

O paradigma perturbativo e o legado de Feynman na Física contemporânea

Filipe Moura¹

¹ Escola de Tecnologias e Arquitetura, ISCTE - Instituto Universitário de Lisboa

Richard Feynman é conhecido cientificamente sobretudo pelo seu trabalho em Física das Interações Fundamentais. Feynman foi um dos proponentes da Eletrodinâmica Quântica (QED), a versão quântica da teoria eletromagnética formulada no século XIX, tendo por isso sido galardoado em 1965, juntamente com Julian Schwinger e Shinichiro Tomonaga, com o Prémio Nobel de Física. Por ocasião dos cem anos passados sobre o seu nascimento, pretendemos com este artigo recordar os principais aspetos do seu trabalho. Mais do que discutir a sua óbvia relevância científica, procuraremos refletir sobre o papel do mesmo na investigação científica em Física nos dias de hoje.

As contribuições de Feynman foram bastante diversas em diferentes campos da Física, do hélio líquido à computação quântica. Mas podemos dizer, sem risco de polémica, que as contribuições mais importantes foram em Teoria Quântica de Campo e Física de Partículas. Neste domínio, Feynman trabalhou com a interação eletromagnética, mas também com a interação fraca e a interação forte. Na base de todos estes trabalhos, porém, está uma nova formulação (mas não uma nova interpretação!) da Mecânica Quântica.

Na Mecânica Quântica um sistema é descrito por uma função de onda, cuja evolução no tempo (e variação no espaço) é descrita pela equação de Schrödinger. Esta equação é formulada em termos de um operador já existente na Mecânica Clássica, o hamiltoniano, expresso em função das coordenadas e momentos (mas não em função do tempo, pelo menos de um modo explícito), e cujos valores próprios correspondem à energia.

Ora, em Mecânica Quântica mesmo as coordenadas e os respetivos momentos são operadores que não comutam entre si, o que torna os cálculos complicados, principalmente se lidarmos com sistemas de muitas partículas. Além disso, na Mecânica Quântica canónica, as relações entre operadores dependem do tempo, isto é, do instante em que são calculadas. A dependência no tempo surge assim como uma complicação extra. Ora tempo e espaço são relativos, e são relacionados entre si pelas transformações da Teoria da Relatividade, pelo que uma formulação relativista de uma teoria deve considerar tempo e espaço indiferentemente. A formulação da Mecânica Quântica em termos do hamiltoniano não é a mais adequada para uma descrição relativista.

Para este efeito (tecnicamente, o que se chama uma formulação covariante), é mais conveniente o operador lagrangeano (também conhecido na Mecânica Clássica) ou, mais concretamente, o seu integral: a ação S .

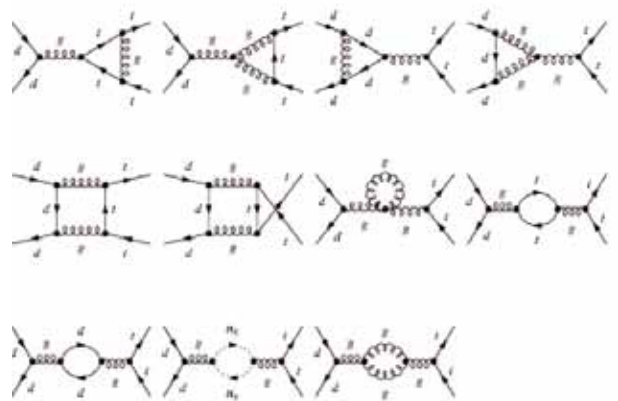


Fig. 1 - Diagramas de Feynman necessários para o cálculo da amplitude do espalhamento de um quark top e um quark down, em primeira ordem em teoria de perturbações.

