

# O Método de Pfund na determinação de índices de refração em lâminas transparentes: Uma aplicação em sala de aula

Talitha Trovão Vaz<sup>1</sup>, Marcos Binderly Gaspar<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Instituto de Física - Universidade Federal do Rio de Janeiro  
talitha.trova@gmail.com, mgaspar@if.ufrj.br

## Resumo

Este artigo tem como objetivo principal divulgar e auxiliar, tanto alunos quanto profissionais, procedimentos experimentais para determinação de índices de refração de maneira prática e rápida, através do Método de Pfund (descrito no texto), uma alternativa experimental que usa uma camada de espessura milimétrica de material transparente com superfície inferior refletora.

## Introdução

A formação da imagem, ilustrada na figura 1, dá-se por meio de um feixe estreito de luz, como um laser, incidente numa lâmina transparente, com espessura da ordem de milímetros a centímetros. Como o objetivo é usar materiais de fácil acesso em sala de aula, o professor usa a lâmina mais acessível. No caso de líquidos pode ser útil fazer medições variando a profundidade do líquido. Tal experiência permite uma fácil determinação do índice de refração do material constituente usando a determinação do ângulo limite para a reflexão do feixe vindo de um meio mais refringente para outro menos refringente (no caso, o ar). Este procedimento, conhecido como método de Pfund [1], mostra-se adequado para o tratamento da questão ao nível do ensino médio. Neste trabalho desenvolveremos o procedimento experimental de maneira intuitiva para aplicação em sala de aula. A demonstração da Lei de Snell sem a aplicação direta de medições de ângulos pode-se mostrar mais atrativa para o primeiro contacto com a disciplina.

## A formação da imagem

Um feixe de luz colimado, como um laser, apontado para uma lâmina transparente forma uma imagem circular com a superfície da lâmina, como na figura 2.

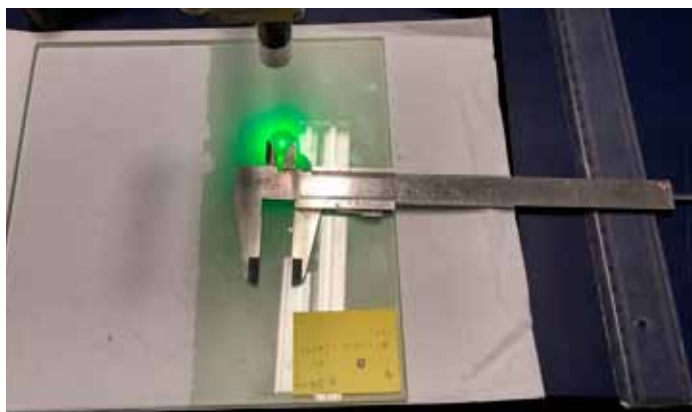


Fig. 1 - Montagem para registro da imagem formada na lâmina de vidro.

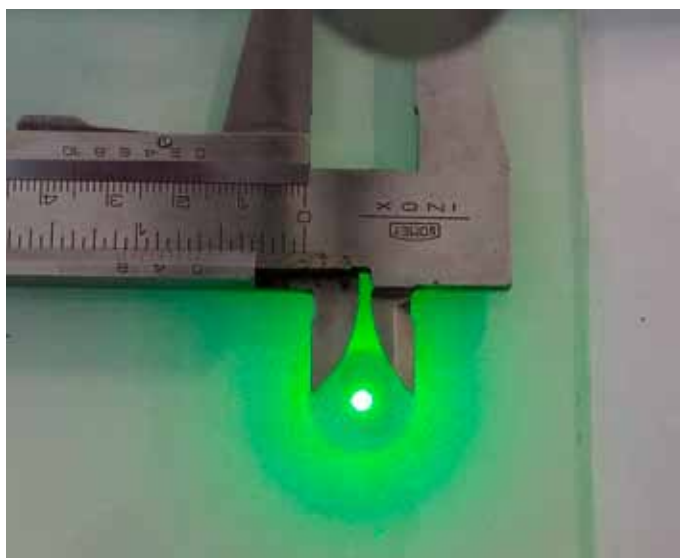


Fig. 2 - Visão ampliada da imagem formada por um feixe de laser verde sobre lâmina de vidro. Destaque para o disco menos iluminado delimitado pelas pontas do paquímetro.

A explicação usual para esta diferença de iluminação usa o conceito de ângulo limite e é a base do método de Pfund [2,3] para a determinação de índices de refração. Nesta interpretação, a área interior do disco (ver figura 2 acima) não recebe raios que foram refletidos na superfície interna superior da lâmina (raios transmitidos do meio mais refringente para o ar), e a área exterior ao disco escuro fica iluminada por raios do feixe difundido que fazem um ângulo com a normal igual ou maior que o ângulo limite, de acordo com o material utilizado (figuras 2, 3 e 4). Podemos afirmar que a percentagem da luz que permeia a lâmina e retorna para o ar (raios da região 2 na figura 4) não é relevante nesta interpretação, considerando apenas o que foi refletido em ângulos iguais ou maiores que o ângulo limite (raios da região 3 na figura 4). A pintura na superfície inferior da lâmina garante que os efeitos de reflexão e refração ocorrerão no meio mais refringente – no caso de meios sólidos ou devido ao próprio recipiente do meio líquido a ser usado.

