

Determinação expedita do coeficiente de expansão adiabática

Horácio Fernandes

Instituto de Plasmas e Fusão Nuclear, Dep. Física do Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa

hf@ipfn.tecnico.ulisboa.pt

Resumo

O coeficiente de expansão adiabática é determinado tradicionalmente por processos de difícil execução, morosos e com um elevado erro experimental. Com a utilização dum computador (equipado com placa de som) ou um dispositivo móvel e uma simples seringa de vidro, demonstraremos que o método de Ruchhardt adapta-se particularmente bem à determinação da razão entre a capacidade térmica¹ a pressão constante e capacidade térmica a volume constante dum gás, ou seja, a constante de expansão adiabática do gás. Este método revela-se bastante preciso quando comparado com outros, embora tenha uma elevada sensibilidade ao período das oscilações e do raio da seringa, pelo que dever-se-á atender à sua medida com precisão² suficiente.

A presente experiência é ainda um bom exemplo da aplicação do formalismo newtoniano na determinação de grandezas termodinâmicas, permitindo aos alunos a fácil compreensão do método, pelo que constitui uma peça pedagógica valiosa no laboratório.

Introdução

Os métodos clássicos para a determinação do coeficiente de expansão adiabática γ – a razão entre a capacidade térmica a pressão constante e a capacidade térmica a volume constante dum gás – nomeadamente, o método de Clément-Désormes, apresentam protocolos experimentais complicados, morosos e com um elevado erro experimental [1].

No entanto, o método de Ruchhardt [2, 3] permite determinar esse coeficiente numa forma bastante exata e rápida, usando, para o efeito, uma seringa de vidro e recorrendo a

¹ Também designada anteriormente por *capacidade calorífica*.

² Definida como o desvio estatístico aleatório na capacidade do instrumento para repetir uma medida com valor constante.



um programa de análise de som num computador ou dispositivo móvel, conforme propomos neste artigo. Contudo, este método tem uma elevada sensibilidade ao resultado da medição do período das oscilações (ou seja, um pequeno erro de medição do período dará origem a um resultado de medição do coeficiente com um grande erro de medição). Devido a esse facto, recomenda-se desde já um grande cuidado na determinação do período, sendo para tal utilizados dois métodos: (i) a medida do período pela análise da forma da onda captada pelo transdutor de pressão, ou (ii) o período médio determinado numericamente através da análise a partir da transformada de Fourier.

Estes dados devem ser utilizados numa forma crítica, explorando ao máximo a informação que fornecem. Saliente-se que esta experiência encontra-se igualmente disponível para execução remota no laboratório *e-lab* [4].

Descrição do aparato experimental

A experiência é constituída por uma seringa de vidro, cujo êmbolo tem atrito reduzido por estar lubrificado com grafite (a partir dum lápis ou mina de carvão de dureza H) e pelo facto da montagem estar colocada numa posição vertical.

Previamente, determina-se a massa do êmbolo e o seu diâmetro, com recurso respetivamente a uma balança de precisão e a uma craveira, o que permite obter uma precisão na medida de aproximadamente 0,5 %. No caso considerado – uma seringa RUTHE® de 20 ml da Normax – determinaram-se os valores de 26,4 g para a massa do êmbolo e 18,9 mm para o diâmetro.



Fig. 1 - Fotografia captada durante a realização da experiência, onde se pode observar o cuidado em colocar firmemente o tampão da seringa sobre o microfone do computador.

Na Figura 1 pode observar-se a maneira de colocar a seringa a tapar o orifício do microfone, onde no local da agulha se adaptou um tampão de borracha, neste caso retirado do *track ball* do computador. O programa utilizado para o registo do som e sua posterior análise foi o *Audacity* [5], bastante comum nas comunidades audiófilas.

Protocolo experimental

Selecionado um volume de referência, bloqueia-se a saída de ar da seringa através da colocação numa agulha desprovida de bico de corte e previamente tamponada com uma gota de cola de contacto.

A agulha é colocada em contacto com o microfone ligado ao computador. Após preparar o computador para adquirir o sinal, é percutido o êmbolo de forma a oscilar livremente em torno da sua posição de equilíbrio. Utilizando um programa de análise de som como o *Audacity*, poderemos determinar a frequência das oscilações (Figura 2), quer pela contagem de períodos num certo intervalo de tempo (diminuindo a incerteza na determinação

