

GAZETA DE FISICA

SOCIEDADE PORTUGUESA DE FISICA

CRISTAL
DE Si

ATOMO
DE Si

INTERFACE (3A°)

SiO₂
AMORFO

VOL. 12, FASC. 2

Publicação Trimestral

Abril a Junho 1989

Visualização de Átomos
Cristal Si/SiO₂ amorfo:
interface observada por
microscopia electrónica
de transmissão.

GAZETA DE FÍSICA

Fundada em 1946 por A. Gibert

Propriedade e Edição: Sociedade Portuguesa de Física

Director: Filipe Duarte Santos (Secretário-Geral da S.P.F.)

Comissão de Redacção e Administração

Conselho Directivo da S.P.F.: H. Machado Jorge, F. Duarte Santos, J. Bessa Sousa, Ana M. Eiró, Carlos Matos Ferreira, F. Costa Parente, M. Fernanda Silva, J. Brochado Oliveira, J. Monteiro Moreira, N. Ayres Campos, C. Lopes Gil.

Endereço: Sociedade Portuguesa de Física, Av. da República, 37-4.º — 1000 Lisboa

A **Gazeta de Física** publica artigos, com índole de divulgação, considerados de interesse para estudantes, professores e investigadores em Física. Os artigos podem ter índole teórica, experimental ou aplicada, visando promover o interesse dos jovens pelo estudo da Física, o intercâmbio de ideias e experiências profissionais entre os que ensinam, investigam ou aplicam a Física. As opiniões expressas pelos autores não representam necessariamente posições da S.P.F.

A **Gazeta de Física** deverá constituir também um espaço de informação para as actividades da S.P.F., nomeadamente as suas Delegações Regionais e Divisões Técnicas.

Os manuscritos deverão ser submetidos para publicação em duplicado, dactilografados a dois espaços. Figuras ou fotografias deverão ser apresentadas em folhas separadas e prontas para reprodução, com eventual redução de tamanho.

Toda a correspondência deverá ser enviada para

Gazeta de Física

Sociedade Portuguesa de Física

Av. República, 37-4.º — 1000 LISBOA

A **Gazeta de Física** é enviada gratuitamente a todos os Sócios da S.P.F. no pleno uso dos seus direitos.

Preço de assinatura : país 1500\$00 ; estrangeiro US\$25.

Preço do fascículo avulso (sede e delegações da SPF): 400\$00.

Publicação subsidiada pelo Instituto Nacional de Investigação Científica
e pela Junta Nacional de Investigação Científica e Tecnológica

Tiragem: 2200 exemplares

Proposta de introdução de problemas de semelhança nas cadeiras de Física

ANTÓNIO BROTAS

Instituto Superior Técnico — Lisboa

A diversidade dos sistemas de unidades em uso obrigava, algumas décadas atrás, os professores de Física e de várias disciplinas técnicas a dedicar especial cuidado aos problemas de mudança de unidades. Estes problemas tinham a vantagem de despertar a atenção dos estudantes para a questão da dimensão das grandezas físicas e da homogeneidade dimensional das fórmulas. Os alunos, dum modo geral, sabiam, desde o final do secundário, determinar com segurança as dimensões das grandezas mecânicas. Este conhecimento, para além de os auxiliar e de lhes dar confiança na resolução de problemas, tinha um papel formativo importante, pois lhe dava, no mínimo, uma habituação, e a alguns levava a reflectir sobre o significado e modo de aparecimento das fórmulas da Física. Com a tendência actual para o uso de um só sistema de unidades os problemas de mudança de unidades foram quase abandonados e a sensibilidade para estas questões diminuiu bastante. É hoje frequente encontrar nos primeiros anos da Universidade alunos que não ouviram falar do assunto, ou o consideram inteiramente periférico. Não se justificando o retorno aos antigos problemas, parece altamente indicada a sua substituição por um outro tipo de problemas, que designaremos por problemas de semelhança, que permitem trazer de novo a questão da dimensão das grandezas para o centro dos cursos de Física.

Apresentamos alguns exemplos de problemas deste segundo tipo:

1 — Dois sólidos são semelhantes. Sendo as dimensões lineares do segundo duas vezes as do primeiro, como estão relacionadas as suas superfícies e os seus volumes?

2 — Dois trajectos semelhantes são percorridos de um modo semelhante por dois pontos. Sendo as dimensões lineares do segundo trajecto duas vezes as do primeiro, e sendo, em cada instante, a velocidade do segundo ponto tripla da do primeiro, como estão relacionadas as respectivas acelerações? E os tempos que demoram os dois trajectos a ser percorridos?

3 — No problema 1, sendo a densidade do segundo sólido 1,2 vezes a do primeiro, como estão relacionadas as respectivas massas e momentos de inércia?

4 — Tendo no problema 2 os dois corpos as massas m_1 e $m_2 = 5 m_1$, como estão relacionadas as respectivas energias cinéticas e as forças que sobre eles se exercem?

5 — Mostre que não é possível construir duas figuras semelhantes, em particular dois círculos, de dimensões diferentes sobre uma superfície esférica de raio R .

6 — Imagine um sistema solar semelhante ao do Sol em que as massas dos astros são 9 vezes maiores e as distâncias 4 vezes menores. Como estão relacionados os períodos dos movimentos de translação dos planetas dos dois sistemas?

7 — A frequência de vibração de uma mola é de 10 vibrações por segundo. Qual a frequência de vibração de outra mola semelhante

à anterior, feita com o mesmo material e com dimensões lineares 5 vezes menores?

8—Dois recipientes semelhantes na escala de 1 para 2 estão cheios de um líquido viscoso. Que relação há entre o tempo que se demoram a esvaziar quando no fundo de um e de outro se abrem dois orifícios semelhantes?

9—A velocidade de um navio é de 40 km/h. Qual deve ser a velocidade de um modelo reduzido na escala de 1 para 25 para reproduzir de um modo semelhante a navegação do navio real? E para impor essa velocidade qual deve ser a relação entre as potências dos motores do navio e do modelo? E se o modelo reduzido navegar não na água mas no mercúrio e não num laboratório terrestre mas na Lua?

10—Mostre que os ensaios laboratoriais de modelos reduzidos de portos destinados a estudar o arrastamento dos elementos constituintes de um molhe não são propícios (caso não se utilizem artifícios especiais) para a verificação da resistência desses mesmos elementos. (Caso do molhe de Sines).

11—O caudal num tubo horizontal de diâmetro $d(1)$ de um líquido de densidade $\rho(1)$ e viscosidade $\mu(1)$ é $q(1)$. Qual deve ser o caudal $q(2)$ de um segundo líquido de densidade $\rho(2)$ e viscosidade $\mu(2)$ para reproduzir semelhantemente o escoamento num tubo de diâmetro $d(2)$? No caso da semelhança qual é a relação entre as perdas de carga unitárias $[\tau]=M L^{-2} T^{-2}$ (diferenças de pressão ao longo dos tubos por unidade de comprimento)?

12—Dois circuitos percorridos por correntes eléctricas atraem-se com a força de 1 N. Com que força se atraem circuitos semelhantes, colocados numa posição semelhante, com dimensões lineares 10 vezes maiores e percorridos por correntes iguais? E se as correntes forem 3 vezes maiores?

13—Um condutor electrizado atrai um dieléctrico com a força de 0,001 N. No caso de uma reprodução semelhante de todos os elementos na escala de 1 para 2, mas com

14—Um íman atrai uma peça em ferro com a força de 0,1 N. Com os mesmos

materiais foi fabricado um outro íman e outra a carga aumentada para o triplo, qual é a força de atracção?

peça em ferro semelhantes, na escala de 1 para 2, que foram colocados em posições semelhantes. Com que força se atraem?

15—Numa região mineira constatou-se que numa mina à profundidade de 300 m o dia mais quente do ano coincidia com o dia mais frio à superfície. O fenómeno nada tem de estranho para quem conhecer a equação de Fourier. É semelhante ao que se passa nas caves, frescas de dia e mais quentes à noite. Admitindo que na região referida o solo é homogéneo até à superfície, determine a que profundidade é previsível, na parede de um poço, encontrar um desfaseamento de 12 horas em relação aos máximos e mínimos de temperatura à superfície. (Informação: na equação de Fourier figura uma única constante de dimensão $L^{-2}T$).

As cadeiras onde habitualmente se estudam problemas deste tipo são as cadeiras de Hidráulica e de Mecânica dos Fluidos das escolas de Engenharia. Assim, quase só os engenheiros civis e mecânicos têm alguma formação neste terreno. Parte dos problemas acima apresentados são problemas saídos em exames do I.S.T. Outros são transcritos do artigo: «Notas sobre a teoria da Semelhança» publicado, em 1980, no número 460 da revista «Técnica». O objectivo era, como agora, chamar a atenção para o assunto e propor, como prática habitual, a inclusão de problemas de semelhança nas cadeiras de Física dos primeiros anos de todos os cursos científicos e técnicos. Falei igualmente do assunto num Encontro Nacional de Física. O que se faz, aqui, é uma nova tentativa enriquecida com alguma experiência pedagógica adquirida nestes anos. (A notação a seguir utilizada é algo diferente da do artigo da «Técnica»).

Como ensinar a resolver problemas de semelhança

Penso, em primeiro lugar, que neste assunto, como em vários outros, não há que «ensinar»

muito ao alunos. Há, sim, que despertar neles o hábito e a capacidade (e o gosto) de resolverem, ou pelo menos tentarem resolver problemas *pensando neles* antes de irem a correr procurar informações na bibliografia (ou, o que é pior, em cadernos de problemas resolvidos). Há, naturalmente, que lhes dar alguma ajuda.

No caso em questão, apresentada uma lista como a acima exposta, o docente pode dizer: «Está aqui uma lista de problemas. Os primeiros são fáceis e os outros são difíceis ou, pelo menos, não imediatos para quem não tenha pensado no assunto. Procurem ver como resolvem os primeiros e procurem depois utilizar a mesma metodologia na resolução dos seguintes».

O primeiro problema é de Geometria. O segundo é de Cinemática. As grandezas em questão são-nos muito familiares. Com alguma atenção e um mínimo de reflexão todos os estudantes são capazes de os resolver. Mas que método utilizam? São capazes de falar dele?

Manifestamente estes problemas estão relacionados com a dimensão das grandezas físicas e há algo de semelhante entre eles e os problemas de mudança de unidades. Vamos, pois, rever estas questões a partir das suas bases mais elementares.

As dimensões das grandezas físicas

Sabemos que as fórmulas da Geometria que nos dão os volumes e as áreas laterais dos cubos, das esferas, etc., etc., ($V = l^3$; $A = 6 l^2$; $V = 4 \pi/3 r^3$; $A = 4 \pi r^2$;) são invariantes no sentido de que servem para objectos e figuras de qualquer tamanho. São ainda invariantes no sentido de que são utilizáveis qualquer que seja a unidade de comprimento adoptada: os valores numéricos que figuram dos dois lados do sinal de igual nas aplicações concretas transformam-se de igual modo (aparecem multiplicados por factores iguais) quando mudamos de unidade de comprimento (e simultaneamente adoptamos as unidades de área e volume a ela associadas).

Designemos por L_{12} a relação entre duas unidades de comprimento:

$$L_{12} = \frac{\text{Unidade de comprimento 1}}{\text{Unidade de comprimento 2}}$$

e por l_1 e l_2 os valores numéricos das medições de um dado comprimento quando são usadas as unidades 1 e 2. Temos:

$$l_2 = l_1 \cdot L_{12} \quad .$$

Esta relação é válida qualquer que seja o comprimento medido.

A invariância de uma fórmula, como por exemplo: $V = l^3$, significa ser verdade:

$$V_1 = l_1^3 \quad \text{e} \quad V_2 = l_2^3 \quad ,$$

sendo V_1 e V_2 os valores numéricos dum volume, neste caso de um cubo, quando usamos as unidades de volume correspondentes às unidades de comprimento 1 e 2.

Os valores numéricos V_1 e V_2 de um volume (qualquer) devem estar relacionados por:

$$V_2 = V_1 \frac{\text{Unidade de volume 1}}{\text{Unidade de volume 2}} = V_1 \cdot V_{12}$$

Reunindo todos estes elementos temos:

$$V_{12} = \frac{\text{Unidade de volume 1}}{\text{Unidade de volume 2}} = (L_{12})^3 = \left(\frac{\text{Unidade de comp. 1}}{\text{Unidade de comp. 2}} \right)^3$$

e

$$V_2 = V_1 \cdot L_{12}^3 \quad .$$

Exprimimos estes resultados, válidos para todos os volumes, escrevendo:

$$[l] = [\text{distância}] = L \quad ; \quad [V] = [\text{volume}] = L^3$$

e dizendo que a dimensão do volume é L^3 . Para as áreas temos $[A] = L^2$.

Todas as fórmulas da Geometria (nelas figuram distâncias, áreas e volumes) são concordantes com estes resultados. Esta concordância é assegurada pela sua homogeneidade, ou seja, igual dimensão (igual modo de trans-

formação nas mudanças de sistemas de unidades) das expressões que figuram dos dois lados do sinal de igualdade.

Quando passamos da Geometria para a Cinemática aparece-nos uma nova grandeza, o tempo, independente dos comprimentos. Usamos a notação:

$$[t] = [\text{tempo}] = T$$

para significar:

$$t_2 = t_1 \frac{\text{Unidade de tempo 1}}{\text{Unidade de tempo 2}} = t_1 \cdot T_{12}$$

Exigimos que as fórmulas da Cinemática sejam invariantes, como as da Geometria. As primeiras fórmulas em que nos aparecem as grandezas velocidade e aceleração permitem-nos determinar as suas dimensões, isto é, o seu modo de transformação quando mudam as unidades de comprimento e de tempo. Usando estas dimensões podemos, em seguida, verificar a invariância de todas as restantes fórmulas.

À semelhança do que fizemos em Geometria, uma abreviatura como:

$$[a] = L T^{-2}$$

significa:

$$\frac{\text{Unidade de aceleração 1}}{\text{Unidade de aceleração 2}} = L_{12} \cdot T_{12}^{-2}$$

e

$$a_2 = a_1 L_{12} T_{12}^{-2}$$

Em Dinâmica, a fórmula $f=ma$ obriga-nos a escolher uma nova unidade fundamental (não dependente das anteriores). Habitualmente escolhemos a unidade de massa e escrevemos $[m]=M$. A massa é assim adoptada como grandeza fundamental. É fácil, em seguida, diante de uma lista de fórmulas da Mecânica, determinar as expressões dimensionais em função de M, L, T de todas as grandezas mecânicas e com elas verificar a invariância de todas as fórmulas. (Inicialmente adoptava-se a força como grandeza fundamental $[f]=F$. Nalguns problemas é útil continuar a fazê-lo para simplificar os cálculos).

Note-se que, quando escrevemos uma expressão como a lei da atracção universal de Newton:

$$f = G m m' / r^2$$

somos obrigados a atribuir à constante G a dimensão:

$$[G] = M^{-1} L^3 T^{-2}$$

para assegurar a invariância da fórmula.

G tem assim o valor $G = 6,673 \times 10^{-8}$ no sistema CGS e o valor $G = 6,673 \times 10^{-11}$ no sistema MKS.

Em Electromagnetismo, é necessário escolher uma quarta unidade independente, ou seja, uma nova grandeza fundamental. Inicialmente escolheu-se a carga $[q]=Q$ mas, recentemente, passou-se para a intensidade de corrente $[i]=I$ por as intensidades serem mais fáceis de medir. Pesou, sem dúvida, a influência dos electrotécnicos. É possível que, por influência dos físicos das partículas elementares, se volte um dia para trás. De qualquer modo, usando $MLTQ$, ou $MLTI$, é fácil determinar as dimensões das grandezas electromagnéticas e verificar a invariância de todas as fórmulas.

Note-se que as duas constantes ϵ_0 e μ_0 aparecem com as dimensões:

$$[\epsilon_0] = M^{-1} L^{-3} T^4 I^2 \quad \text{e} \quad [\mu_0] = M L T^2 I^{-2}$$

condizentes com a fórmula:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

em que c é a velocidade da luz.

No Sistema Internacional (não racionalizado) ϵ_0 e μ_0 têm os valores:

$$\epsilon_0 = \frac{1}{(2,997925)^2 10^9} \quad , \quad \mu_0 = 10^{-7}$$

(no sistema racionalizado ϵ_0 aparece dividido por 4π e μ_0 multiplicou por 4π).

Em Termodinâmica somos obrigados a introduzir uma nova grandeza fundamental.

Escolhemos habitualmente a temperatura $[T] = [\text{temperatura}] = \theta$.

A constante de Boltzmann aparece-nos com a dimensão $[k] = M L^2 T^{-2} \theta^{-2}$. Num sistema: metro, kilograma, segundo, grau Kelvin, k toma o valor:

$$k = 1,38054 \times 10^{-23}$$

(Um exercício aconselhável a quem tenha de iniciar o estudo de um capítulo da Física, é escrever em ordem dispersa numa folha de papel todas as fórmulas relacionadas com a nova matéria, mesmo as na altura ainda não estudadas e, em seguida, determinar as dimensões de todas as grandezas que nelas figuram e com elas verificar a invariância de todas as fórmulas).

Os problemas de mudança de unidades

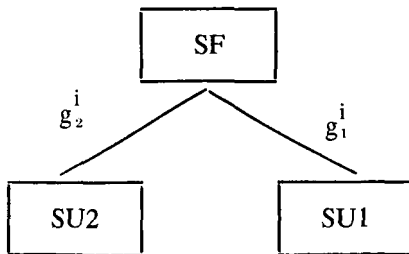
Compreendida a matéria exposta, a resolução de problemas de mudança de unidades torna-se algo elementar, quase automático.

Sendo g^i uma grandeza de um sistema físico, conhecida a sua dimensão, isto é, os expoentes $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \theta_i, \varphi_i$ da fórmula:

$$[g^i] = M^{\alpha_i} L^{\beta_i} T^{\gamma_i} I^{\theta_i} \theta^{\varphi_i}$$

e sendo dadas as relações $M_{12}, L_{12}, T_{12}, I_{12}$ e θ_{12} entre as unidades de dois sistemas, os valores numéricos g_1^i e g_2^i da referida grandeza nos dois sistemas estão relacionados por:

$$g_2^i = g_1^i M_{12}^{\alpha_i} L_{12}^{\beta_i} T_{12}^{\gamma_i} I_{12}^{\theta_i} \theta_{12}^{\varphi_i}$$



Os problemas de semelhança

Definição de semelhança

Podemos usar a seguinte definição de semelhança geométrica:

«Duas figuras, ou objectos, 1 e 2 são semelhantes se for possível estabelecer uma

correspondência biunívoca $P_1 \leftrightarrow P_2$ tal que as distâncias entre os pontos da primeira e as distâncias entre os pontos correspondentes da segunda tenham uma relação constante R_{12} .

$$R_{12} = \frac{d(1)}{d(2)} = \frac{|A_1 - B_1|}{|A_2 - B_2|} = \frac{d_1(1)}{d_1(2)} = \frac{d_2(1)}{d_2(2)}, \quad (\forall A_1, B_1)$$

(Representamos por $d_1(1)$ e $d_2(1)$ os valores numéricos da distância $d(1)$ entre os pontos A_1 e B_1 em dois sistemas de unidades 1 e 2. Idem para $d_1(2)$ e $d_2(2)$, valores numéricos da distância $d(2)$ entre os pontos A_2 e B_2).