Na transição de uma partícula de um estado na posição x_1 no instante t_1 para um estado na posição x_2 no instante t_2 , consideram-se todos os caminhos possíveis entre estes dois pontos no plano $x-t$ e, para cada um, calcula-se a respetiva ação $S(x, t)$. Feynman mostrou que cada caminho, descrito por uma função $x(t)$, tem uma contribuição proporcional a um fator de fase dado por $e^{i\frac{S}{\hbar}}$, onde $S(x, t)$ é a ação correspondente e \hbar a constante de Planck reduzida. Para determinar a amplitude de transição, somam-se as contribuições de todos estes caminhos, integrando $e^{i\frac{S}{\hbar}}$ sobre todas as funções $x(t)$ verificando as condições $x(t_1) = x_1$ e $x(t_2) = x_2$. O integral correspondente, designado como integral funcional, é o integral de caminho de Feynman. Por requerer uma matemática mais abstrata e por não se traduzir numa resolução mais simples, a abordagem do integral de caminho não costuma ser utilizada nos problemas e nos cursos introdutórios de Mecânica Quântica, mas

é muitíssimo útil em sistemas com um número infinito de graus de liberdade, relativistas (Teorias Quânticas de Campo) ou não (teorias de muitos corpos em Física Nuclear e Matéria Condensada). Esta formulação dá-nos outra perspectiva sobre a evolução no tempo e sobre o limite clássico da Mecânica Quântica.

Na Mecânica Clássica, é válido o princípio da ação mínima: de entre todos os caminhos possíveis entre dois pontos, esperamos que haja um único caminho “clássico” que minimiza a ação, e a partícula seguirá a trajetória a ele correspondente. A este valor mínimo da ação chamamos portanto S_{cl} . Por a ação ser mínima para este caminho, a sua derivada em relação a qualquer parâmetro ε será 0. Para caminhos numa vizinhança do caminho “clássico”, a variação da ação é em primeira ordem dada por $\delta S = \frac{\delta S}{\delta \varepsilon} \times \delta \varepsilon \approx 0$, e a sua contribuição para a amplitude será da forma

$e^{\frac{iS_{cl} + \delta S}{\hbar}} \approx e^{\frac{iS_{cl}}{\hbar}}$. Isto significa que as contribuições para a amplitude dos caminhos na vizinhança do “clássico” têm aproximadamente todas a mesma fase e, ao serem sobrepostas (como acontece no cálculo do integral de caminho), vão interferir construtivamente. Para um caminho em geral $\delta S \neq 0$, as contribuições dos caminhos na sua vizinhança não estarão em fase e poderão interferir destrutivamente.

Este efeito de as contribuições dos caminhos na vizinhança estarem em fase e como tal se somarem coerentemente, só possível para o caminho que minimiza a ação, é reforçado nas situações em que $S/\hbar \gg 1$, como sucede para uma partícula macroscópica. Este limite $S \gg \hbar$ para a ação do sistema corresponde justamente ao limite clássico da Mecânica Quântica, conforme proposto por Paul Dirac em 1933, e dá-nos assim um significado físico preciso para a constante de Planck. Para um mesmo caminho, as diferenças de fase em relação ao caminho que minimiza a ação crescem com essa mesma ação; no limite clássico obtém-se assim diferenças de fase comparativamente muito superiores. Em contrapartida, no caso quântico em que $S \approx \hbar$ por as diferenças de fase serem muito mais pequenas há uma gama muito maior de caminhos que podem contribuir coerentemente para a amplitude de transição, pelo que o movimento das partículas é muito mais difuso e incerto, não podendo ser descrito pela Mecânica Clássica.