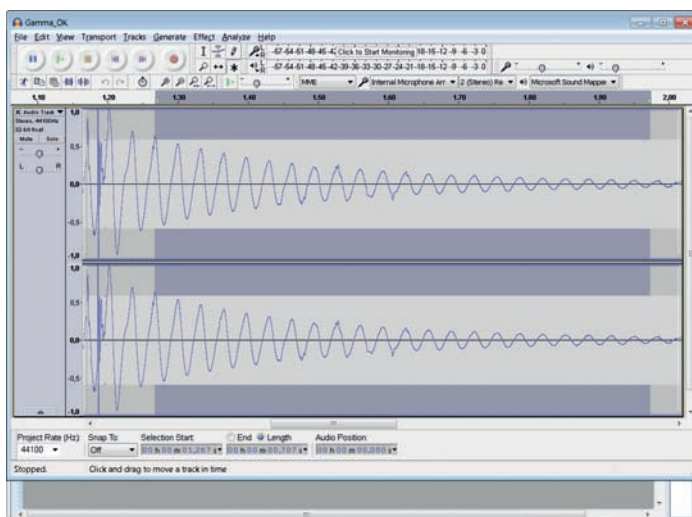


Fig. 2 - Captura do som após o estímulo da seringa. Os primeiros ciclos serão sempre ligeiramente distorcidos e podem ser rejeitados devido ao ruído provocado pela percussão mecânica do êmbolo.

do período), quer utilizando a opção *Analyze* → *Plot Spectrum*, que gera automaticamente o gráfico da transformada de Fourier (Figura 3). Normalmente ocorrem picos secundários múltiplos da frequência principal, que correspondem aos harmónicos do sinal.

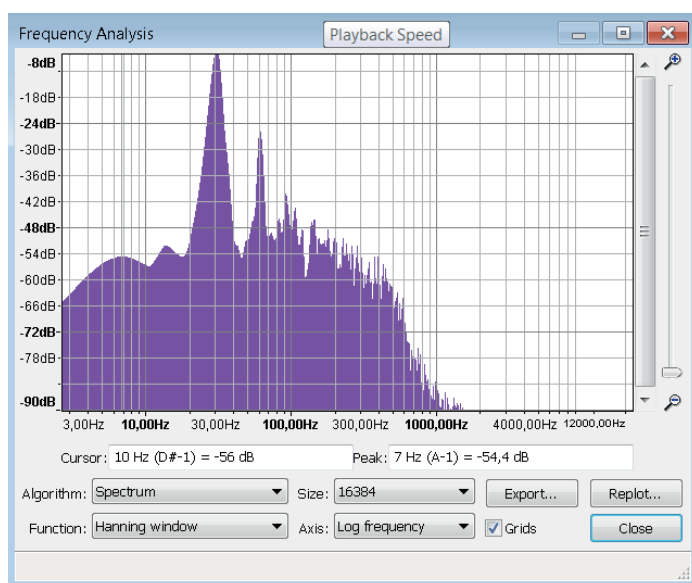


Figura 3 - Análise de Fourier do sinal capturado, onde facilmente se identifica o pico correspondente à frequência da oscilação principal do êmbolo, neste caso centrada nos 30 Hz.

Do período de oscilação T pode ser inferido o coeficiente γ de acordo com

$$\gamma = \frac{4mV}{\rho_0 r^4 T^2} \quad (1)$$

cuja dedução se encontra na secção seguinte. Para o ar, maioritariamente diatómico, o valor determinado para a relação deve ser próximo de 1,4 como esperado.

Efetuada a experiência para vários volumes V_i , pode-se ainda utilizar uma descrição paramétrica mais exata da função de ajuste de modo a obter um ajuste mais rigoroso, utilizando mais do que um parâmetro livre; considerando, por exemplo, um valor adicional V_0 para o volume desconhecido entre a agulha e a seringa, tal que $V = V_i + V_0$. Aplicando a minimização por mínimos quadráticos a essa nova função de ajuste, pode obter-se o erro sistemático V_0 no volume. Por outro lado, pode-se considerar como variáveis livres não só esse volume inicial mas também a pressão atmosférica, uma vez que esta pode ter variações da ordem de 1 %.

Apesar de não se aplicar em primeira aproximação ao presente caso, é sempre de referir que quando se ajustam equações devem ser introduzidos parâmetros livres que permitam isolar erros sistemáticos das medidas experimentais tais como deslocamentos (*offsets*) dos sistemas de aquisição de dados.

Bases teóricas

Se considerarmos um êmbolo sem atrito a oscilar livremente (no plano vertical y) num cilindro de volume V_0 à pressão p , então a força exercida no mesmo ($F = m\ddot{y}$) corresponde à força da gravidade (mg), ou seja, o seu peso, subtraído da força devida à variação de pressão que se exerce na área do êmbolo ($F_r = A\Delta p$):

$$-mg + A\Delta p = m\ddot{y}$$

Ora a variação de pressão para pequenas variações de volume é dada por

$$\Delta p = \left. \frac{\partial p}{\partial V} \right|_{V=V_0} \Delta V$$

Se considerarmos o fenómeno suficientemente rápido não ocorrerão trocas de calor com o exterior (fenómeno adiabático), pelo que a expansão deve ser dada por