Admitamos que a relação L_{12} entre as unidades de comprimento de dois sistemas de unidades é exactamente igual a R_{12} :

$$\frac{d_2(1)}{d_1(1)} = \frac{d_2(2)}{d_1(2)} = L_{12} = \frac{\text{Unid. comp. 1}}{\text{Unid. comp. 2}} = R_{12} = \frac{d_1(1)}{d_1(2)}$$

Vemos imediatamente que:

$L_{12} = R_{12} \leftrightarrow d_1(1) = d_2(2)$ (para todos os pares de pontos), o que nos permite exprimir a noção de semelhança de um modo muito breve e fácil de apreender:

«Duas figuras são semelhantes se houver dois sistemas de unidades 1 e 2 tais que $d_1(1) = d_2(2)$ (para todos os pares de pontos)».

Dois quadrados são semelhantes.

Seja L_{12} a relação entre as unidades de comprimento de dois sistemas de unidades. Sejam dois quadrados tais que entre os seus lados haja a relação:

$$R_{12} = \frac{d(1)}{d(2)} = L_{12}$$

A fórmula $A = 1^2$ da Geometria é invariante, como dissemos, no sentido de ser aplicável a todo e qualquer quadrado, e no sentido de ser utilizável com qualquer sistema de unidades. Podemos em consequência escrever:

$$\frac{A_2(1)}{A_2(2)} = \frac{A(1)}{A(2)} = \frac{d(1)^2}{d(2)^2} = R_{12}^2 = L_{12}^2 = \frac{A_2(1)}{A_1(1)}$$

Vemos que a relação $d_2(2)=d_1(1)$ implica para a área dos quadrados e consequentemente para as áreas de quaisquer figuras:

$$A_2(2)=A_1(1) \quad .$$

Usando a fórmula do volume do cubo encontramos de igual modo para os volumes:

$$V_2(2)=V_1(1) \quad .$$

Estes resultados permitem-nos substituir a anterior definição por outra equivalente, mas com uma formulação de âmbito mais vasto:

«Dois objectos geométricos são semelhantes se houver dois sistemas de unidades 1 e 2 tais que, para as grandezas (g^i) correspondentes de um e de outro (distâncias, áreas e volumes), se verificar:

$$g_2^i(2)=g_1^i(1) \quad \gg.$$

É a generalização desta definição que vamos adoptar para definição de semelhança física de dois sistemas:

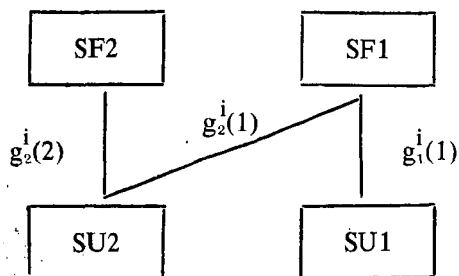
«Dois sistemas físicos 1 e 2 são semelhantes, se existirem dois sistemas de unidades 1 e 2 tais que, para as grandezas correspondentes $g^i(1)$ e $g^i(2)$ de um e de outro (grandezas físicas que interessem ao nosso estudo), se verificar:

$$g_2^i(2)=g_1^i(1) \quad \gg.$$

ou seja:

$$R_{12}^i = \frac{g^i(1)}{g^i(2)} = \frac{g_2^i(1)}{g_2^i(2)} = \frac{g_2^i(1)}{g_1^i(1)} = \\ = M_{12}^{\alpha i} L_{12}^{\beta i} T_{12}^{\gamma i} I_{12}^{\theta i} \theta_{12}^{\varphi i}$$

Esta última fórmula desempenha um papel fundamental na resolução dos problemas.



Resolução dos problemas

Os problemas que nos são postos obedecem em geral ao seguinte esquema:

1—É-nos descrito um sistema físico SF1.

2—É-nos perguntado se é possível construir (ou simplesmente imaginar) um sistema físico SF2, semelhante ao anterior, que verifiquem certas condições do tipo:

$$R_{12}^i = \frac{g^i(1)}{g^i(2)}$$

em que os R_{12}^i nos são dados ou impostos.

3—Caso sim, é-nos pedido para calcular os

$$R_{12}^i = \frac{g^i(1)}{g^i(2)}$$

correspondentes a grandezas g^j distintas das grandezas g^i , mas a partir delas calculáveis.

Consideremos o problema 4.

Os dados permitem-nos escrever:

$$R_{12}^l = \frac{l(1)}{l(2)} = \frac{1}{2} = L_{12} \quad ;$$

$$R_{12}^m = \frac{m(1)}{m(2)} = \frac{1}{5} = M_{12} \quad ;$$

$$R_{12}^v = \frac{v(1)}{v(2)} = \frac{1}{3} = L_{12} T_{12}^{-1} \quad .$$

Estas relações permitem-nos calcular M_{12} , L_{12} , T_{12} . Com os valores obtidos podemos, imediatamente, escrever a resposta às questões postas:

$$R_{12}^{E_n} = \frac{E_n(1)}{E_n(2)} = M_{12} L_{12}^2 T_{12}^{-2} = \frac{1}{45} \quad ;$$

$$R_{12}^f = \frac{f(1)}{f(2)} = M_{12} L_{12} T_{12}^{-2} = \frac{2}{45} \quad .$$

Nos problemas de Mecânica deste tipo, dado um sistema físico inicial, para construir um sistema semelhante basta-nos atribuir valores à nossa escolha aos três coeficientes M_{12} , L_{12} , T_{12} . Neste sentido diremos que as equações da Mecânica simples (sem lei da atracção uni-

versal de Newton) são equações «com invariância de escala com três graus de liberdade». (Esta maneira de dizer não é corrente e estamos a introduzi-la aqui. É apresentada à crítica dos leitores).

No mesmo sentido diremos que as fórmulas da geometria euclideana (a uma, duas e três dimensões) têm «invariância de escala com um grau de liberdade» e que as fórmulas da Cinemática têm «dois graus de liberdade».

O papel das constantes

Vemos que os problemas de semelhança se podem resolver quase com tanto «automatismo» como os problemas de mudança de unidades. É no entanto preciso algum cuidado.

Vejamos o problema 5.

A área de um círculo (calote) de raio r na superfície de uma esfera de raio R é dada por:

$$A = 2 \pi R^2 \left(1 - \cos \frac{r}{R} \right) \approx \pi r^2 \quad (\text{para } r \ll R).$$

Esta fórmula é invariante como as anteriores. Para resolver o problema 5 nem sequer é necessário conhecê-la em detalhe. Basta saber que A é uma função homogênea de grau dois de r e R , mas não unicamente de r .

Se considerarmos duas calotes de raios diferentes $r(1) \neq r(2)$ sobre uma mesma superfície esférica $R = R(1) = R(2)$, não encontramos solução conjunta para:

$$R_{12}^r = \frac{r(1)}{r(2)} = L_{12} \neq 1 \quad \text{e} \quad R_{12}^R = \frac{R(1)}{R(2)} = L_{12} = 1.$$

Temos ainda:

$$\frac{A(1)}{A(2)} \neq \left(\frac{r(1)}{r(2)} \right)^2$$

Não há, pois, calotes semelhantes com raios diferentes sobre uma mesma superfície esférica. Nem outras quaisquer figuras semelhantes com dimensões diferentes.

As fórmulas da geometria sobre uma esfera têm assim «zero graus de liberdade», ou «inva-

riância de escala nula». (A imposição de $R(1) = R(2)$ retirou-nos a liberdade de escolha de L_{12}).

Note-se que para r pequenos ($r \gg R$) a fórmula aproximada permite-nos escrever:

$$\frac{r(1)}{r(2)} \approx L_{12} \quad ; \quad \frac{A(1)}{A(2)} \approx L_{12}^2$$

Ignorando o valor de R , que pode não ser notado por quem ande a fazer uma geometria local à superfície de uma esfera, podemos dizer que para pequenas figuras há uma invariância de escala aproximada.

Olhemos agora o problema 6.

Queremos imaginar dois sistemas solares com dimensões diferentes e massas diferentes. A constante G será a mesma nos dois casos porque não nos propomos mudar de Universo. Os dados do problema traduzem-se por:

$$R_{12}^m = \frac{m(1)}{m(2)} = \frac{1}{9} = M_{12} \quad ;$$

$$R_{12}^d = \frac{d(1)}{d(2)} = 4 = L_{12}$$

$$R_{12}^G = \frac{G(1)}{G(2)} = 1 = M_{12}^{-1} L_{12}^3 T_{12}^{-2}$$

Estas relações permitem-nos calcular T_{12} e escrever:

$$R_{12}^{\text{per}} = \frac{\text{per}(1)}{\text{per}(2)} = T_{12} = 24.$$

Nos problemas de Mecânica envolvendo a lei de atracção universal na procura de sistemas semelhantes somos limitados pela imposição $G(1) = G(2)$. Na escolha de M_{12} , L_{12} e T_{12} só temos *dois* graus de liberdade. As equações da Mecânica com inclusão da lei de atracção universal só têm assim «invariância de escala com dois graus de liberdade».

A constante G desempenha um papel semelhante ao raio R no problema anterior. Nos problemas de Mecânica Celeste, em que as massas são grandes, G tem um papel fundamental. Nos problemas com massas pequenas

a sua influência é mínima. Ninguém pretende que no choque entre dois carros a atracção universal desempenhe qualquer papel significativo. Assim as equações da Mecânica em rigor, têm invariância de escala com dois graus de liberdade, mas nos problemas com massas pequenas têm aproximadamente três graus de liberdade.

Podemos pensar que as equações globais de Física não devem ter uma invariância de escala rigorosa. Se assim não fosse deveria haver átomos de todos os tamanhos. Nos modelos clássicos como os que estamos a considerar, os graus de liberdade das equações, vão-se perdendo à medida que nelas aparecem constantes fundamentais. Um conjunto de fórmulas em que apareçam as constantes G , c e h já não tem invariância de escala. Como é sabido, esta última constante foi introduzida em Física dum modo muito especial que obrigou, exactamente, a ultrapassar, os modelos clássicos. A não invariância de escala da Física é, pois, algo que se revela de um modo muito subtil e não há a pretensão de a tratar num âmbito clássico. Menos ainda num âmbito não relativista em que se não consideram, como é o caso aqui, noções de que hoje se fala de um modo tão corrente (e talvez abusivo) como é o caso da duração e dimensões do Universo.

O que acaba quase por ser motivo de surpresa, é haver equações da Física com invariância de escala, com dois e três graus de liberdade, que não serão em absoluto rigorosas, mas que têm domínios de aplicação extremamente vastos. Foi com estas equações que começamos a fazer Física. Elas revelaram-se concordantes com uma gama imensa de fenómenos e com o comportamento dos objectos que encontramos à nossa volta (embora de um modo geral não expliquem a sua existência). Habituaamo-nos, assim, a esta invariância de escala das equações e de muitos fenómenos e objectos da Física que nos pareceu rigorosa. É desta invariância que se trata quando falamos de problemas de semelhança.

Os modelos reduzidos (ou ampliados)

Vejam os mais alguns problemas.

Problema 7

A frequência de vibração de uma mola depende da sua densidade $[\rho] = M L^{-3}$ e do seu módulo de elasticidade $[E] = M L^{-1} T^{-2}$.

Sendo o material o mesmo, temos:

$$R^{\rho} = M_{12} L_{12}^{-3} = 1 \quad ; \quad R^E = M_{12} L_{12}^{-1} T_{12}^{-2} = 1 \quad ;$$

Sendo $R^d = 5 = L_{12}$, obtemos:

$$T_{12} = 5 \quad ; \quad R^f = T_{12}^{-1} = \frac{1}{5} \quad ;$$

$f(2) = 5 f(1)$. A frequência da segunda mola é 5 vezes superior à da primeira.

As equações de vibração de uma mola de um dado material, em que figuram duas constantes, têm «invariância de escala com um grau de liberdade». As molas desse material geometricamente semelhantes vibram de um modo semelhante.

Problema 8

O escoamento de um líquido depende da aceleração da gravidade g , da densidade ρ , e da viscosidade μ de dimensão $[\mu] = M L^{-1} T^{-1}$.

Nas duas situações à partida semelhantes, com o mesmo líquido mas com dimensões diferentes, temos:

$$R^g = L_{12} T_{12}^{-2} = 1 \quad ; \quad R^{\rho} = M_{12} L_{12}^{-3} = 1 \quad ;$$

$$R^{\mu} = M_{12} L_{12}^{-1} T_{12}^{-1} = 1 \quad ; \quad R^d = L_{12} = \frac{1}{2} = 1.$$

Estas relações não são conciliáveis. Tal significa que os recipientes considerados, embora geometricamente semelhantes e com o mesmo líquido, não têm escoamentos semelhantes. Para conhecer a duração de cada escoamento há que usar as equações da Hidráulica e fazer o cálculo completo tendo em conta as condições nos limites e os particularismos de cada problema. A teoria da semelhança não é aplicável. As equações do escoamento de um líquido viscoso de um recipiente, dependendo

de três constantes, não tem «invariância de escala».

Problema 9

A situação aparentemente é a mesma do problema anterior. Sucede, porém, que no estudo de um navio a influência da viscosidade da água é diminuta e não é, de facto, tida em conta pelos engenheiros.

Podemos, pois, não considerar a condição:

$$R^{\mu} = M_{12} L_{12}^{-1} T_{12}^{-1} = 1 .$$

As restantes condições:

$$R^g = 1 ; R^{\rho} = 1 \text{ e } R^d = \frac{d(1)}{d(2)} = 25$$

são conciliáveis e fornecem-nos:

$$L_{12} = 25 ; T_{12} = 5 ; M_{12} = 125 ,$$

com o que calculamos:

$$R^{\text{pot}} = \frac{\text{pot}(1)}{\text{pot}(2)} = 5^7 .$$

No caso do navio navegar no mercúrio e na Lua teríamos:

$$R^g = 10 ; R^{\rho} = \frac{1}{13,6} .$$

Nos problemas de Mecânica dos Fluidos deste tipo, em que há uma invariância de escala aproximada por ser muito pequeno o efeito da viscosidade, dizemos que há *semelhança de Froude*.

O número de Froude, o mesmo no navio e no modelo é dado por:

$$F_r = \frac{v(1)^2}{g(1) \cdot l(1)} = \frac{v(2)^2}{g(2) \cdot l(2)} ,$$

em que $l(1)$ e $l(2)$ são comprimentos característicos do sistema em estudo, normalmente, num caso como este, o comprimento do navio.

Problema 10

É igualmente um problema em que há semelhança de Froude. É fácil verificar que as forças hidráulicas variam com o cubo das dimensões lineares. Como o mesmo se passa com o peso, o arrastamento ou não arrastamento dos elementos dum molhe pode ser

ensaiado em modelo reduzido. As pressões variam porém com a dimensão linear. As pressões à superfície, e portanto também as tensões internas, num modelo com dimensões 10 vezes menores são 10 vezes menores. Compreende-se que no molhe possam aparecer elementos partidos sem que nada tenha sido detectado no modelo reduzido.

Problema 11

Trata-se de um problema em que a influência de g não se faz sentir. Em que podemos, portanto, pôr de lado a relação $R^g = 1$. Com as restantes condições calculamos M_{12} , L_{12} , T_{12} . Dizemos, neste caso, que há invariância de Reynolds. O número de Reynolds, o mesmo para os dois sistemas, é dado por:

$$R_e = \frac{\rho(1) v(1) l(1)}{\mu(1)} = \frac{\rho(2) v(2) l(2)}{\mu(2)} .$$

Quando se sabe que há semelhanças Reynolds, esta igualdade permite resolver quase automaticamente muitos problemas.

Vemos que para resolver problemas de semelhança há que saber quais as grandezas que tem influência no fenómeno em causa. (É uma informação que pode ser colhida junto dos especialistas). Nos problemas técnicos, em rigor, a «invariância de escala» é quase sempre nula. A arte na utilização da teoria da semelhança esta em saber quais as grandezas cuja influência pode ser ignorada, para se ter uma invariância de escala aproximada que nos permita utilizar modelos com escalas diferentes.

Há, como vemos, uma diferença substancial entre os problemas de mudanças de unidades e os problemas de semelhança. Nos primeiros, podemos livremente imaginar novos sistemas de unidades, arbitrando à nossa escolha os valores dos coeficientes M_{12} , L_{12} , T_{12} . Nos segundos, partindo de um sistema físico, a possibilidade de construir um segundo sistema a uma escala diferente é, em geral, limitada pelos valores que nos são impostos de várias grandezas com influência nos fenómenos, e que restringem a escolha dos coeficientes M_{12} , L_{12} , T_{12} que exprimem, neste caso, as relações de semelhança.

Descoberta de um pulsar num sistema binário eclipsante:

Evaporação de uma anã branca por um pulsar

JOÃO LIN YUN

Departamento de Física da Universidade de Lisboa
Department of Astronomy, University of Boston, USA

1. O que são pulsares?

A descoberta do primeiro pulsar (PSR 1919+21) data de 28 de Novembro de 1967 quando um conjunto de impulsos de rádio, de amplitude variável mas regularmente espaçados, foi acidentalmente detectado por Jocelyn Bell, estudante de investigação, que trabalhava sob a direcção de Anthony Hewis no Observatório de Rádio-Astronomia de Mullard. O sinal provinha de um ponto localizado na direcção 19h 19 m em ascensão recta e +21° de declinação (constelação do Cisne).

Presentemente são conhecidos cerca de 450 pulsares distribuídos maioritariamente ao longo do plano da nossa Galaxia, a Via Lactea. Estes objectos emitem impulsos de radiofrequência (UHF) com uma regularidade extrema (sendo por isso muito bons marcadores de tempo, «relógios» cósmicos que se atrasam menos de 1 s em 100 milhões de anos, exactidão que supera mesmo a dos relógios atómicos). Os períodos vão de alguns milisegundos a alguns segundos. A luminosidade diminui rapidamente para frequências mais elevadas, não sendo observáveis no visível. Uma excepção é o pulsar da Nebulosa do Caranguejo que emite também raios X.

São conhecidos três mecanismos astrofísicos que podem produzir sinais periódicos regulares. São eles: movimento orbital, oscilação e rotação. Para um pulsar o único que se adequa é a rotação. O oscilador (por exemplo, expansão e contracção das camadas externas de uma estrela) não é normalmente tão regular e o movimento orbital exige que a emissão de energia seja acompanhada de aumento na frequência, ao contrário do que é observado:

o período dos pulsares aumenta com o tempo, cerca de 10^{-15} s por segundo.

Assim, admite-se actualmente a ideia de que estes sinais de rádio são emitidos por uma estrela-de-neutrões magnetizada e em rotação rápida em torno de um eixo não coincidente com o eixo magnético. Note-se que já antes da descoberta de pulsares se havia conjecturado sobre a existência de estrelas-de-neutrões. Uma estrela-de-neutrões tem tipicamente um raio de 10 km e é um dos resultados possíveis do colapso do núcleo de uma estrela que «morre» ao esgotar todo o combustível nuclear disponível no núcleo e ejectando as camadas externas constituindo uma supernova.