Em Mecânica Quântica, são poucas as interações cujos potenciais originam soluções exatas da equação de Schrödinger: na maioria dos casos, é necessário recorrer ao método da teoria das perturbações. O mesmo se passa em Teoria Quântica de Campo, sendo neste caso o lagrangeano decomposto numa parte livre (sem interações) e noutra parte correspondente à interação em questão, escrita em termos de uma constante de acoplamento. As amplitudes de transição são escritas na forma de uma série per-

turbativa, onde cada termo (formal) da mesma corresponde a uma ordem na constante de acoplamento. Essa ordem corresponde à ordem da teoria das perturbações com que se trabalha. Se tudo funcionar (clarificaremos este ponto a seguir), quanto mais alta for a ordem da teoria das perturbações considerada, mais próximo será o resultado calculado do resultado real. Cada termo formal desta série, numa dada ordem, corresponde na verdade a vários (o número é crescente com a ordem) termos efetivos, escritos em função dos campos correspondentes às partículas consideradas. Feynman criou uma visualização pictórica destes termos efetivos: cada um corresponde ao que se chama um diagrama de Feynman. Estes diagramas possibilitam não só a visualização de cada um dos termos que fazem parte da série perturbativa, incluindo a respetiva ordem de perturbação, mas ainda a determinação da expressão matemática concreta associada a cada termo. Com efeito, existe uma correspondência unívoca entre cada diagrama (cada vértice e cada linha) e uma expressão matemática. A expressão precisa dessa correspondência varia com as interações que estão a ser consideradas, isto é, com o lagrangeano da teoria, mas para um dado lagrangeano é sempre dada pelas mesmas regras: as regras de Feynman. O método aplicado por Feynman à Eletrodinâmica Quântica, bem como outras demonstrações de consistência da teoria, valeram o prémio Nobel de Física de 1965. Ainda hoje se podem fazer cálculos originais em QED aplicados a muitos fenómenos envolvendo somente a interação eletromagnética, nomeadamente em Física Atómica: à medida que os métodos experimentais se vão sofisticando e permitem fazer medições cada vez mais precisas, tornam-se necessários cálculos igualmente mais precisos que com elas possam ser comparados. Merece destaque o célebre exemplo do momento magnético anómalo do eletrão, calculado (até à quarta ordem em teoria de perturbações) e medido, com resultados concordantes, com nove algarismos significativos – uma precisão de 1 num milhar de milhão.

As regras de Feynman foram aplicadas com sucesso em outras teorias quânticas de campo (de Yang-Mills) descrevendo a interação eletrofraca (o Modelo Padrão) e a interação forte (a Cromodinâmica Quântica). O próprio Feynman contribuiu para o avanço da compreensão destas interações.

Relativamente à interação fraca, merece referência um artigo que Feynman publicou com Murray Gell-Mann onde é proposto um lagrangeano com uma diferença entre uma interação descrita por um vetor e uma outra descrita por um pseudovetor ou vetor axial (coloquialmente, “V-A”). Este tipo de lagrangeano viola a paridade, algo que, como é bem sabido, é característico da interação fraca (ver a este respeito a entrevista a Chen-Ning Yang no volume 40, n.º 2 da Gazeta de Física). Mas a teoria V-A proposta por Feynman e Gell-Mann era incompleta, pois não descrevia outra característica fundamental da interação fraca: a alteração de “sabor”. Tal como a Eletrodinâmica Quântica (embora historicamente não lhe seja equiparável), esta teoria viria a ser englobada pela teoria de Salam e Weinberg, o Modelo Padrão das Interações Eletrofracas.

Na interação forte Feynman propôs o modelo dos partões. A muito altas energias ocorrem colisões inelásticas entre pro-

tões e elétrons, que não podem ser descritas por fórmulas como a de Rutherford (válida para colisões elásticas). Devido à grande transferência de energia, o próton desintegra-se; quando esta energia transferida é mesmo muito alta (as chamadas colisões profundamente inelásticas), a estrutura do próton inicial é completamente perdida e um novo formalismo teve de ser desenvolvido para extrair informação das medições. Esta análise, efetuada por James Bjorken, revelou que o próton não poderia ser uma partícula elementar, tendo de possuir algum tipo de estrutura interna. Feynman propôs que o próton fosse constituído por um certo número de partículas pontuais, chamadas partões. A cada um destes partões corresponderia uma fração do momento total do próton. Para muito altas energias, a colisão do elétron com o próton seria descrita como a colisão com um destes partões. Mas de uma análise cuidadosa da distribuição de momentos entre os partões conclui-se que uma fração significativa do momento do próton tem de pertencer a estados que não interajam com fótons, isto é, que sejam eletricamente neutros, pelo que também têm de existir partões com estas características. O modelo dos quarks, proposto por Gell-Mann, associado à Cromodinâmica Quântica, permite identificar os partões eletricamente carregados como quarks e os partões sem carga elétrica como os gluões. O modelo dos partões de Feynman, desta forma, viria a ser perfeitamente incorporado na visão moderna da interação forte baseada na Cromodinâmica Quântica, permitindo uma boa descrição de colisões envolvendo hádrons (não somente prótons) a muito altas energias, sendo ainda hoje usado para este efeito.