$$pV^\gamma = p_0V_0^\gamma, \quad p = \frac{p_0V_0^\gamma}{V^\gamma}$$

Das equações acima vem que:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial V} \right|_{V=V_0} = -\gamma \frac{p_0V_0^\gamma}{V^{\gamma+1}} \Big|_{V=V_0} = -\gamma \frac{p_0}{V_0}$$

e

$$-mg + A \left(-\gamma \frac{p_0}{V_0} \Delta V \right) = m\ddot{y}$$

onde a variação de volume na posição y é $\Delta V = Ay$, pelo que, simplificando, se obtém

$$\ddot{y} + \gamma \frac{p_0A^2}{mV_0} y + g = 0$$

Se definirmos agora a frequência angular através de

$$\omega^2 = \gamma \frac{p_0A^2}{mV_0}$$

poderemos rescrever a equação simplificada como $\ddot{y} + \omega^2 y + g = 0$. Por fim, alterando a coordenada de origem para a posição de equilíbrio do êmbolo, facilmente se identifica esta equação com a equação do movimento dum oscilador harmónico sem atrito:

$$\ddot{y}' + \omega^2 y' = 0$$

com $y = y' - g/\omega^2$ e $\omega^2 = (2\pi/T)^2 = \gamma p_0 A^2 / mV_0$. Medindo o período de oscilação T ou o seu recíproco, a frequência, determina-se γ através de

$$\gamma = \frac{4mV_0}{p_0 r^4 T^2}$$

onde r é o raio interno da seringa.

Método de Rüchardt

De origem russa, Eduard Rüchardt foi um professor e físico alemão do início do século XX que se especializou nos raios de iões positivos, também designados à data por raios canais, mas que ficou conhecido pela sua contribuição pedagógica na termodinâmica com esta experiência, que usava nas suas aulas e que adoptou posteriormente o seu nome. Este é um exemplo notável como se podem inferir grandezas físicas importantes a partir de experiências simples e atualmente com elevado rigor, com o advento da tecnologia.

Conclusões

A base desta experiência – uma simples oscilação dum êmbolo quando se tapa uma seringa – é um bom exemplo de como as ideias nascem muitas vezes de forma completamente independente no espírito de cada um de nós [6]. Esta ideia teve origem numa brincadeira em criança e desenvolvida de forma completamente autónoma, até descobrir posteriormente os artigos relativos a Rüchardt. Refiro aqui os ensinamentos do Prof. José da Costa Cabral do Centro de Fusão Nuclear, que me ensinou a experimentar e só depois pesquisar nas referências bibliográficas, na tentativa de fazer qualquer coisa verdadeiramente original e não condicionada pelo status quo. Não foi este o caso pleno desta lição, mas já me serviu noutras situações.

Fica contudo demonstrado o didatismo numa experiência simples, mas de uma enorme riqueza, cuja tecnologia atual permite ir aos limites de erros inferiores a 1 %. Por outro lado, ainda se pode ir mais longe considerando como variáveis livres não só esse volume inicial mas também a pressão atmosférica, uma vez que esta pode ter variações da ordem de 1 %.

Devido à dependência em potências diferentes dos vários parâmetros, esta experiência aporta ainda uma grande riqueza no estudo da propagação dos erros pela determinação da sensibilidade de cada um relativamente ao seu parâmetro, levando a uma discussão de quais as medidas a que se deve dar particular atenção. No entanto, tal só fará sentido num curso onde a propagação de erros através de derivadas parciais possa ser realizado.



Nota biográfica

Horácio Fernandes é professor do Departamento de Física do Instituto Superior Técnico, onde lecciona cadeiras de Instrumentação Electrónica, Física Básica e Microcontroladores. É investigador no Instituto de Plasmas e Fusão Nuclear, onde desenvolve trabalho científico em Fusão Nuclear na área da física experimental. Mantém igualmente uma regular participação em divulgação científica e interessa-se pela didática da física. Foi membro do *Technical Advisor Panel* da agência europeia para o ITER (F4E) e investigador coordenador numa atividade da IAEA. Desde 1999 desenvolve e mantém um laboratório de acesso remoto no IST com experiências deslocalizadas em várias escolas e centros de ciência, presentemente com cerca de 20 experiências *online*.

Referências

1. K. Weltner e P. Miranda, “Medição do calor específico do ar em sala de aula”, *Cad. Brás. Ens. Fís.* 19(2), 253-263 (2002).
2. S. W. Orchard e L. Glasser, “Ruchardt’s method for measuring the ratio of heat capacities of gases: A laboratory experiment in physical chemistry”, *J. Chem. Educ.* 65(9), 824 (1988).
3. E. Ayars, “Ruchardt’s measurement of γ using a ground-glass syringe”, *AAPT 2007 Summer meeting* (2007)
4. <http://www.e-lab.ist.eu> - acesso em 10/8/2016
5. <http://www.audacityteam.org/> - acesso em 10/8/2016
6. <https://birthofidea.tecnico.ulisboa.pt/#fernandes> - acesso em 10/8/2016