A elevada velocidade angular de rotação do pulsar provém da conservação do momento angular durante o colapso do núcleo que ocorre em alguns segundos. Este, com uma massa da ordem da massa do Sol, colapsa para uma esfera de cerca de 10 km de raio, implicando que a densidade de uma estrela-de-neutrões seja enorme (densidade da ordem da densidade nuclear, cerca de 10^{15} g.cm⁻³).

Embora o modelo para um pulsar esteja bem estabelecido e aceite, não se conseguiu ainda explicar consistentemente a forma como os impulsos são gerados. Quase toda a Física envolvida nesse problema é não-trivial: não se conhece a equação de estado que governa a matéria altamente densa; o comportamento do plasma na magnetosfera do pulsar, onde o campo magnético é da ordem de 10^{12} Gauss, é de difícil tratamento, bem como o papel de outros factores como a produção de pares electrão-positrão por fótons energéticos ou os elevados campos gravitacionais com possibilidade de produção de radiação gravitacional.

Não obstante tais dificuldades, pensa-se que os pulsares podem ser uma das fontes de partículas altamente energéticas que permeiam a Galaxia: os raios cósmicos.

2. Sistemas binários, binários eclipsantes e binários de raios X

Um sistema binário é um conjunto de duas estrelas em órbita em torno do seu centro-de-massa comum. Mais de 40 % das estrelas na vizinhança do Sol constituem sistemas binários. Além da sua frequência, um sistema binário tem a particularidade de que se as estrelas estão suficientemente próximas, a evolução de cada uma é afectada pela presença da outra. Visto da Terra, o plano da órbita de alguns sistemas binários é quase perpendicular à esfera celeste, pelo que as estrelas eclipsam-se mutuamente, ao passar uma em frente da outra (Fig. 1). O binário diz-se então um sistema

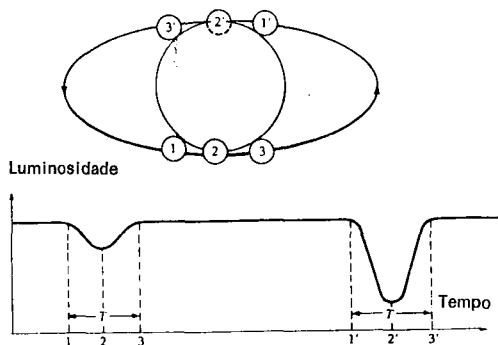


Fig. 1

binário eclipsante. A maior parte dos 400 pulsares que se conhecem, ao contrário das outras estrelas, não se encontram em sistemas binários. Contudo pulsares com períodos pequenos, da ordem da milissegundo, encontram-se tipicamente em sistemas binários com outra estrela condensada (outra estrela-de-neutrões ou uma anã-branca).

Um binário de raios X é constituído por uma estrela em órbita em torno de uma estrela-de-neutrões. A distância entre elas é suficien-

temente curta para que matéria seja transferida para a estrela-de-neutrões (acrecção) (Fig. 2). Durante a transferência e queda, a matéria é aquecida e emite raios X, que são detectados pelos astrónomos. As observações indicam que a transferência de momento angular envolvida na acreção pode acelerar a rotação da estrela-

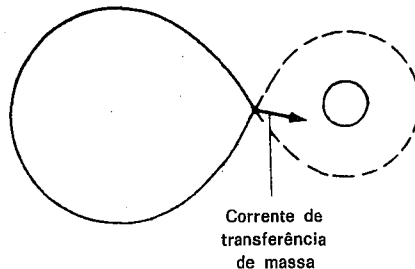


Fig. 2

-de-neutrões conferindo-lhe um período dos mais curtos (milissegundo) de entre os períodos dos pulsares.

3. Evaporação de uma anã-branca por um pulsar

Recentemente (Abril 1988) foi descoberto o primeiro pulsar (PSR 1957+20) num sistema binário eclipsante (período: 1.6 ms). A importância desta descoberta reside no facto de que permite reconstituir um elo na evolução das estrelas: a transição de binário de raios X a pulsar isolado. Gerou por isso grande excitação nos meios astronómicos. O pulsar PSR 1957+20 forma um binário com uma anã-branca (a estrela ocultante) e os sinais regulares que ele emite são interrompidos por cerca de 50 minutos. O período da órbita é de cerca de 9 horas.

Quando se determinou o raio da estrela ocultante a partir do tamanho da órbita deste binário e da duração da ocultação, os resultados foram surpreendentes. Como o eclipse do pulsar dura cerca de 1/10 do período orbital, a estrela ocultante tem de ter um raio grande (3/4 do raio do Sol, em vez de 1 % como seria normal para uma anã-branca). Determinada a sua massa, obteve-se um valor bastante

baixo, indicando que a estrela está a perder massa.

A interpretação para estes factos é a seguinte: a ocultação é devida a uma atmosfera extensa que envolve a anã-branca. Tal atmosfera é o resultado da radiação intensa proveniente do pulsar. Este está literalmente a evaporar a sua companheira anã-branca. Parte da matéria desta última terá caído sobre o pulsar acelerando a sua rotação. Os cálculos do tempo necessário para a evaporação total da anã-branca dão o valor aceitável de 10^8 anos, conduzindo ao aparecimento, nessa escala de tempo, de um pulsar isolado em rotação rápida (período curto da ordem do milisegundo).

Existe mais alguma observação suportando a afirmação de que estamos a observar a evaporação da anã-branca pelo pulsar? Sim! Os sinais de rádio imediatamente antes e depois da ocultação exibem um atraso característico da passagem de ondas electromagnéticas através de gás ionizado. Existe mesmo uma diferença entre o começo e o final da ocultação, indicando que a atmosfera ionizada não é esféricamente simétrica, sendo mais extensa no período do final da ocultação, isto é, apresentando uma forma tipo cometa.

Não se sabe ainda qual o mecanismo exacto de «aquecimento» da anã-branca pelo pulsar. A luminosidade necessária é cerca de 100 vezes a luminosidade do Sol, valor em acordo com a perda de energia rotacional devida ao lento aumento do período de rotação. A hipótese mais atraente é a de que a anã-branca recebe o impacto de um fluxo de partículas de alta energia (radiação gama ou raios cósmicos) gerados pelo pulsar.

REFERÊNCIAS

- C. BAILYN — *Nature*, **334**, 298 (1988).
F. GRAHAM-SMITH — *Nature*, **333**, 205 (1988).
S. R. KULKARNI; S. DJORGOVSKY; A. S. FRUCHTER — *Nature*, **334**, 504 (1988).
A. S. FRUCHTER; D. R. STINEBRING; J. H. TAYLOR — *Nature*, **333**, 237 (1988).
W. KLUZNIAK; M. RUDERMAN; J. SHAHAN; M. TAVANI — *Nature*, **334**, 225 (1988).

ENCONTRO SOBRE COMPUTADORES NO ENSINO DA FÍSICA E DA QUÍMICA

Organizado pela Sociedade Portuguesa de Física, Sociedade Portuguesa de Química e Projecto Minerva.

Local:

Universidade de Coimbra

Datas:

22-24 de Fevereiro de 1990

Objectivos:

- Reunir docentes dos ensinos básico, secundário e superior interessados na utilização dos computadores em Física e Química e na troca das respectivas experiências.
- Divulgar «software» desenvolvido e/ou existente em Portugal para o ensino da Física e da Química.
- Discutir as várias modalidades de exploração do computador no ensino e sua integração curricular.

Este encontro incluirá conferências plenárias, comunicações orais, «workshops», demonstrações, painéis e exposições.

Informações:

Encontro sobre «Computadores no Ensino da Física e da Química» Departamento de Física da Universidade de Coimbra — 3000 Coimbra.

Os interessados devem enviar uma pré-inscrição (modelo em anexo) até ao dia 30 de Julho próximo.

Propagação de feixes Laser

II — Estudos experimentais

M. ARCELINA MARQUES, CARLOS A. REGO, JOSÉ H. RODRIGUES,
LUÍS BERNARDINO e JOSÉ R. SALCEDO

Laboratório de Física, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto
Praça Gomes Teixeira — 4000 PORTO

Neste trabalho é apresentado um método geral de medida do perfil transversal de intensidade de um feixe laser. Este método é aplicado à caracterização do feixe emitido por um laser gasoso. Com base nas leis de propagação de ondas esféricas-gaussianas, analisadas em artigo anterior [1], é caracterizada a onda emitida, e verificada a adequabilidade do modelo de ondas esféricas-gaussianas para este tipo de lasers.

1. Introdução

Apresenta-se, neste artigo, uma técnica experimental que permite medir o perfil de intensidade de um feixe laser.

Este método de medida é particularmente simples, medindo-se directamente o integral do perfil de intensidade. A única exigência em termos de cálculos é uma derivação numérica.

Numa segunda fase, e a partir destas medidas, é feita uma verificação das leis de propagação de feixes laser baseada no modelo de propagação de ondas esféricas-gaussianas descrito anteriormente [1].

O interesse de se conhecer tanto a cintura do feixe como a sua localização no espaço [2], reside no facto de estes parâmetros serem importantes para aplicações, tais como garantir, por exemplo, um eficiente acoplamento entre o feixe laser e uma fibra óptica, a construção de microcomponentes ópticos, aplicações médicas e industriais de lasers, bem como medidas ópticas.

Mostra-se que é possível conhecer os parâmetros da propagação do feixe esférico-gaussiano, a partir da medida do diâmetro do feixe laser em dois pontos distintos da sua trajectória.

2. Modelo de ondas esféricas-gaussianas

Como é conhecido [1], uma onda esférica-gaussiana tem uma distribuição de fase esférica

e uma distribuição de amplitude gaussiana. Este tipo de onda descreve de forma adequada um feixe laser proveniente de uma cavidade óptica que oscile unicamente no modo transversal fundamental (TEM_{00}) [3, 4, 5]. Os feixes originados em cavidades oscilando em modos transversais de ordem superior, exibem uma distribuição transversal de intensidade do tipo gaussiano, multiplicada por um polinómio de Hermite, e, por conseguinte, mais complexa.

Assumiremos, no que se segue, ser possível restringir a oscilação laser ao modo transversal fundamental, que experimenta menores perdas na cavidade. Muito frequentemente, tal é, na verdade, o caso. Sendo a intensidade definida como uma grandeza proporcional ao quadrado da amplitude da onda, o perfil de intensidade deste tipo de feixes laser será também uma função gaussiana. Assim, ao estudarmos a propagação de uma onda esférica-gaussiana, estamos automaticamente, a fazer o estudo da propagação de feixes laser deste tipo.

Um princípio bastante útil e válido neste tipo de estudo, é o princípio de Huyghens [1, 3, 6], que, além de ser bastante simples, permite, geralmente, chegar a resultados muito próximos da realidade.

Apesar da simplicidade do modelo adoptado [1], os resultados obtidos permitem comprovar a adequabilidade do modelo de ondas esféricas-gaussianas a feixes laser reais, em muitas circunstâncias de interesse prático.

3. Medição do perfil transversal de intensidade de feixes laser

A base deste estudo reside na medida do perfil transversal de intensidade do feixe laser, uma vez que, conhecendo este, se conhece, automaticamente, o diâmetro do feixe.

Existem numerosos métodos para este efeito. Referiremos de seguida alguns deles, descrevendo-os sucintamente, para que seja mais simples consubstanciar a nossa escolha.

Existem dois grandes tipos de métodos de medida da distribuição transversal de intensidade de um feixe laser: os fotográficos (ou videométricos) e os de varrimento.

Os primeiros permitem obter uma imagem que traduz a distribuição transversal de intensidade numa secção recta do feixe, que, posteriormente, conduzirá, por varrimento, à determinação do diâmetro correspondente.

Os segundos recorrem a um varrimento transversal da intensidade do feixe, utilizando um detector apropriado de reduzida área.

A escolha de um destes métodos poderá estar dependente das características específicas do laser em estudo.

3.1. Métodos fotográficos

Algumas das técnicas apoiadas em métodos fotográficos, podem ser utilizadas para se ter, de forma expedita, uma ideia da estrutura dos modos na cavidade. Outras, porém, são muito mais sofisticadas, permitindo determinar quantitativamente a distribuição transversal de intensidade.

Numa das situações mais simples, uma película foto-sensível é colocada na frente do feixe a uma certa distância da saída do laser. A escolha, tanto do tempo de exposição, como da película, deve ter em conta as características físicas da radiação laser. A informação obtida por esta técnica, é uma imagem que ilustra a estrutura modal presente na cavidade [7].

Como técnica fotográfica mais precisa, pode recorrer-se à «fotometria fotográfica» [7]. Esta técnica baseia-se no facto de a densidade de

um negativo fotográfico ser, em primeira aproximação, uma função linear do logaritmo do tempo de exposição.

3.2. Métodos de varrimento

Em métodos de varrimento, somente uma pequena parte do feixe, em cada instante, é detectada por um fotodetector. O sinal eléctrico é proporcional à intensidade incidente. Esta técnica permite-nos conhecer a distribuição transversal de intensidade do feixe tanto no «near-field» (zona de Fresnel), como no «far-field» (zona de Fraunhofer — longe da zona de Rayleigh), isto é, tanto a uma distância relativamente próxima da saída do laser, para a qual o feixe se apresenta ainda colimado, como para uma distância «longe» do espelho de saída do laser, para a qual o feixe poderá deixar de estar colimado. Estas técnicas estão, obviamente, sujeitas às limitações mecânicas do dispositivo de varrimento.

A resolução espacial dependerá da área sensível do fotodetector; quanto menor for essa área maior poderá ser a resolução, uma vez que um número superior de passos poderão ser possíveis para varrer por completo o perfil transversal de intensidade do feixe. Sendo os fotodetectores dispositivos lineares numa grande gama de intensidades, e tendo características altamente reprodutíveis, são muito mais precisos e poderão assegurar uma maior resolução na medida transversal de intensidade em relação às películas fotográficas, pelo menos em princípio.

Uma técnica possível, e talvez a que oferece mais vantagens, é a técnica por «knife-edge» [8], que será referida de seguida, dado o seu grande interesse prático e facilidade de implementação.

4. Técnica «knife-edge»

4.1. Processo experimental

Esta técnica é particularmente simples, e permite-nos, com as medidas realizadas e o seu tratamento matemático posterior, conhecer

os parâmetros mais importantes associados à propagação de feixes laser, como a divergência do feixe no «far-field», o valor do seu diâmetro nos pontos em que foram feitas as medidas bem como a cintura do feixe e sua localização.

Na Fig. 1 está esquematizada a montagem experimental utilizada neste estudo. A lâmina indicada na montagem, é uma simples lâmina

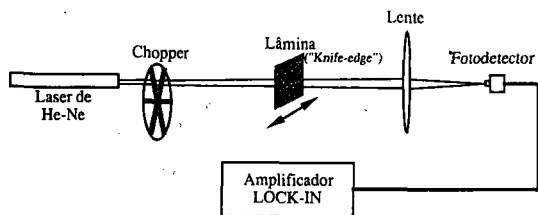


Fig. 1 — Montagem experimental utilizada.

de barbear que foi escurecida com negro de fumo, de modo a evitar reflexões na sua superfície metálica. Foi colocada num suporte montado em cima de uma plataforma de translação que permite deslocamentos micrométricos. A seguir à lâmina, colocou-se uma lente de pequena distância focal, de modo a focar o feixe no fotodetector, uma vez que este tem uma pequena área de detecção.

Para assegurarmos um detecção síncrona, melhorando assim a relação sinal/ruído, foi utilizado um interruptor periódico do feixe («chopper») juntamente com um amplificador síncrono («lock-in»). A este foi também ligado o fotodetector.

Para uma certa distância z entre o espelho de saída do laser e a lâmina, esta foi sendo deslocada por passos de $50 \mu\text{m}$, num plano transversal (variando x) por meio do parafuso micrométrico da plataforma de translação.

Para realizar as medidas, podemos partir de duas situações opostas: ou o feixe está inicialmente obstruído pela lâmina, e é gradualmente desobstruído, ou o processo inverso, sendo, em qualquer caso, a potência transmitida captada pelo fotodetector. À medida que a lâmina se vai movendo no plano transversal, as medidas realizadas traduzem a integração da

intensidade do feixe em relação à variável x . Assim, fazendo uma representação gráfica das leituras, ou seja, da potência transmitida em função do deslocamento transversal da lâmina x , obtém-se um gráfico como o representado na Fig. 2. Se derivarmos a curva obtida em relação

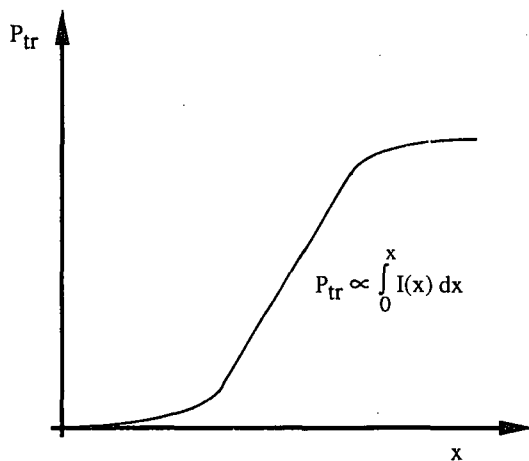


Fig. 2 — Representação do integral da intensidade de um feixe de perfil gaussiano (caso em que se iniciam nas medidas com o feixe obstruído pela lâmina).

à variável x , obteremos para cada x , o valor da intensidade do feixe.

4.2. Desenvolvimento analítico

Existem dois tipos de definição para o diâmetro do feixe é a largura da distribuição tude e o outro na intensidade. Assim, o diâmetro do feixe é a largura da distribuição gaussiana entre os pontos para os quais a intensidade (amplitude) assume um valor igual a $1/e$ do seu valor máximo. O nosso estudo foi fundamentado na definição em termos de amplitude. Então, o diâmetro do feixe será a largura da curva gaussiana para a intensidade, entre os pontos para os quais ela decresce para $1/e^2$ do seu valor máximo. Neste caso é usual denotar-se o raio do feixe por ω e no outro caso por s .

Tendo $I(x)$ um perfil gaussiano, pode ser representado da seguinte forma:

$$I(x) \propto \exp [-(A + Bx + Cx^2)] \quad (1)$$

Aplicando logaritmos à expressão (1), obtemos uma função polinomial de ordem dois:

$$Y = a + bx + cx^2 \quad (2)$$

para a qual $Y = \ln I(x)$, $a = -A$, $b = -B$ e $c = -C$.

Pelo método dos mínimos quadrados, pode-se fazer a aproximação polinomial à curva experimental obtida, determinando deste modo os valores das constantes a , b e c . Fica então, conhecida a forma analítica da intensidade, $I(x)$. O passo seguinte será a determinação do máximo dessa função, $Y_{\max} \equiv \ln I_{\max} = -b/2c$ e os pontos x_1 e x_2 cuja imagem corresponde a I_{\max}/e^2 . O valor absoluto da diferença entre esses dois pontos, será o valor do diâmetro do feixe (2ω), para a distância z , a que se referem as medidas.