As regras de Feynman foram também aplicadas com sucesso em teorias não relativistas (na Física Nuclear e na Física da Matéria Condensada) e em teorias mais especulativas e sem confirmação experimental, como a supersimetria e as teorias de supercordas. Muito para além disso, os diagramas de Feynman simbolizam um paradigma na Física Teórica: o paradigma perturbativo. Mas mesmo esse paradigma, como tudo, tem os seus limites. São esses limites que vamos tentar referir de forma breve no resto deste artigo.

Os leitores mais atentos deverão ter reparado que, quando referimos o princípio da ação mínima e os integrais de caminho, designámos o caminho que minimizava a ação por “caminho clássico”, isto é, o caminho correspondente à trajetória de uma partícula na Mecânica Clássica. Mas isso não é necessariamente verdade: este caminho pode não ser clássico, isto é, pode ser proibido pelas regras da Mecânica Clássica. O método da teoria das perturbações aplica-se somente no cálculo de soluções na vizinhança de estados clássicos, mas não descreve transições puramente quânticas entre estados. Estas transições existem e são possíveis, nomeadamente através do chamado efeito de túnel. Podem ser descritas através de integrais de caminho, se considerarmos os chamados instantões (tal descrição está fora do âmbito deste artigo). Mas não podem ser descritas através dos diagramas de Feynman: são um fenómeno intrinsecamente não perturbativo.

Um outro caso em que a teoria de perturbações deixa de ser válida ocorre, logicamente, quando as aproximações a ela associadas deixam de fazer sentido matematicamente. Embora a série perturbativa associada à Eletrodinâmica

Quântica não seja convergente, tal como foi demonstrado por Freeman Dyson, ela é válida e constitui uma boa aproximação no sentido assintótico. Mas em teorias de Yang-Mills tal nem sempre é válido, e a série deixa de fazer sentido e de ser uma boa aproximação quando o parâmetro perturbativo associado, a constante de acoplamento, for muito grande. Neste caso, diz-se que estamos num regime de acoplamento forte. Na Cromodinâmica Quântica e nas teorias que obedecem à chamada liberdade assintótica, tal ocorre nas energias mais baixas; a aproximação perturbativa só é válida no limite das altas energias, tal como o modelo dos partões.

O estudo de sistemas físicos com acoplamento forte tem grande importância e interesse em muitas situações, mas estes sistemas não podem portanto ser descritos pela teoria das perturbações, pelo menos diretamente. A busca de formulações não perturbativas destas teorias é um tópico ativo de investigação que está fora do âmbito deste artigo, sendo que na Cromodinâmica Quântica ganhou relevância a formulação na rede (“lattice QCD”). Neste artigo abordamos outras possibilidades mais relacionadas com a teoria das perturbações, baseadas no conceito de dualidade. Duas teorias são duais se oferecerem descrições equivalentes através de uma troca de alguns dos seus parâmetros. O exemplo mais simples é a dualidade eletromagnética: na ausência de cargas e correntes, as equações de Maxwell que descrevem a Eletrodinâmica Clássica são invariantes pela troca dos campos elétrico e magnético, de acordo com $\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{B}$ e $\mathbf{B} \rightarrow -\frac{1}{c^2} \mathbf{E}$.

