetindo *a*) o azulejo original, *b*) qualquer um dos azulejos Figura 3 (d-i) e (d-ii), c) o conjunto de dois azulejos da Figura 3(b). Em cada um dos painéis está identificado o motivo que se repete ao longo das duas direções do painel. Repara que no painel (b) e (c) existem dois quadrados diferentes formados de quatro azulejos que, por repetição, dão origem ao mesmo painel.

Na realidade existem materiais feitos de um mesmo elemento mas que têm propriedades completamente diferentes devido ao modo como o elemento se liga aos vizinhos e às simetrias que o material adquire. Como exemplo podemos referir as possíveis formas em que o carbono se apresenta: poderá ser cristalino e duro como o diamante, ou preto e macio como a grafite, ou com propriedades extraordinárias de condução térmica e elétrica como o grafeno.

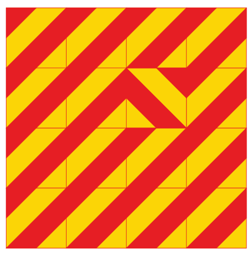

Figura 6

É muito difícil produzir um material sem defeitos, assim como por vezes também os painéis de azulejos apresentam defeitos – encontras os defeitos dos painéis da imagem no início do artigo? Mas

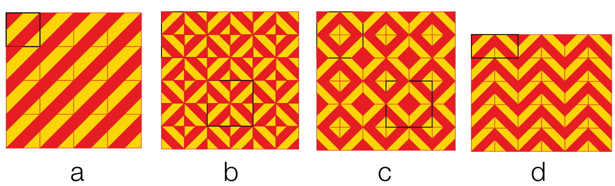

Figura 5

Figura 7

estes defeitos são geralmente muitos importantes por influenciarem as propriedades dos materiais: por exemplo a cor dos diamantes, a dureza de materiais como o aço ou a condutividade de semicondutores.

Na Figura 7 estão representados mais três azulejos do Mosteiro de Santa Clara à Velha de Coimbra. Descobre as simetrias de cada um. Constrói diferentes painéis com estes azulejos usando o material suplementar que podes descarregar da página da Gazeta e observa os efeitos que podem originar.

Bibliografia

Constança Providência e Carlos Fiolhais, *Ciência a brincar: descobre o património!*, Editorial Bizâncio, 2009.

Pedro Providência, Constança Providência, Martha Tavares, Artur Coôrte-Real, Carlota Simões, "Monastery of Santa Clara-a-Velha in Coimbra: Heritage education and mathematics", "La Educación Patrimonial en España y Europa", Madrid (2012).)