Com o conhecimento do raio do feixe em dois pontos distintos na propagação, z_1 e z_2 , temos a possibilidade de determinar os parâmetros da sua cintura (raio mínimo e sua localização). Para isso, vamos recordar a equação de propagação de uma onda esférica-gaussiana [1]:

$$\omega(z)^2 = \omega_0^2 \left[1 + \left[\frac{\lambda z}{\pi \omega_0^2} \right]^2 \right] \quad (3)$$

Igualando esta expressão ao valor do raio do feixe, ω_1 , para uma distância z' ($\equiv z_0 + z_1$) e, por outro lado, igualando ao valor de ω_2 para uma distância $z'' \equiv z_0 + z_2 = z' + (z_2 - z_1)$ obtém-se um sistema de duas equações a duas incógnitas (ω_0 e z'). Subtraindo as expressões para ω_2^2 e ω_1^2 , obtém-se a expressão:

$$\omega_2^2 - \omega_1^2 = \left(\frac{\lambda}{\pi \omega_0} \right)^2 \left[2z' (z_2 - z_1) + (z_2 - z_1)^2 \right] \quad (4)$$

A equação que nos dá a conhecer z' em função de ω_0 , pode ser obtida através de uma das equações do sistema acima referido. Por exemplo, considerando a equação para ω_1 , obtém-se:

$$z'^2 = (\omega_1^2 - \omega_0^2) \left[\frac{\pi \omega_0}{\lambda} \right]^2 \quad (5)$$

Substituindo o valor de z' dado por (5) na igualdade (4), temos como resultado, uma expressão polinomial de quarta ordem em ω_0 .

$$\omega_0^2 (\omega_2^2 - \omega_1^2 - \left(\frac{\lambda}{\pi} \right)^2 (z_2 - z_1)^2) = 2\omega_0 \left(\frac{\lambda}{\pi} \right) \cdot (z_2 - z_1) \sqrt{\omega_1^2 - \omega_0^2} \quad (6)$$

Quadrando esta expressão resulta

$$\omega_0^4 (\omega_2^2 - \omega_1^2)^2 + \left(\frac{\lambda}{\pi} \right)^4 (z_2 - z_1)^4 - 2\omega_0^2 \left(\frac{\lambda}{\pi} \right)^2 \cdot (z_2 - z_1)^2 (\omega_2^2 - \omega_1^2) = 4\omega_0^2 \left(\frac{\lambda}{\pi} \right)^2 (z_2 - z_1)^2 (\omega_1^2 - \omega_0^2) \quad (7)$$

Dando outra forma à equação (7):

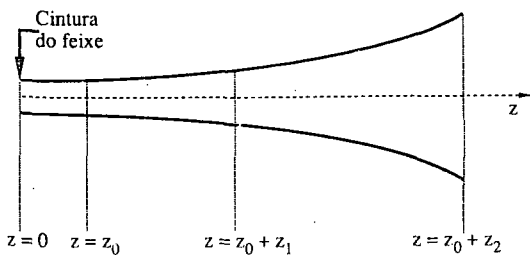
$$\omega_0^4 \left[(\omega_2^2 - \omega_1^2)^2 + 4 \left(\frac{\lambda}{\pi} \right)^2 (z_2 - z_1)^2 \right] + \omega_0^2 \left[\left(\frac{\lambda}{\pi} \right)^2 (z_2 - z_1)^2 (-2\omega_2^2 - 2\omega_1^2) \right] + \left(\frac{\lambda}{\pi} \right)^4 (z_2 - z_1)^4 = 0 \quad (8)$$

Analisando a expressão (8), conclui-se que pode ser interpretada como uma equação de segundo grau na variável ω_0^2 . Serão obtidas 4 soluções (4.^a ordem em ω_0) simétricas duas a duas. As soluções com significado físico serão, naturalmente, as duas soluções positivas. Mas, destas duas, só uma é que será a correspondente ao caso em estudo, e portanto, possível.

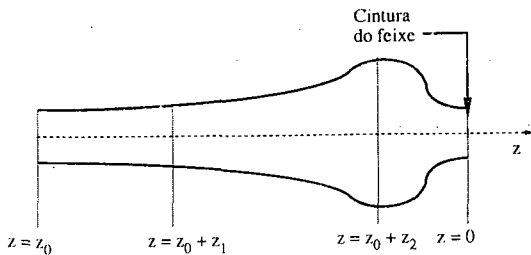
Para se julgar a validade do resultado, é necessário fazer uma interpretação esquemática cuidada. Para isso, será necessário usar a expressão (5), e determinar os valores correspondentes de z' relativos a um ω_0 . Também neste cálculo se obtém dois valores simétricos de z' , relativos a um ω_0 . Mas, agora temos a tarefa mais dificultada, porque não podemos eliminar, à partida, os valores negativos de z' . Ao calcularmos o valor de z' através de (5), estamos a fazer corresponder ao valor ω_1 a distância a ser calculada.

Segundo as condições iniciais, sabe-se que $z_1 < z_2$ e $\omega_1 < \omega_2$. Nestas circunstâncias, podem acontecer várias situações, em termos da localização da cintura. Assim se $|z'| > z_1$, como o nosso ponto de referência, para a medida da distância z_1 , foi o espelho de saída do laser, a cintura encontrar-se-á a uma distância $z_1 - z'$ desse ponto. Considerando a solução positiva, z^+ , essa diferença é negativa, o que indica que a cintura se encontrará no interior da cavidade laser (Fig. 3(a)).

Para a solução negativa z^- , a cintura do feixe estaria a uma distância de z_1 igual a z^- (em sentido contrário), o que implicaria que o feixe tivesse duas cinturas como indica a Fig. 3(b).



(a)



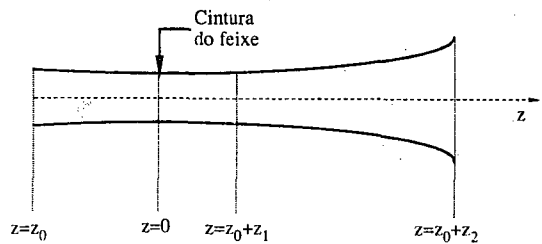
(b)

Fig. 3 — (a) Situação em que $|z'| > z_1$ e $z' > 0$. (b) Situação em que $|z'| > z_1$ e $z' < 0$. Em ambos os casos $z = z_0$ indica a distância entre o espelho de saída do laser e a cintura (desconhecida à partida, e origem das coordenadas, $z = 0$).

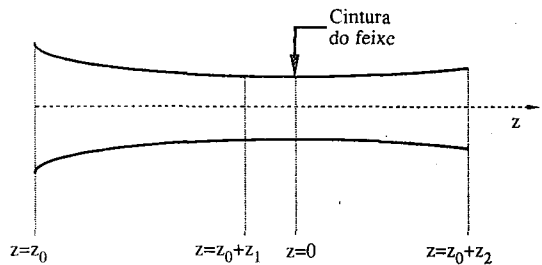
É claro que este não é, de foram alguma, o feixe laser que estudámos. Analisemos agora o caso em que $|z'| < z_1$ e $|z'| < z_2 - z_1$. Pela mesma análise anterior, a cintura encontrar-se-á a uma distância $z_1 - z'$ do espelho. Considerando a solução positiva, deparamos

com um feixe da forma representada na Fig. 4(a).

A solução z^- conduziu a que a cintura se encontrasse entre os dois diâmetros medidos, como indica a Fig 4(b).



(a)



(b)

Fig. 4 — (a) Situação em que $|z'| < z_1$, $z' > 0$ e $|z'| < z_2 - z_1$. (b) Situação em que $|z'| < z_1$, $z' < 0$ e $|z'| < z_2 - z_1$. Em ambos os casos $z = z_0$ indica a distância entre o espelho de saída do laser e a cintura (desconhecida à partida das coordenadas, $z = 0$).

Excepto a situação da Fig. 3(b), qualquer delas é válida. A situação mais usual, encontrada em lasers do tipo que está em estudo, é a representada na Fig. 3(a), em que a cintura se encontra no interior da cavidade. Vários factores podem explicar este facto. Este tipo de lasers simples, é frequentemente composto por uma cavidade hemisférica, isto é, uma cavidade cujo espelho de trás (altamente reflector), é esférico e o da frente (parcialmente reflector), é plano. Idealmente, um espelho plano implicaria que a cintura se encontrasse no plano do espelho. Em termos práticos, é mais corrente recorrer a um espelho quasi-plano, com um raio de curvatura muito grande.

Apesar de tudo, não podemos escolher à priori, a situação mais provável, ou seja a da

Fig. 3(a). É necessário apoiarmo-nos em factos. Como verificação, o primeiro passo a seguir é a confirmação do valor de ω_1 e ω_2 aplicando os quatro resultados nas equações de propagação para ω_1 e ω_2 , correspondentes a distâncias z' e z'' . Somente dois destes valores confirmarão os resultados experimentais. Porém, destas duas soluções teremos de escolher uma e uma só. A maneira mais rápida de o fazer, é verificar, por mera observação, se o feixe está a ser focado numa zona entre z_1 e z_2 , isto é, ver se o diâmetro do feixe é relativamente maior no espelho de saída, do que propriamente entre z_1 e z_2 . Caso isto não seja possível, pode-se sempre medir novamente o diâmetro do feixe, para uma distância z_3 , tal que $z_3 < z_1$. Com o valor para ω_3 obtido da mesma forma que ω_1 e ω_2 , isto é, medindo a intensidade em z_3 , faz-se a verificação para os dois valores de ω_0 encontrados e as correspondentes distâncias de z_3 . Comparando estes valores com o obtido anteriormente, verifica-se que só um deles é correcto.

Encontramos, assim, o resultado adequado.

A técnica apresentada é das mais utilizadas para experiências do género, pois é das mais simples. O seu desenvolvimento matemático difere, consoante os autores. Por exemplo Nemoto [8] determina o diâmetro do feixe em vários pontos, de tal modo que:

$$z_{i-1} < z_i < z_{i+1} < z_{i+2} \dots$$

Depois de obter a curva $s(z)$, agrupa os resultados em dois conjuntos de medidas (medidas à esquerda e à direita da cintura), calculando para cada par de combinações de cada conjunto, as soluções para z_0 e s_0 (s_0 é o raio da cintura do feixe segundo a definição baseada na intensidade). Este procedimento é repetido para todas as combinações possíveis entre os conjuntos de resultados. Finalmente a cintura e a sua posição são determinadas como uma média dos valores individuais, obtidos para cada combinação.

5. Medidas experimentais

Foi atrás referido, que para se obter a intensidade em cada ponto, seria necessário

calcular a derivada das leituras feitas. Como as leituras de x foram feitas a intervalos constantes, a fórmula matemática para a derivação vem simplificada. A derivada em cada ponto foi obtida numericamente utilizando o valor da função em 5 pontos.

As leituras foram feitas para a distância $z_1 = 1.05$ m; o raio encontrado, ω_1 , foi de 0.7463 ± 10^{-5} mm para um sentido do deslocamento da lâmina, e 0.7235 ± 10^{-5} mm para o sentido contrário. O erro relativo entre estes dois valores é de 1.6%. Para uma segunda distância, $z_2 = 2.00$ m do espelho de saída do laser, foram obtidos os seguintes raios: 1.1294 ± 10^{-5} mm e 1.1178 ± 10^{-5} mm. Com estes valores determinou-se ω_0 .

Assim, foram encontrados os valores 0.4322 ± 10^{-5} mm e 0.1036 ± 10^{-5} mm para o raio da cintura e os correspondentes valores das suas posições 1275.3 mm e -374.35 mm em relação a z_1 (o sinal negativo indica que a distância a que se refere, é medida para o lado direito de z_1). Foram estes os dois conjuntos de valores que verificaram os raios medidos para as duas distâncias referidas, z_1 e z_2 . Como foi verificado experimentalmente que o feixe não estava a ser focado entre z_1 e z_2 , a situação da Fig. 4(b) foi automaticamente eliminada, restando por isso, a situação da Fig. 3(a).

Os gráficos das Figs. 5 e 6 dizem respeito às medidas feitas para z_1 , representando as leituras obtidas e o perfil gaussiano da intensidade (Fig. 5), e a aproximação do logaritmo desta, a um polinómio do segundo grau (Fig. 6).

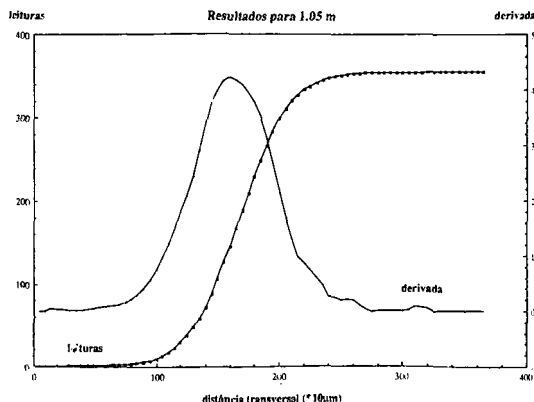


Fig. 5 — Representação das leituras e da sua derivada. Medidas feitas para a distância $z_1 = 1.05$ m.

Os gráficos das Figs. 7 e 8 são análogos mas com as medidas efectuadas para z_2 .

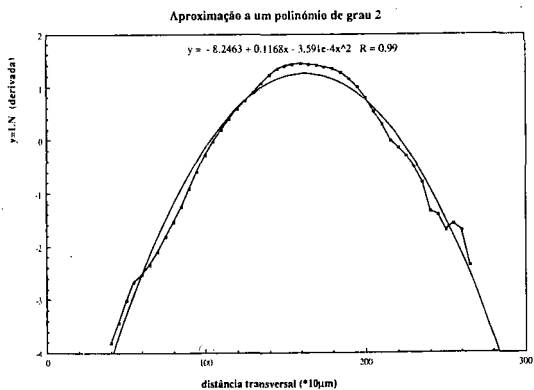


Fig. 6 — Aproximação do logaritmo nepperiano da derivada representada no gráfico da Fig. 5 a um polinômio do 2.º grau.

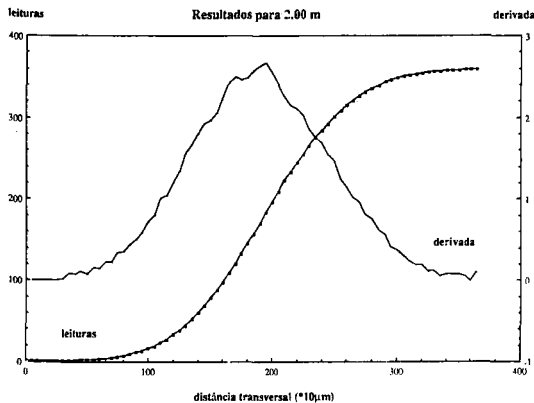


Fig. 7 — Representação das leituras e da sua derivada. Medidas feitas para a distância $z_2 = 2.00$ m.

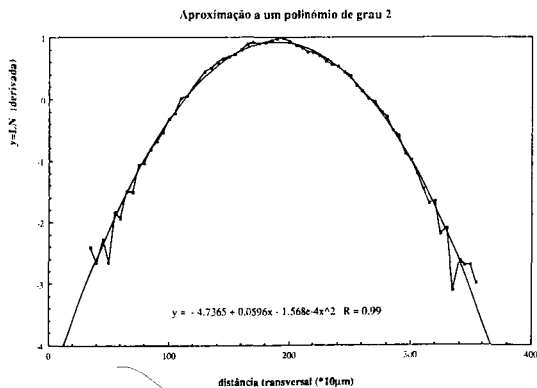


Fig. 8 — Aproximação do logaritmo nepperiano da derivada representada no gráfico da Fig. 7 a um polinômio do 2.º grau.

O erro do valor experimental de ω_0 , relativamente às especificações, foi de 11.2 %. Este valor é considerado aceitável, atendendo ao facto do valor especificado no manual ser apenas típico para lasers desse modelo. Não é, portanto, um valor numérico específico para o laser em questão.

6. Conclusão

Foram realizadas medidas experimentais do perfil transversal de intensidade de um feixe laser, suposto gaussiano, utilizando a técnica «knife-edge». O elevado grau de concordância obtido entre as medidas e o modelo teórico permite concluir da sua adequabilidade a estudos deste tipo. Com a ajuda de um pequeno programa escrito em BASIC determinaram-se os valores para ω_0 , para z_0 e para a distância de Rayleigh, z_R , bem como a representação gráfica de $\omega(z)$ e de $R(z)$.

Com o conhecimento destes parâmetros, asseguramos a caracterização completa do feixe laser, neste modelo simplificado de ondas esféricas-gaussianas.

BIBLIOGRAFIA

- [1] M. B. MARQUES, JOSÉ R. SALCEDO — «Propagação de feixes laser: I—Estudos teóricos», *Gazeta de Física*, **12**, 11 (1989).
- [2] RUSSELL L. McCALLY — Measurement of Gaussian beam parameters», *Applied Optics* **23**, 2227 (July 15, 1984).
- [3] A. E. SIEGMAN — *Lasers* (University Science Books, California, 1986), Chap. 14, 15 16, 17.
- [4] M. YOUNG — *Optics and Lasers*, (Springer-Verlag, New York, 1977), Chap. 4.
- [5] J. SALCEDO — «Os Lasers», *Revista Colóquio de Ciências*, editada pela Fundação Calouste Gulbenkian, n.º 1, Fev. 88.
- [6] A. E. SIEGMAN — *An Introduction to Lasers and Masers*, (McGraw-Hill, New York 1971), Chap. 8.
- [7] H. G. HEARD — *Laser Parameter Measurements Handbook* (Wiley, USA, 1968), Chap. 3.
- [8] J. M. KHOSROFIAN and B. A. GARETZ — «Measurement of a gaussian laser beam diameter through the direct inversion of Knife-edge data», *Applied Optics* **22**, 3406-3409 (Nov. 1, 1983).
- [9] S. NEMOTO — «Determination of waist parameters of a Gaussian beam», *Applied Optics* **25**, 3859-3863 (Nov. 1, 1986).

Um dispositivo experimental simples para obtenção de linhas equipotenciais do campo eléctrico (*)

V. A. ESTEVES, L. F. PERALTA, A. M. A. COSTA, J. P. MARQUES e A. I. SERUYA

Departamento de Física da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa
Rua Ernesto de Vasconcelos, Ed. C1, Piso 4 — 1700 LISBOA

1. Introdução

O potencial escalar e campo eléctrico são conceitos fundamentais do electromagnetismo. Este artigo pretende apresentar uma via possível para a sua introdução, através duma experiência que permita simultaneamente uma interpretação qualitativa e uma análise quantitativa rigorosa.

O nosso ponto de partida baseia-se na construção dum sistema, de natureza bidimensional, com a geometria da Fig. 1, que permite um traçado fácil das linhas equipotenciais. A novidade apresentada pela presente experiência encontra-se na configuração escolhida para o dispositivo experimental. De facto, esta permite a resolução exacta da equação de Laplace para o potencial eléctrico $V(x, y)$, tornando-se possível confrontar os resultados experimentais com as previsões teóricas. Uma das possibilidades apresentadas por este trabalho é a determinação das linhas equipotenciais através de cálculos efectuados em computador.

2. Construção experimental do sistema

A Fig. 1 mostra o arranjo esquemático das partes essenciais do sistema. É constituído por um suporte plano, quadrado, onde é colocada uma folha de papel grafitico, sobre a qual se determinaram as linhas equipotenciais. Uma placa de aglomerado de madeira, de dimensões $180 \times 180 \times 15$ mm, pode ser utilizada para tal fim. Esta placa poderá assentar (ou não) sobre quatro apoios adequados.