Esta dualidade pode ser generalizada. Se g for uma constante de acoplamento, diz-se que duas teorias são relacionadas pela dualidade S (de *strong-weak*) se uma se transformar na outra através da transformação $g \leftrightarrow \frac{1}{g}$. Em teorias

S-duais, o regime de acoplamento forte (grande valor da constante) de uma teoria é equivalente ao regime perturbativo (pequeno valor da constante) na outra, pelo que os cálculos perturbativos são sempre possíveis, bastando escolher a teoria/formulação que for mais conveniente. A dualidade S não é observada em nenhuma teoria realista, que descreva fenómenos com confirmação experimental: é somente uma propriedade de algumas teorias que possuem simetrias que nunca foram observadas na natureza, como a supersimetria. Tem no entanto um interesse teórico evidente, sendo estudada sobretudo como um exemplo ilustrativo.

Uma dualidade que tem tido muitas aplicações recentes a sistemas mais realistas é a correspondência AdS/CFT. Esta dualidade também tem a sua origem em teorias nunca observadas na natureza: relaciona teorias de supercordas num espaço-tempo limitado por uma fronteira com teorias de campo localizadas nessa mesma fronteira. Para cada observável numa das teorias existe uma correspondente na outra, e

os seus valores coincidem. O mais notável, no nosso contexto, é que a correspondência é realizada de tal forma que o limite perturbativo numa teoria equivale ao limite não perturbativo na outra. Assim sendo, é possível fazer previsões quantitativas em teorias de campo fortemente acopladas através de cálculos perturbativos realizados na teoria dual (desde que esta teoria dual exista, o que nem sempre é garantido). Estes cálculos perturbativos são efetuados segundo as regras e os diagramas de Feynman. A aplicação desta dualidade na Física da Matéria Condensada permite compreender o comportamento da resistividade elétrica de certos supercondutores a alta temperatura (nomeadamente certos cupratos - os chamados metais estranhos), para a qual não é conhecida outra explicação. Aplicada à Cromodinâmica Quântica, a correspondência AdS/CFT tem permitido estudar o plasma de quarks e glúons, um estado exótico da matéria que terá sido formado cerca de 10^{-11} segundos após o Big Bang, originado por colisões de íões pesados a altas energias e temperaturas, causando o desconfinamento dos quarks que constituem os seus núcleos. Neste estado, a Cromodinâmica Quântica perturbativa não é válida, mas a aplicação da correspondência AdS/CFT tem permitido fazer algumas previsões teóricas até então desconhecidas e posteriormente verificadas experimentalmente no colisionador RHIC, no laboratório de Brookhaven nos EUA.

Todos estes exemplos permitem concluir que as regras e os diagramas de Feynman, e mais geralmente a teoria de perturbações, têm dado e continuam a dar explicações e contributos preciosos à Física, por vezes de uma forma surpreendente. Esta abordagem não permite, no entanto, como vimos, explicar vários fenómenos físicos muito importantes, pelo que formulações intrinsecamente não perturbativas das teorias quânticas continuam a ser um tópico muito importante de investigação. A contribuição de Feynman para a Física Teórica, como vimos, é marcante, fundamental e plena de atualidade, continuando a exercer uma grande influência nos dias de hoje.



Fig. 2 - Feynman com parentes em férias diante da carrinha da família, decorada com figuras dos famosos diagramas.

Agradecimentos

Para a elaboração deste artigo foram muito úteis discussões e conversas com Guilherme Milhano. Agradeço ainda a João Ramalho Pires pela leitura atenta.



Filipe Moura Licenciado em Engenharia Física Tecnológica pelo Instituto Superior Técnico (1997) e doutorado em Física no Instituto C.N. Yang de Física Teórica da Universidade do Estado de Nova Iorque em Stony Brook, EUA (2003). Trabalha em Física Teórica de Altas Energias e Física Matemática. É professor auxiliar convidado no ISCTE-Instituto Universitário de Lisboa e editor da Gazeta de Física.