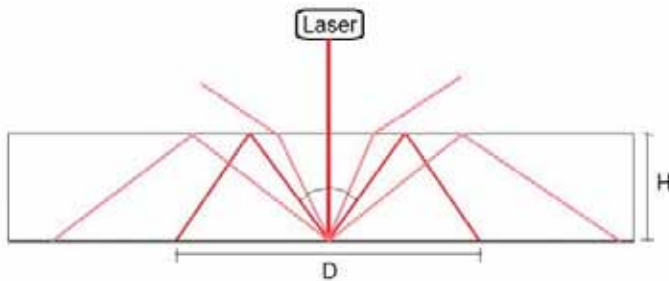


Fig. 3 - Representação lateral do comportamento dos raios de luz em uma lâmina

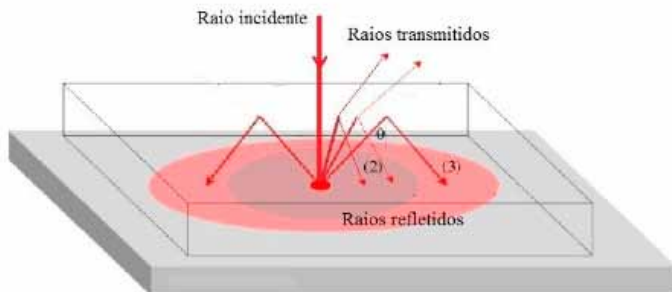


Fig. 4 - Representação em 3D da formação do disco escuro em uma lâmina transparente.

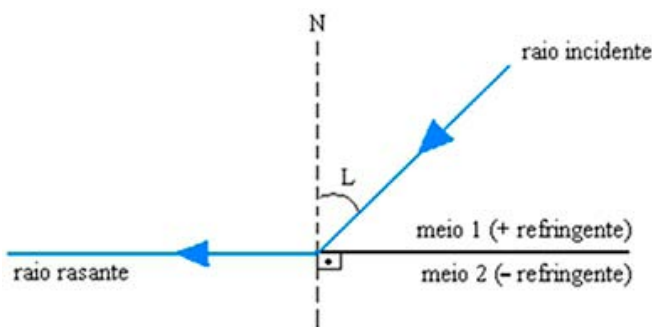


Fig. 5 - Ilustração do ângulo limite (L) entre dois meios transparentes. (© Domiciano Correa Marques da Silva).

Admitindo que a difusão se dê igualmente em todas as direções, obtemos uma imagem circular de diâmetro  $D$ , representada pela região mais escura da imagem. Usando o conceito de ângulo limite ilustrado na figura 5, ou seja, o ângulo de incidência  $\theta_i$ , que resulta no ângulo de refração de  $90^\circ$  (a figura 6 representa o triângulo retângulo o qual resulta na equação de índice de refração). Assim devemos ter:

$$\text{sen}\theta_i / \text{sen}\theta_r = 1/n \quad (1)$$

Denominando  $D$  o diâmetro do disco mais escuro e  $H$  a espessura da lâmina, temos:

$$\text{sen}\theta_i = 1/n = \frac{D/4}{\sqrt{(D/4)^2 + H^2}} \quad (2)$$

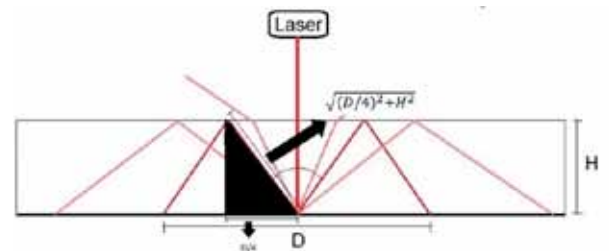


Fig. 6 - Triângulo retângulo usado para a determinação da equação final do Método de Pfund

Reescrevendo, temos:

$$n = \sqrt{1 + \left(\frac{4H}{D}\right)^2} \quad (3)$$

## Materiais e métodos

O aparato experimental consiste numa lâmina de material transparente, podendo ser sólido ou líquido. Neste estudo utilizamos vidro e acrílico, mas também recomendamos água (filtrada e à temperatura ambiente) e glicerina (à temperatura ambiente) devido à facilidade de acesso. A lâmina sólida precisa ser pintada com uma tinta branca em sua face inferior (de preferência spray), para que a imagem seja formada no interior da lâmina. Já nas lâminas líquidas, basta que o recipiente seja liso e branco. Para a extração de medidas nas lâminas de material sólido, usamos um paquímetro com incerteza de  $\pm 0,005$  cm.

A fonte de luz deve ser um laser, devido à elevada colimação do feixe produzido. O efeito de *speckle* (difusão da luz) produzido no centro da imagem circular deve ser desconsiderado, já que o registo de dados se restringe ao limite entre a primeira região menos iluminada (disco escuro) e a segunda região mais iluminada na lâmina em estudo. Durante o registo de dados, usamos um ponteiro laser nas regiões de cor vermelha ( $650 \pm 10$ ) nm e verde ( $530 \pm 10$ ) nm do espectro.