O potencial eléctrico na folha grafitada é estabelecido através dum conjunto de dois eléctrodos, um em forma de U e outro de I, assentes sobre esta. Os eléctrodos podem ser

talhados a partir duma placa condutora, por exemplo de latão. A espessura mínima aconselhável é de 2 mm, a fim de garantir um bom contacto entre os eléctrodos e o papel grafitico. Este contacto pode ser efectuado por intermédio de parafusos de fixação, aos quais podem ser ligados os fios eléctricos provenientes do gerador de tensão e do voltímetro.

2.1. Configuração das linhas equipotenciais

Em regime estacionário, o problema consiste em determinar o potencial $V(x, y)$ no domínio intra-eléctrodos, partindo do conhecimento da geometria do sistema e do valor do potencial na fronteira (Ver Fig. 1). Neste domínio, a solução da equação às derivadas parciais é única. No caso presente, em que se escolhe uma geometria bem definida e com um certo grau de simetria, a solução da equação de Laplace pode obter-se por integração directa. Para problemas com menor simetria, utilizam-se geralmente métodos numéricos.

A equação de Laplace: $\nabla^2 V(x, y) = 0$ escreve-se em coordenadas cartesianas:

$$\partial^2 V / \partial x^2 + \partial^2 V / \partial y^2 = 0 \quad (1)$$

Utilizando o método de separação das variáveis, em que a solução procurada se pode escrever na forma dum produto de funções, sendo cada termo tomado como uma

(*) Esta experiência foi idealizada para Fund. Física II dos cursos de Química e Bioquímica da F.C.U.L., podendo servir de experiência de demonstração ao nível do Ensino Secundário. A parte computacional deste trabalho esteve, na sua maioria, a cargo de L. Peralta. A Fig. 5 requiere uma «package» especial para o seu traçado (P. A. W., CERNLIB).

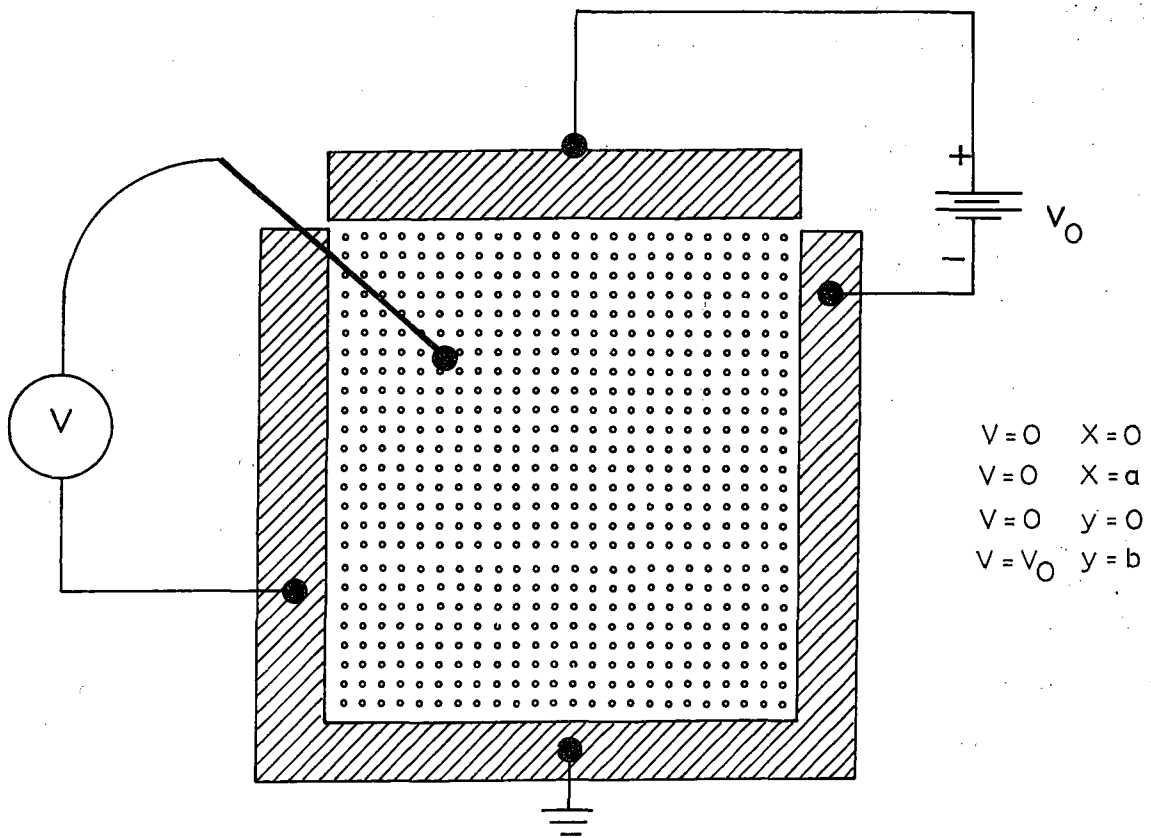


Fig. 1 — Arranjo experimental para o traçado das linhas equipotenciais.

função de uma só das variáveis (1, 2, 3), vem:

$$V(x, y) = X(x) \cdot Y(y) = X \cdot Y \quad (2)$$

Por substituição da Eq. (2) em (1) e dividindo por $V(x, y) = X \cdot Y$, obtém-se:

$$(1/X) \cdot X'' = - (1/Y) \cdot Y'' \quad (3)$$

em que se tomou $X'' = d^2 X/dx^2$ e $Y'' = d^2 Y/dy^2$, para simplificar a escrita. O primeiro membro de (3) é função exclusiva de x , e o segundo de y . Nesta condições cada membro deve ser uma constante, i.e:

$$X''/X = - \gamma^2 \quad (4a)$$

$$Y''/Y = \gamma^2 \quad (4b)$$

As Eqs. (4a) e (4b) constituem um sistema de duas equações diferenciais, cujas soluções são bem conhecidas:

$$X = C_1 \cos(\gamma x) + C_2 \sin(\gamma x) \quad (5a)$$

$$Y = C_3 \cosh(\gamma y) + C_4 \sinh(\gamma y) \quad (5b)$$

em que C_1, C_2, C_3 e C_4 são constantes reais. A escolha destas constantes depende das condições de fronteira para cada problema. No presente caso, estas impõem que a função $X(x)$ tenha dois zeros nos pontos $x = 0$ e $x = a$, implicando $C_1 = 0$. Então, a solução mais geral pode escrever-se:

$$V(x, y) = C_2 \sin(\gamma x) [C_3 \cdot \cosh(\gamma y) + C_4 \cdot \sinh(\gamma y)] \quad (6)$$

A segunda condição de fronteira (Fig. 1) será satisfeita para valores de γ tais que:

$$\gamma = (n \pi/a) \quad (7)$$

visto que $\sin(n \pi x/a) = 0$ para $x=0$ e $x=a$. A Eq. (6) pode escrever-se ainda:

$$V(x, y) = \sin(n \pi x/a) \cdot [C_{23} \cosh(n \pi y/a) + C_{24} \sinh(n \pi y/a)] \quad (8)$$

com $C_{23} = C_2 \cdot C_3$ e $C_{24} = C_2 \cdot C_4$.

É trivial demonstrar-se que a Eq. (8) ainda satisfaz a Eq. de Laplace e às condições de

fronteira da Fig. 1. A terceira condição de fronteira será satisfeita se $C_{23} = 0$. Resta determinar a constante C_{24} , impondo a condição de fronteira $V(x, y = b) = V_0$, com $0 < x < a$. Da inspeção da Eq. (8) verifica-se que é impossível satisfazer esta condição dada a variação sinusoidal em x . Todavia, dado que n pode assumir quaisquer valores inteiros $n = 1, 2, 3, \dots$, a linearidade da Eq. de Laplace permite escrever uma solução mais geral:

$$V(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sinh(n \pi y/a) \cdot \sin(n \pi x/a) \quad (9)$$

A Eq. (9) representa uma sobreposição de soluções, cada uma das quais da forma da Eq. (8). Então, $V(x, y = b) = f(x)$ pode escrever-se:

$$\begin{aligned} f(x) &= \sum_{n=1}^{\infty} [C_n \sinh(n \pi b/a)] \cdot \sin(n \pi x/a) = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cdot \sin(n \pi x/a) \quad (10) \end{aligned}$$

A Eq. (10) tem a forma duma série de Fourier e os coeficientes desconhecidos B_n são facilmente calculáveis, usando a técnica convencional de Fourier:

$$B_n = (2/a) \int_0^a f(x) \sin(n \pi x/a) dx \quad (11)$$

Com $f(x) = V_0$, os coeficientes B_n podem obter-se através da fórmula de recorrência:

$$B_n = (2 V_0/n \pi) [1 - (-1)^n] \quad (12)$$

Finalmente a solução procurada, pode escrever-se:

$$\begin{aligned} V(x, y) &= (V_0/\pi) \sum_{n=1}^{\infty} [n \pi y/a] / \\ &/ n \sinh(n \pi b/a) \cdot \sin(n \pi x/a) \quad (13) \end{aligned}$$

com n um número inteiro, ímpar.

A ilustração de (13) para uma tensão aplicada de $V_0 = 1$ volt e uma superfície plana, de lados $a = b = 16$ cm, permite visualizar estes conceitos. As linhas equipotenciais obtêm-se atribuindo a $V(x, y)$ diferentes valores;

i.e., fazendo: $V(x, y) = V_{c,i}$. Uma família de tais curvas equipotenciais está representada na Fig. 2. Todavia, para a sua representação

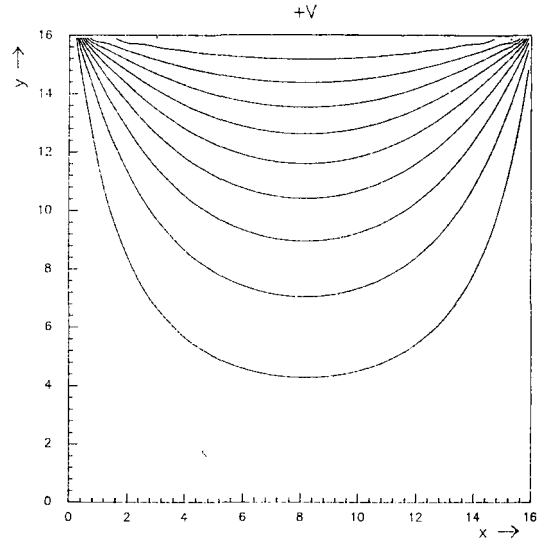


Fig. 2 — Conjunto de linhas equipotenciais obtidas no computador.

gráfica escolheu-se o processo de computação mais fácil, i.e., $V(x, y)$ foi calculado ponto a

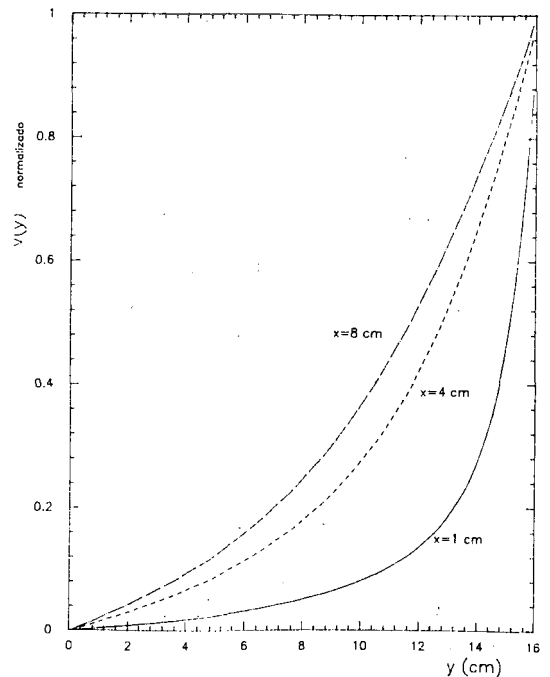


Fig. 3 — Gráfico do potencial $V(x, y=y_0)$ em função de x , para diferentes ordenadas y_0 .

ponto, para todos os pontos no intervalo $0 < x < 16$, $0 < y < 16$. Curvas normalizadas $V(x_0, y)$ para $x_0 = 1, 4, 8$ cm podem ver-se na Fig. 3. Em particular, a curva

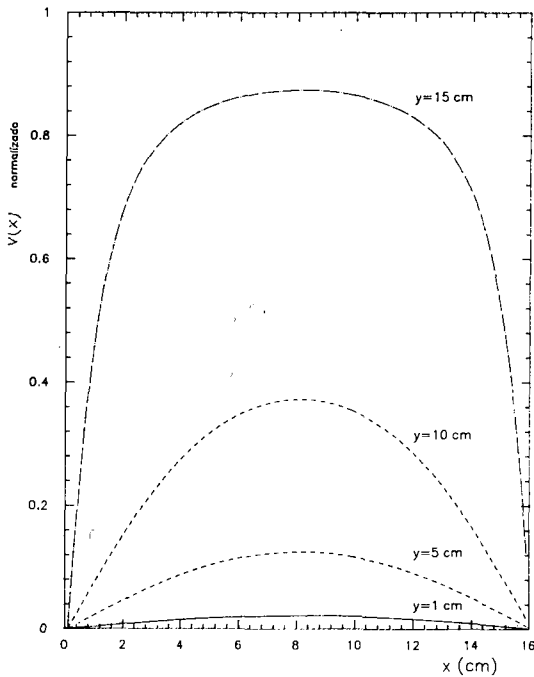


Fig. 4 — Gráfico do potencial $V(x_0, y)$ em função de y para diferentes valores de x_0 .

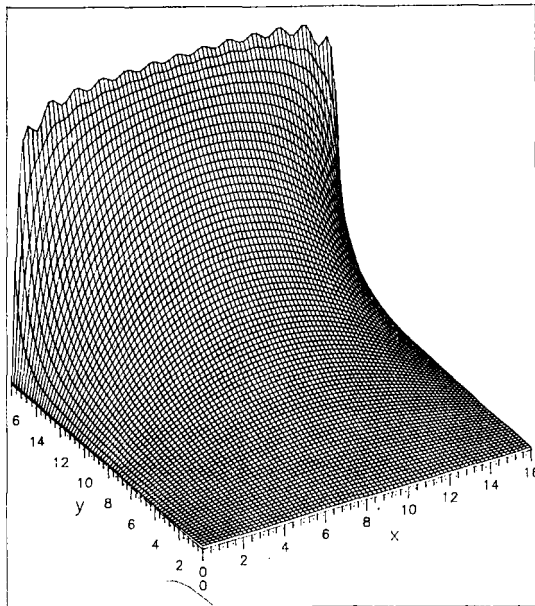


Fig. 5 — Superfície tridimensional $V(x, y)$.

correspondente a $x_0 = 8$ cm constitui uma possível tabela para identificação das linhas equipotenciais, obtidas por via experimental. Curvas análogas para $V(x, y_0)$ com $y_0 = 1, 5, 10, 15$ cm estão representadas na Fig. 4.

Um conjunto típico de curvas equipotenciais está representado no gráfico tridimensional $V(x, y)$ —Fig. 5, para as condições de fronteira indicadas na Fig. 1.

3. Distribuição do campo eléctrico

A distribuição do campo eléctrico pode obter-se através da Eq. (13), do potencial escalar associado. Esta é uma propriedade geral dos campos conservativos. As componentes do campo eléctrico \mathbf{E} tomam a forma:

$$E_x = - (4V_0/a) \sum_n [\sinh (n \pi y/a) / \sinh (n \pi b/a) \cdot \cos (n \pi x/a) \quad (14a)$$

$$E_y = - (4V_0/a) \sum_n [\cosh (n \pi y/a) / \sinh (n \pi b/a)] \cdot \sin (n \pi x/a) \quad (14b)$$

As Eqs. (14) permitem determinar \mathbf{E} em qualquer ponto $P(x, y)$, visto que $\tan \theta = (E_y/E_x)$ e o valor absoluto do campo é obtido por: $E = [E_x^2 + E_y^2]^{1/2}$. O campo de vectores pode então ser representado graficamente, como se mostra na Fig. 6. As linhas de força do campo eléctrico podem também ser obtidas por via computacional. Para o seu traçado, vamos considerar que o ângulo θ_1 e as componentes do campo são conhecidos para um qualquer ponto arbitrário $P_1(x_1, y_1)$. A posição dum ponto próximo $P_2(x_2, y_2)$ sobre a mesma linha de força pode calcular-se atendendo a que:

$$x_2 = x_1 + \Delta l \cos \theta_1 \quad (15)$$

e

$$y_2 = y_1 + \Delta l \sin \theta_1 \quad (16)$$

O acréscimo Δl tem de ser criteriosamente escolhido e suficientemente pequeno para que as linhas equipotenciais tenham significado. Uma vez obtido o ponto $P_2(x_2, y_2)$, as componentes do campo \mathbf{E} para este ponto e o ângulo θ_2 correspondente são de novo deter-

minados. Recorrendo às Eqs. (15) e (16), pode obter-se um conjunto de pontos $P_2 \dots P_n$, cuja ligação representa a linha de força procurada.

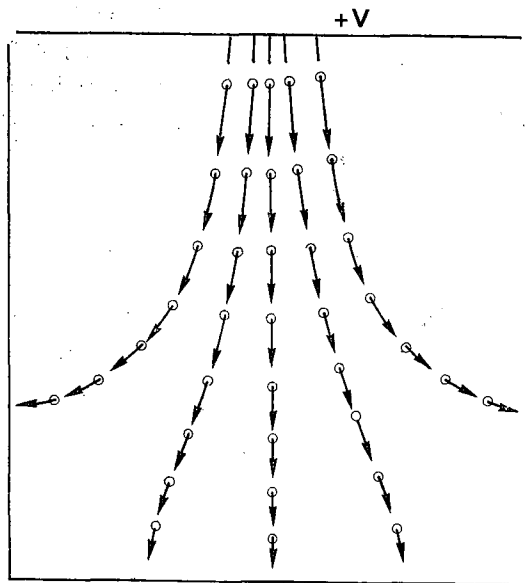


Fig. 6 — Representação aproximada do campo de vetores E .

As diferentes linhas de força podem obter-se por aplicação sucessiva a novos pontos de partida $P_j(x_j, y_j)$.

4. Conclusão

Com material acessível (folha de latão) e equipamento de uso corrente: [gerador de tensão, multímetro digital e papel grafítico], é possível construir um sistema experimental que permite traçar um conjunto de curvas equipotenciais. Pode recorrer-se a qualquer tipo de computador para a previsão e análise dos resultados experimentais.

REFERÊNCIAS

- [1] C. JOHNS — Engineering Electromagnetic Fields and Waves, Wiley International Edition, 1975.
- [2] P. LORRAIN; D. P. CORSON; F. LORRAIN — Electromagnetic Fields and Waves, W. H. Freeman, New York, 3. ed., 1987.
- [3] J. D. KRAUS — Electromagnetics, McGraw-Hill, 3. ed., 1984.

10th EPS Conference on Condensed Matter Physics (*)

Lisbon, 9-12 April 1990

— Plenary Sessions, Symposia, Posters —

Advanced list of Symposia:

Soft Matter

- Polymer Physics
- Macroscopic random systems and Membranes
- Nonlinear physics, Chaos and Turbulence
- Numerical methods in Liquids and Polymer melts
- Surfaces and interfaces

Solid State

- Heavy Fermions and High- T_c Superconductors
- Metallic magnetic Multilayers
- Quasicrystals
- Nonlinear Optical properties
- Superlattices and Quantum Wells
- Dielectric properties of Insulators
- Novel phenomena at low temperatures
- Clusters and Metallic particles
- New techniques in Condensed Matter

Advanced Materials for future Electronics.

Applied Physics

- Materials for Optoelectronics
- Materials for new Devices
- Metal-semiconductor Interfaces
- Electron transport in microstructures
- New materials and structures
- Device physics, modelling and processing

*

- Did you receive the 1st announcement?
- Do you want to receive the 2nd announcement?

*

Inf.: 10th Cond. Matt. Phys. Conf. Secretariat,
L. Alcácer, LNETI, P-2686 Sacavém Codex
J. B. Sousa, Lab. Física, Fac. Ciências
Porto, 4000 Porto
A. F. Martins, C. Física Mat. Cond.,
Av. Gama Pinto, 2, P-1699 Lisboa Codex

(*) Organized by the European Physical Society and the Portuguese Physical Society. Special sponsorship by UNESCO and E-MRS.

O Trabalho Experimental nas aulas de Física e Química:

Uma perspectiva nacional (*)

A. CACHAPUZ, I. MALAQUIAS, I. P. MARTINS, MARÍLIA F. THOMAZ e N. VASCONCELOS

Grupo INEA/FQ — Universidade de Aveiro — 3800 AVEIRO

Neste artigo apresentam-se os resultados obtidos num estudo empírico, envolvendo 704 professores de Física e Química a leccionar em escolas Secundárias e C+S de todos os distritos do continente, em 1987.

O estudo visava investigar: i) a importância relativa do Trabalho Experimental (T.E.) nas aulas de Física e Química; ii) a tipologia do T.E. realizado nas aulas de Física e Química em função das variáveis: experiência profissional, formação académica, situação profissional e nível de ensino leccionado pelos professores.

A análise dos resultados sugere implicações educacionais a nível dos programas de formação (inicial e contínua) de professores de Física e Química, em particular, a necessidade do T.E. ser mais centrado no aluno e a possível vantagem de iniciar acções de formação contínua envolvendo o T.E., a partir de um certo número de anos de actividade profissional.

1. Introdução

Estudos recentes apontam para a necessidade dos programas de formação de professores de Ciências ajudarem a promover uma melhor reflexão sobre o sentido que deve ser atribuído ao Trabalho Experimental (T.E.) no ensino/aprendizagem das Ciências e o modo como ele se deve processar a nível da Escola Secundária (Woolnough, 1983, Gallagher and Tobin, 1987). Tal necessidade resulta de uma certa insatisfação perante a deficiente articulação entre os resultados de numerosa investigação levada a cabo sobre a problemática do T.E. em particular na última década (Hofstein, 1976; Frazer, 1978; Solomon, 1980; Abraham, 1982) e práticas docentes actualmente existentes. No que respeita à situação em Portugal, a longa experiência dos autores no ensino da Física/Química, não permite à partida considerar que tal falta de articulação já tenha sido ultrapassada. Faltam no entanto estudos, em particular envolvendo a formação de profes-

sores de Física/Química, que ajudem a melhor caracterizar a situação existente sem os quais se corre o risco de importar soluções sem atender a condições concretas do nosso sistema de ensino.

Assim, e no que respeita à problemática educativa do T.E., parece pouco viável delinear programas de formação contínua dos professores de Física e Química (ou reformular estratégias de intervenção existentes a nível da formação inicial) sem um levantamento prévio, ainda que sumário, da actual importância atribuída ao T.E. e sua tipologia no contexto do ensino da Física e Química nas nossas escolas secundárias.

(*) Este trabalho foi realizado no contexto do projecto «O Ensino e a Aprendizagem da Física e da Química: Análise da Situação Actual no Ensino Secundário e Propostas para o Futuro Face aos Novos Desafios Científico-Tecnológicos», financiado pelo Instituto Nacional de Investigação Científica.

Pretende-se neste estudo dar respostas a estas questões. Mais especificamente, os seus objectivos são investigar,

- i) qual a importância relativa do T.E. no quadro de actividades de sala de aula levadas a cabo pelos professores de Física e Química;
- ii) qual a tipologia do T.E. realizado nas aulas de Física e Química em função das variáveis: experiência profissional, formação académica, situação profissional e nível de ensino leccionado predominantemente pelos professores.

O estudo tem por base dois pressupostos: o primeiro aponta para o T.E. como uma componente insubstituível no ensino/aprendizagem da Física/Química; o segundo considera que as decisões de ordem educacional dizendo respeito à implementação do T.E. nas nossas escolas devem ter necessariamente em conta resultados provenientes da investigação educacional.

2. População e Metodologia

Neste estudo empírico realizado em 1987, estiveram envolvidos 704 professores de Física e Química (cerca de 30 % da população) a leccionar em escolas Secundárias e C+S de todos os distritos do continente. Através dum modelo bietápico e sequencial foi seleccionada uma amostra representativa, com $N = 521$. A recolha de dados processou-se através da aplicação dum questionário (*) individual validado previamente por nove juizes independentes.

3. Resultados

Os dados que se apresentam (em percentagem) dizem respeito às respostas dadas pelos professores aos itens do questionário referentes às duas questões pertinentes para este estudo, nomeadamente i) qual a importância relativa do T.E. nas aulas de Física e Química e ii) qual o tipo de T.E. utilizado em função da experiência profissional, formação académica, situação profissional e nível de ensino leccionado predominantemente pelos professores.

3.1. Importância relativa do T.E. nas aulas da Física e Química

A obtenção de dados relativos a esta questão foi feita através do item I.1 do questionário:

«I.1 — Qual (ou quais) das actividades seguintes utiliza (uma ou várias) nas suas aulas de Física e/ou Química?

- trabalhos documentais feitos pelos alunos;
- trabalho experimental;
- aula expositiva;
- resolução de exercícios;
- temas apresentados por alunos;
- viagens de estudo/visitas (museus, fábricas, exposições, ...).

Nota—A alínea «aula expositiva» não é explorada neste estudo.

Os resultados mostram (Tabela 1) que, no conjunto das actividades referidas, o T.E. ocupa um lugar importante. Com efeito, aparece em segundo lugar ($c + d = 54,9\%$), imediatamente após a resolução de exercícios, e claramente diferenciado das três restantes actividades propostas. Este resultado sugere um razoável empenho dos professores de Física e Química na utilização do T.E. O facto da importância do T.E. no ensino/aprendizagem da Física e Química não ser tão consensual como o das outras actividades está provavelmente relacionado com diferentes condições de trabalho existentes nas escolas. Na verdade, 63,0 % dos professores inquiridos dizem efectuar T.E. na sala de aula e 50,8 % consideram os equipamentos insuficientes (55,5 % de Física e 46,4 % de Química).

3.2. Tipo de T.E. utilizado nas aulas de Física e Química

Os dados para análise desta questão, em função das quatro variáveis atrás referidas,

(*) Cachapuz, A.; Malaquias, I.; Martins, I. P.; Thomaz, Marília F. e Vasconcelos, F. «Resultados de um inquérito nacional aos professores de Física e Química — 3.º Ciclo do Ensino Básico e Ensino Secundário — 1987». Monografia, Universidade de Aveiro (em fase de publicação).

TABELA 1—Importância relativa do trabalho experimental (%)

Actividades	(a) Raramente	(b) De vez em quando	(c) Frequentemente	(d) Quase sempre	Não respondem
Trabalhos documentais	51,4	31,0	4,2	0,2	13,2
Trabalho experimental	6,7	32,4	40,7	14,2	6,0
Resolução de exercícios	0	10,0	60,1	24,6	5,3
Temas	57,2	26,7	3,3	0	12,9
Viagens	68,7	19,2	1,0	0,6	10,5

baseiam-se nas respostas ao item I.2 do questionário:

«I.2 — Para cada um dos tipos de trabalho experimental que utiliza nas suas aulas de Física e/ou de Química, indique a frequência com que o faz (uma ou várias).

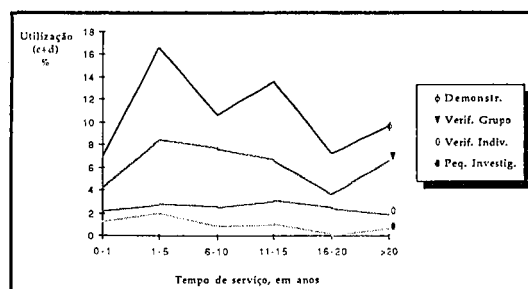
- demonstrações feitas pelo professor;
- verificações feitas pelos alunos individualmente;
- verificações feitas pelos alunos em grupo;
- pequenas investigações pelos alunos».

A tipologia de T.E. apresentada — Demonstrações, Verificações, Pequenas Investigações, foi escolhida tendo em atenção que as Pequenas Investigações permitem um maior grau de abertura da tarefa proposta (p. ex.: ausência do princípio da análise de dados ou necessidade de fontes suplementares de consulta). A fronteira entre as Demonstrações e as Verificações é delineada pela diferente gestão de equipamento e de tempo disponíveis. Tal fronteira continua a prevalecer na utilização, ou não, das Verificações em Grupo face às Verificações Individuais, embora as Verificações em Grupo possam permitir uma reflexão mais rica pelos próprios alunos sobre o sentido, os procedimentos e os resultados do T.E.

3.2.1. Tipo de T.E. e experiência profissional

Para a análise desta questão, a experiência profissional dos professores foi operacionalizada em termos do número de anos de ensino (em 1 de Outubro de 1986).

GRÁFICO 1—Tipo de T.E. e experiência profissional



Nota—As linhas que unem os pontos deste gráfico e dos seguintes destinam-se somente a permitir uma melhor apreciação da evolução dos tipos do T.E.

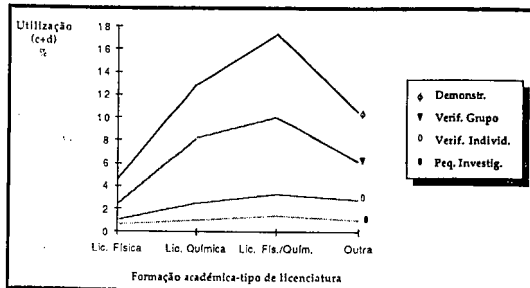
A configuração dos resultados (Gráfico 1) sugere que o T.E. realizado está centrado, sobretudo, no professor (demonstração), e em menor grau no aluno enquanto membro de um grupo (verificação em grupo). Este perfil de resultados, que é compatível com o uso do T.E. como uma mera ilustração da teoria, mantém-se ao longo do tempo de serviço dos professores. De assinalar que, ao fim de 5 anos, há uma inflexão em todas as curvas, sugerindo que é no início da sua actividade profissional

(primeiros 5 anos) que os professores de Física e Química mais usam quaisquer dos tipos de T.E. De realçar ainda a pouca expressão, na amostra considerada, da realização do T.E. em pequenos grupos, a qual pode permitir (se devidamente organizada) um amplo confronto de ideias entre os alunos do grupo sobre o sentido, procedimentos e resultados do T.E., e não só sobre os últimos como é geralmente o caso da discussão a nível da turma, sem contar com o possível desenvolvimento de sistemas de entreatajuda.

3.2.2. Tipo de T.E. e formação académica

A formação académica dos professores aqui referida diz respeito às licenciaturas em Física, ou Química, ramo ensino, e Física e Química. Neste último caso, envolve as antigas licenciaturas das Faculdades de Ciências e as licenciaturas das Universidades Novas (sendo as primeiras largamente preponderantes na amostra utilizada).

GRÁFICO 2 — *Tipo de T.E. e formação académica*

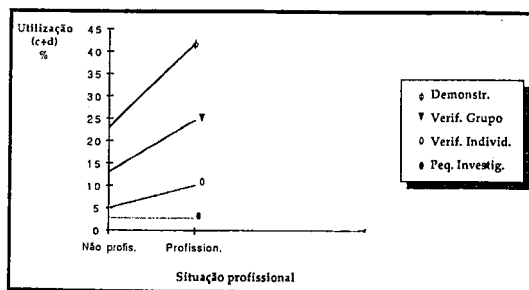


Os resultados (Gráfico 2) sugerem que o tipo de T.E. usado por professores com diferente formação académica é consistente com a tipologia anteriormente referida (3.2.1.). De realçar que a maior utilização do T.E. parece ter lugar quando existe um maior equilíbrio entre a componente Física e a componente Química nos cursos respectivos. Em particular, os licenciados em Física são, de entre os professores inquiridos, aqueles que menos utilizam o T.E. Não é, no entanto, possível esclarecer (dado o instrumento utilizado) se um tal resultado se refere a T.E. de Física, de Química ou das duas componentes.

3.2.3. Tipo de T.E. e situação profissional

Consideram-se dois tipos essenciais de situação profissional: professor profissionalizado e não-profissionalizado.

GRÁFICO 3 — *Tipo de T.E. e situação profissional*

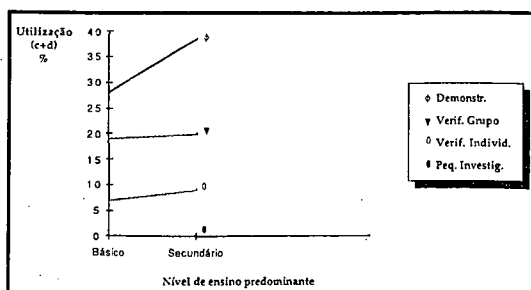


Também aqui a tipologia do T.E. usado é consistente com os resultados anteriores (3.2.1. e 3.2.2.). Parece razoável inferir destes resultados que a profissionalização dos professores desempenha um papel positivo no que respeita ao incremento do T.E. utilizado nas aulas de Física e Química. O efeito parece ser, no entanto, praticamente nulo no caso das pequenas investigações.

3.2.4. Tipo de T.E. e nível de ensino predominante (de 1983 a 1987)

Os dois níveis de ensino a que se refere o estudo são o básico (3.º ciclo) e o secundário. Os resultados (Gráfico 4) parecem indicar

GRÁFICO 4 — *Tipo de T.E. e nível de ensino predominante*



que o tipo de T.E. seguido pelos professores mantém o perfil encontrado anteriormente. Tal tipologia mantém-se quer no 3.º ciclo do ensino básico, quer no ensino secundário. Neste último,

contudo, o T.E. é menos usado, sendo a maior diferença relativa ao uso das demonstrações. De assinalar que é quase nulo o uso «frequente» e «quase sempre», de pequenas investigações (0,1 % no 3.º ciclo do ensino básico e 0,05 % no ensino secundário).

4. Implicações Educacionais

Os resultados desta investigação permitem apontar algumas sugestões no que respeita ao tratamento do tema T.E. em programas de formação inicial e contínua de professores de Física e Química. Em primeiro lugar, mais do que incrementar a realização nas escolas do T.E. é provavelmente mais importante encontrar um maior equilíbrio entre os diferentes tipos de T.E., favorecendo, nomeadamente, verificações individuais e pequenas investigações, i.e., centrando o T.E. preferencialmente no aluno e perspectivando-o não simplesmente como uma ilustração de aspectos teóricos. Como refere Johnstone e Wham (1982), «*it is almost an article of faith to assert that practical work reaches its highest form when done by pupils themselves rather than by demonstration*» (*) (p. 71). Naturalmente que, para qualquer tipo de T.E., os alunos devem ter uma noção clara de «o que é que», e sobretudo «por que é que» o estão fazendo. Tal como lucidamente refere Kubli (1979, p. 7), «seria uma ilusão acreditar que a acção ainda que levada a cabo pelos alunos, contém em si mesma o poder de produzir conhecimento». Tal implica que o professor deverá colocar previamente a si próprio algumas questões tais como: «quais os objectivos do T.E. no contexto das minhas aulas?», «qual o meu papel durante a realização do T.E.?» (Gallagher e Tobin, 1987), isto é, o T.E. deve ser o resultado de um acto deliberado de ensino e, portanto, antecipadamente planeado. No que respeita a pequenas investigações parece ser útil distinguir entre «descobrir que» (ao alcance dos alunos) e «descobrir porquê» (bem mais problemático) (Wellington, 1981). Em segundo lugar, a formação contínua de professores de Física e Química, no que respeita ao T.E., deverá provavelmente iniciar-se após 5 anos

de serviço, período identificado neste trabalho como limiar de intervenção. Finalmente, os professores licenciados num só domínio disciplinar (Física ou Química), em particular aqueles que exercem no ensino secundário, deverão ser alvo de atenção privilegiada no contexto da formação contínua no que respeita ao uso do T.E. É possível que, por exemplo, na sua formação inicial, os professores com este perfil não tenham tido a oportunidade de se familiarizarem com algumas técnicas da Química ou da Física e, em consequência, as suas aulas serem de índole mais teórica.

REFERÊNCIAS

- ABRAHAM, M. — «A descriptive instrument for use in investigating science laboratories». *J. of Res. in Sci. Teaching*, **19** (2), pp. 155-165 (1982).
- FRAZER, M. — «Evaluating Laboratory Courses». Paper presented to RACI Chemical Education Conference in Adelaide, Austrália, Fevereiro (1978).
- GALLAGHER, J. and TOBIN, K. — «Teacher management and student engagement in high school science». *Science Education*, **71** (4), pp. 535-555 (1987).
- HOFSTEIN, A., BEN-ZVI, R. and SAMUEL, D. — «The measurement of interest in an attitude toward laboratory work amongst Israeli high school students». *Science Education*, **60**, pp. 401-411 (1976).
- JOHNSTONE, A. and WHAM, A. — «The demands of practical work». *Education in Chemistry*, **19** (3), pp. 71-73 (1982).
- KUBLI, F. — «Piaget's cognitive psychology and its consequence for the teaching of science». *Eur. Journal of Science Education*, **1** (1), pp. 5-20 (1979).
- SOLOMON, J. — «Teaching children in the laboratory». Croom, Helm (1980).
- WELLINGTON, J. J. — «What's supposed to happen sir?». *S.S.R.*, **63** (222), pp. 167-173 (1981).
- WOOLNOUGH, B. — «Towards a rationale for practical work in school science: implications for training teachers». In *Preservice and Inservice Education of Science Teachers*, Tamir, P., Hofstein, A. and Ben-Peretz, M. (editors), Balaban International Science Services, Philadelphia, Rehovot (1983).

(*) «É quase um acto de fé considerar que o T.E. atinge a sua forma mais elevada quando feito pelos próprios alunos e não através de demonstrações (feitas pelo professor)».

Resolução de problemas em física: Necessidade de uma ruptura com a didáctica tradicional

MARIA ODETE VALENTE

Faculdade de Ciências de Lisboa

ANTÓNIO JOSÉ NETO e MARIANA VALENTE

Universidade de Évora

«O cientista não pensa com fórmulas. Antes de começar a fazer cálculos, concebe hipóteses e imagina estratégias. As fórmulas e os cálculos constituem o passo seguinte».