Para que o cálculo do índice de refração seja obtido de forma simples, tivemos o auxílio de um telemóvel com a plataforma Android com um aplicativo

de folha de cálculo como p. ex. o “Microsoft Excel” instalado. O procedimento usado é explicitado no Apêndice 1.

### Resultados obtidos

De acordo com a literatura vigente [4,5], obtemos índices de refração em conformidade até à segunda casa decimal, mostrados na tabela 1 e 2. Observe que é possível verificar a dependência entre o índice de refração do meio e o comprimento de onda do laser incidente no mesmo.

Cor	λ(± 10nm)	Meio	n(± 0,005 cm)	D(± 0,005cm)	n Pfund	± cm	n referência
Vermelho	650	Vidro	0,500	1,520	1,653	0,020	1,660
		Acrílico	0,800	2,000	1,535	0,019	1,488
			1,000	3,380	1,549	0,012	
Verde	532	Vidro	0,500	1,540	1,630	0,028	1,660
		Acrílico	0,800	2,070	1,531	0,019	1,497
			1,000	3,370	1,552	0,012	

Tabela 1 - Resultados obtidos com a aplicação do Método de Pfund em meios sólidos (vidro e acrílico).

Água				
Cor	D(± 0,01cm)	n Pfund	± cm	n referência
Vermelho	9,00	1,34	0,01	1,33
Verde	9,00	1,34	0,01	

Tabela 2 - Resultados obtidos com a aplicação do Método de Pfund em água com 2,00 cm de profundidade e medido com régua com incerteza de 0,01cm.

### Conclusões e Trabalhos futuros

Observamos que o Método de Pfund para a determinação de índices de refração é capaz de nos retornar resultados com precisão na segunda casa decimal, mesmo com as incertezas instrumentais e erros de leitura incluídos no resultado final. Acreditamos que tal precisão pode ser refinada se levarmos em consideração instrumentos mais precisos, como um paquímetro. Além disso, a grande dependência da espessura da lâmina no cálculo de incerteza indica-nos que a incerteza relativa para lâminas mais espessas será menor, em comparação com as mais finas, conforme resultados para o acrílico, indicados na tabela 1.

Além disso, este artigo visa ilustrar que o ensino de óptica geométrica possui experiências de baixa complexidade de montagem e pouco conhecidas. Sendo assim, o método de Pfund abre uma possibilidade para que o educador possa aplicar uma experiência de forma simples, objetiva e com baixo custo.

### Apêndice 1

No aplicativo de folha de cálculo, escolhemos duas células, uma ao lado da outra, para que sirvam de inserção de dados, ou seja, a espessura  $H$  da lâmina e o diâmetro  $D$  do disco escuro. Imediatamente ao lado

destas duas células, inserimos a fórmula referente ao cálculo do índice de refração, conforme exemplo na figura 7.

Levando em consideração a propagação de erros, também é possível calcular a incerteza associada à medida da seguinte forma:  $=E4*RAIZ(2*(0,1/C4)^2+(0,1/D4)^2)$

### Referências

1. T.Schneider, “Pfund’s Method For Finding Index of Refraction of Amorphous Candy” ([http://www.lehigh.edu/imi/scied/docs\\_students/PfundMethod.pdf](http://www.lehigh.edu/imi/scied/docs_students/PfundMethod.pdf))
2. H. F. Perry, “Using Pfund’s Method to find the Index of Refraction” (<http://www.compadre.org/advlabs/tcal/files/PerryH9.pdf>)
3. T. T. Vaz, “Pfund e a determinação de índices de refração: uma nota histórica” ([http://www.15nhct.sbhc.org.br/resources/anais/12/1472929635\\_ARQUIVO\\_15NHCTTalithaTrovao.pdf](http://www.15nhct.sbhc.org.br/resources/anais/12/1472929635_ARQUIVO_15NHCTTalithaTrovao.pdf))
4. S. N. Kasarova et al. “Analysis of the dispersion of optical plastic materials” *Optical Materials* 29, 1481. (2007)
5. [refractiveindex.info](http://refractiveindex.info)



Marcos Bindery Gaspar Possui graduação em Bacharelado em Física pela Universidade Federal da Bahia (1967) e mestrado em Física pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (1979). Atualmente é professor adjunto da Universidade Federal do Rio de Janeiro. Tem interesse em Física experimental para a educação e divulgação científica e ensino de Física para deficientes visuais.



Talitha Trovão Vaz Possui graduação em Bacharelado em Ciências Matemáticas e da Terra pela Universidade Federal do Rio de Janeiro. Tem interesse em experimentação e sensores de fibras óticas e divulgação científica.

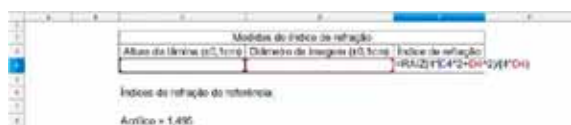


Fig. 7 - Exemplo de montagem da fórmula do Método de Pfund numa folha de cálculo.