ALBERT EINSTEIN

1. Enquadramento teórico e curricular

1.1. Conceitos de «problema» e de «resolução de problemas»

À expressão «resolução de problemas» («problem-solving» na literatura em língua inglesa) correspondem, muitas vezes, significados distintos, dependentes de quem os formula ou tenta operacionalizar. Contudo, é possível identificar na literatura da especialidade duas concepções dominantes:

— Uma que considera o «problem-solving» como uma capacidade cognitiva de nível elevado e de âmbito geral, capacidade essa que a investigação ainda não conseguiu caracterizar de forma universal e completa. É o que se conclui de opiniões como a de Dearden (1980) o qual afirma: «está ainda por descobrir um exemplo de capacidade intelectual de âmbito geral, susceptível de ser ensinada e aprendida e que seja educacionalmente relevante; na minha opinião, essa capacidade, a surgir, terá muito a ver com o «problem-solving»».

— A outra concepção, profundamente distinta, encara o «problem-solving» como uma «estratégia» ou um «método» de ensino-aprendizagem. É essa a posição de psicólogos como Bruner e Gagné. O primeiro, por exemplo, é de opinião que só através

do «problem-solving» e do esforço de descoberta que essa actividade pressupõe é possível aprender de forma efectiva (Bruner, 1986). Gagné, por outro lado, evidencia bem o papel fundamental que atribui ao «problem-solving», ao incluí-lo na lista das oito «categorias» de aprendizagem por ele concebidas e, sobretudo, ao colocá-lo no topo da estrutura hierárquica sob a qual organizou essas categorias (Gagné, 1975).

Da mesma forma, e por razões óbvias, o conceito de «problema» aparece na literatura da especialidade com significados diversos. Adoptando uma posição que reúne algum consenso, poderá, pela negativa, afirmar-se que um problema não é um certo exercício de aplicação rotineira assim como não é um algoritmo, por complexo e exigente que ele se revele.

Pela positiva e secundando Garret (1987), assumiremos que um problema é uma questão para a qual não se conhece, à partida, uma solução, nem se sabe, sequer, se ela existirá. Ou, e citando Hayes (1987), «surge um problema sempre que se verifica uma descontinuidade entre o ponto em que se está e aquele a que se quer chegar»; resolvê-lo implica «inventar um caminho», susceptível de, através de «um salto no desconhecido», vencer essa descontinuidade (Prado Coelho, 1988).

1.2. O papel dos problemas no currículo formal

1.2.1. Situação ideal

Dewey, secundado por Whitehead, foi o primeiro pensador deste século a chamar a atenção para o papel potencialmente relevante que os problemas poderiam desempenhar no processo educativo. As duas recomendações não tiveram, de imediato, reflexos significativos nos currículos e na prática educativa real.

Só por alturas da 2.^a Guerra Mundial, e por razões fundamentalmente utilitaristas, devidas à necessidade de incrementar, a ritmo acelerado, as indústrias relacionadas com o armamento e outras actividades afins, se começariam a desenvolver técnicas de resolução de problemas e, ainda assim, de tipo essencialmente algorítmico. Este desenvolvimento ocorreu, sobretudo, em esferas exteriores à área da educação, e conduziu a um conceito de problema demasiado estreito, em que se realçavam, sobretudo, os seus aspectos instrumental e operativo. Essas ideias iriam, no entanto, influenciar decisivamente a investigação e a prática na área do «problem-solving».

A situação anterior enquadra-se, aliás, nas correntes «behavioristas», então dominantes como paradigma de aprendizagem. Essas correntes, que centravam a aprendizagem em produtos, começariam a sofrer contestação significativa, quando, por volta dos anos sessenta, surgem movimentos que, ao contrário, centravam a aprendizagem em processos. O paradigma «behaviorista» perdia, assim, algum terreno, ao passo que se afirmava e implantava o paradigma cognitivista/estruturalista, edificado a partir dos trabalhos de Piaget e dos seus continuadores. Referem-se, neste contexto, pela importância que têm para o ensino da ciência, os nomes de Bruner e de Ausubel. Este último introduziria o conceito de «aprendizagem significativa», por oposição ao de «aprendizagem rotineira». Julga-se que o fenómeno de «transferência de aprendizagem», considerado fulcral na resolução efectiva de problemas, tem uma correlação positiva

com a ocorrência de aprendizagem verdadeiramente significativa.

Compreensivelmente, o «problem-solving» iria, por arrastamento, adquirir importância crescente ao ponto de muitos investigadores se lhe referirem como um processo «vital», nomeadamente no que diz respeito ao ensino-aprendizagem da ciência.

1.2.2. Situação real

À mudança progressiva de paradigma que se vem verificando no campo da investigação educacional não tem correspondido mudança equivalente no que se refere à realidade da sala de aula. Esta continua, ainda, a pautar a sua acção por opções didácticas que, a nosso ver em demasia, colocam o aluno na situação de receptor passivo de informação.

Raramente os professores utilizam estratégias apoiadas na resolução de problemas. Para além das oportunidades de aprendizagem assim desperdiçadas, esta situação gera equívocos e confusões. Exemplificando, dir-se-ia ser discutível a categorização — nível da «Aplicação» da taxonomia de Bloom — que muitos professores e manuais didácticos atribuem aos «problemas» que utilizam. Na verdade, embora apelidados de «problemas», constituem, muitas vezes, simples repetições de processos algorítmicos que os alunos, de algum modo, já conhecem.

Por outro lado, a adopção quase exclusiva de estratégias padronizadas fixa o aluno em esquemas de raciocínio excessivamente rígido. Desta forma se contribui para reforçar a sua eventual incapacidade de proceder à transferência de aprendizagem para situações novas, dificultando, assim, a sua acomodação ao mundo que o rodeia.

Podemos caracterizar, do seguinte modo, a perspectiva em que os problemas são normalmente utilizados:

— Constituem exercícios de aplicação mecânica e rotineira em que, quase sempre, apenas se fazem variar os dados numéricos ou se

procede a rearranjos de equações matemáticas (fórmulas).

- São encarados como questões que, à partida, têm, necessariamente, uma solução.
- Estão associados a estratégias lineares, únicas e antecipadamente conhecidas (ainda que em termos genéricos e difusos).
- São propostos a partir de enunciados fechados, em que toda a primazia é concedida aos dados numéricos. Estes, em geral, são os estritamente necessários, ficando, por isso, o aluno fortemente condicionado.

2. Sucesso e insucesso na resolução de problemas

2.1. Estratégias utilizadas na resolução de problemas e nível de sucesso

No quadro seguinte (Good e Smith, 1986) pretende-se ilustrar a correlação existente entre alguns processos de abordagem de problemas e o nível de sucesso na sua resolução.

Para além das causas de insucesso na resolução de problemas, implicitamente identificadas no quadro seguinte, referem-se agora, sem se pretender ser exaustivo, outras que consideramos pertinentes:

- 1— Insuficiência de conhecimentos teóricos ou existência de confusões conceptuais, motivados por aprendizagens inadequadas e pela ênfase em processos conducentes a aprendizagens essencialmente rotineiras. Hayes (1987) atribui importância fundamental ao papel desempenhado pelos conhecimentos anteriormente adquiridos na resolução de problemas. Considera, mesmo, necessário «dramatizar» esa importância.
- 2— Existência de «Referenciais Conceptuais Alternativos» em conflito com os referenciais científicos formais (exemplo: concepções do «senso-comum» em oposição a concepções «newtonianas»). Na última década têm sido desenvolvidos numerosos estudos relacionados com este aspecto (ver, por exemplo, os historiais feitos por Disessa, 1987 e Driver *et al.*, 1983).
- 3— Resolução mecânica provocadora da viciação do aluno em processos de pensamento rígidos, conducentes à «obsessão pela fórmula» e ao «operativismo cego».
- 4— Conflito entre o código de linguagem do aluno e a especificidade do discurso presente nos enunciados; essa especificidade tem a ver não só com o tipo de vocabulário

Nível de sucesso elevado	Nível de sucesso reduzido
Divide-se o problema em partes (sub-problemas); Utilizam-se os resultados desta análise na resolução do problema.	Tenta-se, de imediato, resolver o problema como um todo; revela-se incapacidade na análise da situação.
Encara-se o problema como uma tarefa que exige pensamento analítico e raciocínio elevado.	Encara-se o problema como algo que implica, essencialmente, o recordar de informação memorizada.
Formulam-se hipóteses de trabalho, concebem-se planos de acção (estratégias) e efectuam-se aproximações.	Raramente se formulam hipóteses; revela-se dificuldade na concepção e explicitação de planos de acção; fica-se demasiado ligado à situação não se procedendo a aproximações adequadas.
Classificam-se os problemas em categorias tendo em conta algum critério genérico (por exemplo de tipo analógico).	Encaram-se os problemas um a um; tem-se dificuldade em proceder a analogias.
Avaliam-se criticamente as estratégias quer quanto aos resultados quer quanto aos passos desenvolvidos.	Procede-se de forma mecânica, raramente se analisando criticamente estratégias e resultados.

que é utilizado mas, sobretudo, com a estruturação lógica das proposições apresentadas.

- 5—Inexistência de reflexão qualitativa-intuitiva inicial. Alguns autores, por exemplo Polya (1975), consideram este aspecto fulcral para uma compreensão da «verdadeira natureza do problema». Posição idêntica é defendida por Hayes (1987), ao atribuir ênfase decisiva à fase da «representação» do problema, ou, como diz Prado Coelho (1988), «ter um problema não basta, é preciso saber construir o problema que se tem».
- 6—Bloqueamento afectivo do aluno motivado por frustrações e desmotivações anteriormente ocorridas. (Trata-se de um aspecto a que não se dá a devida importância, mas que se sabe ser crucial).

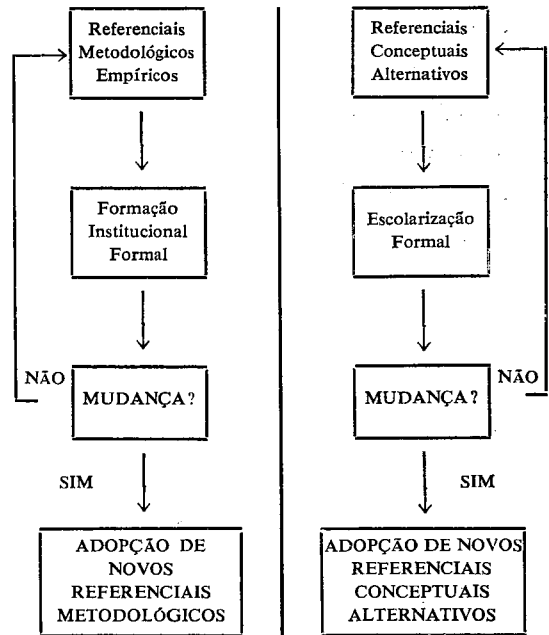
2.2. «Referenciais Metodológicos Empíricos» dos professores — «Referenciais Conceptuais Alternativos» dos alunos: uma analogia pertinente

É legítimo e compreensível colocar, nesta altura, a seguinte questão:

Qual a razão por que, parecendo identificados e caracterizados os efeitos nocivos de uma abordagem tradicional para a resolução de problemas, ela continua a ter a preferência dos professores?

É óbvio que, em parte, essa abordagem impera devido à sua relativa facilidade de implementação. Mas ela impera, também, porque todo o professor possui, à partida, uma formação docente de carácter empírico e ocasional, adquirida ao longo dos anos em que, como aluno, observou e interiorizou os comportamentos e estilos de ensino dos seus próprios professores. Ignorá-lo tem, ao nível do professor, implicações idênticas às que, ao nível do aluno, advêm de não se ter na devida conta os «Referenciais Conceptuais Alternativos» que ele transporta para a escola (Carrascosa, Fúrio e Gil, 1985).

Poder-se-á ilustrar a analogia mencionada com o seguinte diagrama:



3. Uma proposta concreta de ruptura com a didáctica tradicional

3.1. Considerações prévias

Um dos primeiros autores a sugerirem formas concretas de ultrapassar os condicionamentos impostos pela didáctica tradicional foi Polya, através do livro, «How to Solve It». Esta obra, cuja 1.ª edição data de 1945, não teve, na altura, projecção significativa. O próprio Polya o pressentiu ao afirmar: «Este método de resolução de problemas apesar de não estar na moda, tem, no entanto, uma longa história e, talvez, algum futuro» (Polya, 1975).

Na verdade, a previsão de Polya, quanto ao futuro do método que propunha, é, hoje em dia, uma realidade que pode ser evidenciada através do número elevado de publicações que o citam. As linhas de força desse método são as seguintes:

- 1—Existência de uma fase de *reflexão inicial*, de características essencialmente qualitativas, através da qual se possa compreender a «verdadeira natureza» do problema.

- 2—Utilização de *representações externas* (visuais, orais ou verbais) que possam facilitar a «visualização» do problema.
- 3—Concepção prévia de *planos* ou *estratégias* de acção.
- 4—Recurso a *problemas semelhantes* capazes de servirem de modelo ou de fornecerem pistas e sugestões.
- 5—*Análise crítica* dos passos desenvolvidos e dos resultados obtidos.

As ideias de Polya inspiraram muitos dos autores que têm divulgado trabalhos na área da «resolução de problemas». É o caso de Gil Pérez e Martínez Torregrosa no que diz respeito ao «Modelo de Resolução de Problemas como Investigação», por eles divulgado.

3.2. O Modelo de Resolução de Problemas como Investigação

3.2.1. Pressupostos metodológicos do modelo

O modelo de Gil Pérez e Martínez—Torregrosa parte das seguintes bases metodológicas:

- 1—Recusa de problemas assentes exclusivamente em enunciados fechados, que tomem os dados como ponto de partida.

(Rejeição do empirismo radical).

- 2—Recusa da utilização de «exercícios-tipo» que provoquem a fixação dos alunos em esquemas de raciocínio rígidos, bloqueando, desse modo, a transferência de aprendizagem.

(Rejeição de problemas como simples exercícios de aplicação rotineira).

- 3—Recusa de uma didáctica demasiado apoiada em processos de «descoberta autónoma» através dos quais o aluno seja levado a «agir por agir», sem orientação teórica e metodológica adequadas.

- 4—Necessidade de atribuir maior ênfase à formulação de hipóteses e à concepção de estratégias de resolução.

(Desenvolvimento do pensamento criativo).

- 5—Necessidade de proceder à avaliação crítica de dados, de resultados, de hipóteses e de estratégias.

(Desenvolvimento do pensamento crítico).

- 6—Adopção de uma perspectiva construtivista da aprendizagem em que o aluno participe activamente na concepção de hipóteses e estratégias sem que lhe sejam pura e simplesmente impostas.

3.2.2. Fases do Modelo

As fases principais do modelo são as seguintes:

- 1—Conversão de enunciados fechados em enunciados abertos, por supressão de todos os dados numéricos.
- 2—Análise qualitativa-intuitiva da situação problemática proposta, apoiada em representações externas apropriadas.
- 3—Formulação de hipóteses de trabalho, concretizadas em termos de relações funcionais do tipo:

$$y = f(x_1, x_2, \dots).$$

O número e a natureza das variáveis consideradas depende da hipótese concreta que tiver sido formulada.

- 4—Concepção de um plano global de acção (estratégia) o qual pressupõe uma atitude reflexiva perante a actividade a desenvolver e evita o recurso a puras tentativas de de ensaio e erro.
- 5—Execução das estratégias através do recurso a fórmulas adequadas e ao cálculo matemático.
- 6—Análise crítica dos passos desenvolvidos e dos resultados obtidos visando, neste caso, verificar:

—se existe concordância entre esses resultados e as hipóteses formuladas;

—se existe compatibilidade entre os resultados provenientes de estratégias diversas;

—se esses resultados conseguem explicar casos especiais e situações limite, relacionados com o problema proposto.

7—Concretização numérica que pode revelar-se útil no confronto com a realidade, nomeadamente no julgar da plausibilidade de determinados valores e ordens de grandeza atribuídos às variáveis envolvidas.

Ao apresentar-se de forma tão sistematizada o modelo de «Resolução de Problemas como Investigação» não se pretende, e os próprios autores para isso alertam, substituir algoritmos por um outro algoritmo. Pretende-se, tão só, chamar explicitamente a atenção para algumas das fases do modelo que são particularmente descuradas pela didáctica tradicional.

3.2.3. *Um exemplo concreto de utilização do modelo na resolução de um problema de electricidade*

Enunciado

Um condutor metálico cilíndrico, de resistência igual a 10Ω , é percorrido por uma corrente de 200 mA. Determine o valor da intensidade da corrente que irá percorrer um outro condutor do mesmo metal e de igual comprimento, mas de secção dupla, supondo que se manteve constante a d.d.p. aplicada.

Face a um problema deste tipo, o procedimento mais vulgar é o seguinte:

- 1—Faz-se a leitura mais ou menos apressada do enunciado.
- 2—Tenta-se, imediatamente, relembrar fórmulas que se adaptem à situação.
- 3—Escrevem-se essas fórmulas.

Neste caso, escrever-se-iam, eventualmente, as seguintes:

$$V_{AB} = RI$$

$$R = \frac{c}{\sigma S}$$

4—Substituem-se os valores numéricos e fazem-se as manipulações matemáticas julgadas necessárias.

Admite-se que, neste caso, surgissem algumas dificuldades, dado que o processamento matemático exigido não é linear.

5—Aceita-se acriticamente o resultado final obtido; raramente, por exemplo, se analisa a viabilidade da ordem de grandeza que lhe corresponde.

Numa perspectiva de «Resolução de Problemas como Investigação» o procedimento seria, agora, o seguinte

1.º—*Converte-se o enunciado fechado em enunciado aberto*

Um exemplo possível:

«Que acontecerá à intensidade da corrente que percorre um condutor metálico se as características do condutor forem completamente alteradas?»

Repare-se que, para além da supressão dos dados numéricos, este enunciado, ao contrário do anterior, concede ao aluno a liberdade de ser ele a decidir quais as variáveis que deve controlar.

2.º—*Procede-se a uma análise intuitiva e qualitativa da situação problemática proposta.*

Um exemplo possível:

—A intensidade da corrente que percorre um condutor metálico depende dos seguintes factores:

- da *diferença de potencial* aplicada (factor decisivo);
- da *resistência* do condutor, a qual, por sua vez, depende da *temperatura* e das características físicas do condutor: *comprimento, área da secção recta e condutividade eléctrica* (tipo de metal);

—Se pretendermos analisar o feito provocado no valor da intensidade da corrente pelas alterações introduzidas nas características do condutor, teremos de fixar a temperatura e a diferença de potencial (d.d.p.) aplicada.

— Uma vez fixados aqueles factores, pode afirmar-se que:

- a) a dois condutores de idênticas dimensões, mas de metais diferentes, correspondem, em geral, intensidades de corrente diferentes;
- b) a dois condutores que apenas diferem no comprimento correspondem, também, intensidades de corrente diferentes: a corrente é mais intensa no de menor comprimento e é menos intensa no de maior comprimento;
- c) a dois condutores que apenas diferem no valor da área da secção recta, ou seja, na espessura, correspondem, ainda, correntes diferentes: a corrente é mais intensa no mais espesso e menos intensa no menos espesso;
- d) se as características do condutor forem completamente alteradas, a intensidade da corrente irá, em princípio, variar; isso só não acontecerá no caso dos efeitos se compensarem.

PARÂMETROS EM JOGO

- a) *Parâmetros Variáveis*
 - intensidade da corrente (I)
 - resistência (R)
 - comprimento (c)
 - área da secção recta (S)
 - condutividade eléctrica (σ)
- b) *Parâmetros a fixar*
 - diferença de potencial (V_{AB})
 - temperatura (θ)

3.º — Formulam-se hipóteses de trabalho

Relações funcionais

Referem-se alguns exemplos de relações funcionais que os alunos poderiam sugerir, a título de hipóteses:

$$I = f(V_{AB}, R)$$

$$I = f(V_{AB}, R, \sigma, c, S)$$

$$I = f(V_{AB}, \sigma, c, S, \theta)$$

Devem ser evitados, nesta fase, quaisquer comentários críticos relacionados com as relações funcionais sugeridas. Pretende-se, com isso, que sejam os próprios alunos, através dos resultados finais obtidos, a avaliarem a adequabilidade e plausibilidade das hipóteses que formularam.

4.º — *Concebem-se e executam-se estratégias*

Várias seriam as estratégias que se poderia utilizar nesta fase. Elas iriam depender das hipóteses formuladas e da análise qualitativa que tivesse sido efectuada.

No entanto, qualquer estratégia que fosse desenvolvida teria, necessariamente, de recorrer a fórmulas apropriadas. Repare-se que, ao contrário do que tradicionalmente sucede, a *fórmula surge*, neste modelo, numa fase avançada e está ao serviço das hipóteses e das estratégias.

No caso do exemplo concreto que temos vindo a desenvolver, pode admitir-se que, no final desta fase, se chegaria a um resultado traduzido por uma equação do tipo:

$$I = V_{AB} \frac{\sigma S}{c} \Leftrightarrow I = C_{te} \frac{\sigma S}{c}$$

uma vez que V_{AB} é um parâmetro a fixar, necessariamente.

5.º — *Analisa-se o resultado final*

Dever-se-ia, agora, analisar o resultado final obtido, de modo a verificar:

- a) se ele é, ou não, compatível com as conclusões derivadas na fase qualitativa inicial;
- b) se ele permite validar a adequabilidade e plausibilidade das hipóteses formuladas.

Relativamente aos exemplos de relações funcionais que foram apresentados poder-se-ia, agora sim, tecer alguns comentários críticos:

- a) A primeira relação funcional não explicita directamente as variáveis que se relacionam com as características do condutor.

Não constituiria, por isso, uma boa hipótese, tendo em conta o problema proposto.

- b) A segunda relação, embora já as explicita, apresenta, contudo, variáveis que dependem umas das outras: é o caso de R que é, por sua vez, função de σ , c e S .
- c) A terceira relação tem o inconveniente de incluir como variáveis dois parâmetros a fixar (V_{AB} e θ). Aliás, situação idêntica ocorre com as duas outras relações no que diz respeito ao factor V_{AB} .

Situações limite

Poder-se-ia, ainda, verificar se o resultado final permite prever e explicar situações limite como as seguintes:

- a) Quando $S \rightarrow 0$, ou seja, quando a espessura do condutor se torna infinitamente pequena, a intensidade da corrente tende a anular-se.
- b) Quando $c \rightarrow \infty$, ou seja, quando o condutor se torna infinitamente longo, a intensidade da corrente tende, igualmente, a anular-se.
- c) Quando $\sigma \rightarrow 0$ (não condutor) a intensidade da corrente tende também a anular-se.

4. Conclusões e sugestões

Concordando com os seus autores, julgamos que este modelo de resolução de problemas, conjugado com os paradigmas teóricos que o fundamentam, constitui uma proposta metodológica válida. Como tal, ela é susceptível de contribuir para a superação de atitudes necessariamente redutoras, relativas à natureza do conhecimento e da actividade científica, por um lado, e ao enquadramento curricular dos problemas, por outro.

Admitimos, no entanto, que se trate de um modelo que, no imediato e na sua plenitude, não seja de fácil implementação na sala de aula. Julgamos que nem os professores estarão

preparados e sensibilizados para abordagens deste tipo nem os currículos e outras estruturas educativas a isso os estimulam e para isso os formam.

Deste modo, parece-nos realista sugerir aos professores abordagens que conciliem alguns aspectos do modelo com procedimentos considerados mais exequíveis no contexto actual.

Apresentamos assim algumas *propostas*:

1—Quando se tiver de recorrer a enunciados fechados, dar ênfase à análise qualitativa-intuitiva inicial, à multiplicidade de estratégias possíveis e à avaliação crítica dos resultados.

(Privilegiar atitudes de reflexão em vez de permitir o desenvolvimento de hábitos de utilização obsessiva de fórmulas).

2—Conceber enunciados que contenham dados numéricos em procedimento no resto idêntico ao referido em 1.

Colocar, assim, o aluno na posição de ter de optar, fundamentalmente, entre dados relevantes e irrelevantes. Esta é uma situação muito frequente na vida quotidiana, numa sociedade em que a informação se multiplica a um ritmo alucinante.

3—Conceber enunciados com um número insuficiente de dados que levem o aluno à necessidade de tomar consciência da informação em falta e desencadear mecanismos tendentes a conseguí-la.

Pretende-se estimular e desenvolver a capacidade de consulta bibliográfica ou outra relacionada com a recolha de dados.

4—Utilizar, sempre que possível, estratégias de tipo metacognitivo, ou seja, estratégias que ajudem o aluno a tomar consciência dos seus próprios processos de pensamento e a controlar e a avaliar as estratégias a que recorre.

A técnica de «pensar em voz alta» («Think Aloud Technique») é particularmente útil neste aspecto. Ela permite nomeadamente, detectar confusões conceptuais e vícios de raciocínio, contribuindo, dessa maneira, para ajudar o aluno a

avaliar criticamente os processos intelectuais que desenvolve.

Esta dimensão, que julgamos fundamental para a dinamização da investigação nesta área, é objecto de outros estudos em curso.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BIRCH, W. — «Towards a model for problem based learning», *Studies in Higher Education*, vol. 11, N.º 1, 73-82 (1986).
- BRUNER, J. S. — *Towards a Theory of Instruction*, Cambridge, Mass., Belknap (1986).
- CARRASCOSA, J.; FÚRIO, C.; GIL, D. — «Formation du professorat des sciences et changement methodologique», *VIIèmes Journées Internationales sur l'enseignement Scientifique* (1985).
- DEARDEN, R. F. — «What is general about general education», *Oxford Review of Education*, N.º 6 (1980).
- DISESSA, A. A. — «The third revolution in computers and education», *J. Res. Sci. Teach.*, Vol. 24, N.º 4, 343-367 (1987).
- DRIVER, R. *et al.* — «Theories in action: some theoretical and empirical issues in the study of students conceptual frameworks in science», *Studies in Science Education*, Vol. 10, 37-60 (1983).
- GARRETT, R. M. — «Issues in Science Education: problem-solving, creativity and originality», *Int. J. Sci. Educ.*, Vol. 9, N.º 2, 125-137 (1987).
- GAGNÉ, R. M. — *The Conditions of Learning*, (2.ª edição), New York, Holt, Rinehart e Winston (1970).
- GIL PÉREZ, D.; MARTINEZ-TORREGROSA, J. — «A model for problem-solving in accordance with scientific methodology», *Eur. J. Sci. Educ.*, Vol. 5, 447-455 (1983).
- GIL PÉREZ, D., *et al.* — *Iniciation a las Ciencias Físico-Química en la Enseñanza Media*, Vol. 1, Valencia, ICE (1986).
- GOOD, R.; SMITH, M. — «How do we make students better problem solvers», *The Science Teacher*, 31-36 (1987).
- HAYES, J. R. — *The Complete Problem Solver*, Hillsdale, New Jersey, Lawrence Erlbaum Associates (1987).
- POLYA, G. — *How to Solve It*, 2.ª edição, Princeton, Princeton Univ. Press (1975).
- PRADO COELHO, E. — *A Noite do Mundo*, Lisboa, Imprensa Nacional—Casa da Moeda (1988).
- WOOLFOLK, A. E.; NICOLICH, L. — *Psicologia de la Educacion para Profesores*, Madrid, Narcea (1986).

OLIMPIADAS DE FÍSICA-88

Etapa Nacional (final)

A etapa final das Olimpíadas de Física 88 da SPF teve lugar no Laboratório de Física da Faculdade de Ciências do Porto, a cargo da Delegação Norte da SPF, no dia 25 de Novembro de 1988, conforme se noticiou no último número da Gazeta de Física (vol. 12, pág. 35). Publicamos hoje os textos das provas então realizadas.

Prova para o 9.º ano

Primeira parte (60 minutos)

1 — Os dinamómetros são instrumentos de construção relativamente simples.

1.1 — Constrói um dinamómetro com recurso ao material:

- suporte com haste metálica flexível;
- um corpo de peso conhecido;
- berlindes e saqueta para os colocar;
- clips, régua e transferidor.

1.2 — Elabora um relatório sucinto que refira nomeadamente:

- uma descrição do modo como procedeste;
- uma análise crítica ao dispositivo construído.

Segunda parte (50 minutos)

1 — Um outro dinamómetro vai ajudar-te a responder à questão:

«Como varia a intensidade da força magnética F que um imã exerce sobre o gancho do dinamómetro, com a distância d que os separa?».

Material:

- dinamómetro;
- imã;
- clip;
- papel milimétrico.

1.1 — Faz um planeamento que te permita responder, por via experimental, a questão proposta.

- 1.2—Elabora um relatório que inclua:
- uma descrição do modo como procedeste;
 - um gráfico que traduza a variação de F com $1/d^2$;
 - uma interpretação do referido gráfico;
 - uma análise das condições experimentais.

Prova para o 11.º ano

Primeira parte (80 minutos)

1—Por combustão, 1 g de álcool etílico fornece uma determinada energia.

1.1—Faz um planeamento que te permita determinar experimentalmente a energia libertada na combustão de 1 g de álcool de que dispões com recurso ao seguinte material:

- balança de pratos suspensos;
- caixa de massas marcadas;
- pesa cartas;
- copo com isolamento térmico e agitador;
- lâmparina;
- termómetro;
- suporte e agarra;
- proveta graduada;
- álcool e água.

(Notas informativas—ver folha anexa)

1.2—Executa a experiência planeada.

1.3—Elabora um relatório que refira nomeadamente:

- uma descrição do modo de proceder;
- um registo organizado dos resultados obtidos;
- uma análise crítica das condições experimentais e sua influência nos resultados obtidos.

Algumas indicações úteis

Calor específico ou mássico—é definido como a quantidade de calor Q que é necessário fornecer a um corpo de massa de uma unidade (por exemplo, 1 g) para que a sua temperatura aumente de 1°C .

$$C = Q/m\Delta t;$$

Unidade mais usual: $\text{cal/g}^\circ\text{C}$;

Calor mássico da água = $1 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$.

Massa volúmica—é definida como o quociente entre a massa de um corpo de uma dada substância e o seu volume.

$$\text{Massa volúmica} = m/V;$$

Unidade mais usual: g/cm^3 ;

Massa volúmica da água = 1 g/cm^3 .

Balança de pratos suspensos — Instruções

1—Destrava a balança, utilizando o botão M , a fim de verificar qual a posição do ponteiro, com a balança em equilíbrio.

2—Trava a balança e em seguida coloca no prato esquerdo o corpo cuja massa pretendes determinar.

3—Coloca, usando sempre uma pinça, sucessivas massas marcadas no prato direito começando pelas maiores e experimentando-as por ordem decrescente até que o ponteiro atinja a posição de equilíbrio inicial.

Nota—As operações de retirar ou colocar massas no prato da balança devem ser feitas com a balança travada.

Segunda parte (50 minutos)

1—Descrição da situação.

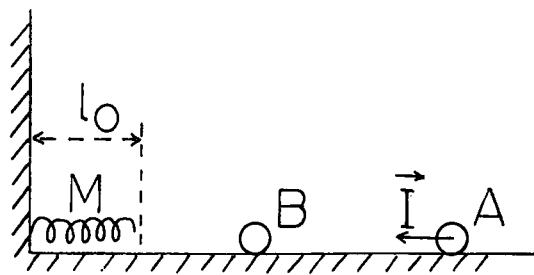
A esfera A , inicialmente em repouso, é posta em movimento por acção de um impulso I , choca com a esfera B de igual massa (em repouso antes do choque) podendo então acontecer uma de duas coisas:

i) A esfera A fica em repouso e B é posta em movimento

ou

ii) As duas esferas seguem conjuntamente.

A esfera B (caso *i*) ou as duas esferas (caso *ii*) encontram então a mola M que é comprimida experimentando uma deformação (ver Fig.).



1.1—Pretende-se que, para cada um dos casos indicados, deduzam as expressões matemáticas que permitem relacionar o impulso I com:

m — massa de cada esfera;

K — constante de elasticidade da mola;

Δl — variação do comprimento da mola na deformação máxima.

Elaborem um relatório que descreva pormenorizadamente o raciocínio utilizado na resolução do problema.

1.2—Indiquem, justificando, se são iguais ou diferentes as deformações Δl da mola e se há conservação de energia mecânica nos dois casos *i*) e *ii*).

Nota—A expressão matemática que permite calcular a energia potencial elástica é $E_p = K(\Delta l)^2/2$. Considerem desprezáveis as forças de atrito com o plano e tomem o sistema constituído pelas esfera, plano, mola e Terra como isolado.

Protocolo SPF/Gradiva Publicações Seu interesse para os sócios da SPF

Em 8 de Maio de 1989, foi assinado em Lisboa um protocolo de colaboração entre a Sociedade Portuguesa de Física e a Gradiva Publicações, visando promover uma maior difusão de obras científicas, nomeadamente com carácter de divulgação, num esquema que concede facilidades e descontos para os sócios da SPF. As partes relevantes do protocolo são as seguintes:

1—Visando uma estreita colaboração entre as partes, deve o presente protocolo servir não só para a divulgação das obras da Gradiva junto de um público especializado, como ainda para facilitar a esse público a aquisição dessas mesmas obras. Assim, estabelecem-se no âmbito deste protocolo mecanismos de consulta e colaboração que salvaguardem a autonomia e competência específicas das partes envolvidas.

2—Possuindo a Sociedade um Boletim que é distribuído pelos seus sócios, a Gradiva compromete-se a oferecer à Sociedade dois exemplares das obras de carácter científico da especialidade ou afins que vá publicando a partir da data da assinatura deste protocolo. Em contrapartida, o corpo redactorial do Boletim da Sociedade assegurará uma referência às

mesmas, referência que terá, segundo o parecer da Sociedade, características diferentes consoante a sua relevância (simples referência, recensão, publicação de excertos, etc.).

3—A Gradiva compromete-se a fornecer aos sócios da Sociedade as obras referidas com um desconto de 20 % sobre o preço de venda ao público. Para tanto, bastará a inserção de um cupão no referido Boletim que funcionará como pedido e que será enviado pelo correio com cheque ou vale postal do montante devido. Em alternativa à via postal, poderão os associados adquirir os exemplares pretendidos na sede da editora, em Lisboa, munindo-se para esse efeito de um comprovativo de que são sócios da Sociedade.

4—A Gradiva fornecerá ainda aos sócios da Sociedade todas as obras da colecção Ciência Aberta com o mesmo desconto de 20 %, sendo referida essa possibilidade no Boletim da Sociedade pelo menos uma vez por ano, mediante o fornecimento por parte da Gradiva de uma listagem de títulos disponíveis. Esta possibilidade poderá eventualmente ser estendida a outras do catálogo da Gradiva que, embora pertencentes a outras colecções, possam revelar-se de interesse para os sócios da Sociedade, em condições a acordar entre as partes.

5—Os professores que julgam de interesse para as suas aulas algum dos títulos publicados pela Gradiva e cuja escola efectue uma encomenda conjunta de livros para os alunos (considerando-se como número mínimo uma quantidade equivalente a vinte exemplares) terão direito a um exemplar gratuito.

6—A colaboração entre a Gradiva e a Sociedade poderá ainda, eventualmente, traduzir-se de outras formas, a saber:

6.1—A Sociedade, a pedido da Gradiva, poderá recrutar tradutores e revisores especializados para determinadas obras;

6.2—A Sociedade poderá fazer sugestões de tradução e publicação.

6.2.1—Nos casos a acordar pelas partes, referentes a obras de excepcional qualidade, poderá a Gradiva, se assim o entender, fazer menção da recomendação especial da Sociedade. Nessas obras, o desconto poderá ser superior a 20 %.

6.3—Por meios a acordar, poder-se-ão promover obras de autores portugueses.

6.4—Numa segunda fase, poder-se-ão traçar protocolos para a organização conjunta de colóquios sobre divulgação científica, bem como visitas a Portugal de cientistas conceituados. Em particular, poderá ainda ser organizada em conjunto uma «Conferência Gradiva», proferida por um convidado ilustre e dirigida especialmente à juventude.

metrologia... fundamental, industrial, legal

Já pensou numa carreira profissional como metrologista?

O Ministério da Indústria e Energia ,
através do Instituto Português da Qualidade,
com o apoio da Comissão das Comunidades Europeias,
está actualmente envolvido na criação de
uma rede nacional de laboratórios metrológicos.
A rede integrará o Laboratório Central de Metrologia,
sediado no Porto (Viso), com uma extensão sul (Pragal, Plano Integrado de Almada).
Comportará, ainda, cinco Laboratórios Regionais
(Coimbra , Évora , Faro, Lisboa, Porto).
O investimento total, superior a 6 milhões de contos,
será executado entre 1989 e 1993.
O Instituto Português da Qualidade
está a iniciar uma campanha de formação de Metrologistas
para a rede nacional de laboratórios metrológicos.
Estamos, também, interessados em docentes do Ensino Secundário.
Se a hipótese lhe interessa contacte, para informação adicional,
o Engenheiro António Cruz, Director dos Serviços de Metrologia.

Instituto Português da ualidade

**Rua Professor Reinaldo dos Santos, lote 1378
1500 Lisboa
Tel: 78 61 58 / 59
Telefax 78 19 80**



VOL. 12 • FASC. 2 • ABRIL 1989

SUMÁRIO

Proposta de introdução de problemas de semelhança nas cadeiras de Física	41
<i>António Brotas</i>	
Descoberta de um pulsar num sistema binário eclipsante - Evaporação de uma anã branca por um pulsar	50
<i>João Lin Yun</i>	
Propagação de feixes Laser. II - Estudos experimentais	53
<i>M. Arcelina Marques, Carlos A. Rego, José H. Rodrigues, Luís Bernardino e José R. Salcedo</i>	
Um dispositivo experimental simples para obtenção de linhas equipotenciais do campo eléctrico	60
<i>V. A. Esteves, L. F. Peralta, A. M. A. Costa, J. P. Marques e A. I. Seruya</i>	
O Trabalho Experimental nas aulas de Física e Química - Uma perspectiva nacional	65
<i>A. Cachapuz, I. Malaquias, I. P. Martins, Marília F. Thomaz e N. Vasconcelos</i>	
Resolução de problemas em Física - Necessidade de uma ruptura com a didáctica tradicional	70
<i>Maria Odete Valente, António José Neto e Mariana Valente</i>	
Olimpiadas de Física - 88	78