espacial que, por convenção, é igual à unidade quando expressa no sistema electrostático C. G. S., tem valor diferente quando expressa no sistema Giorgi. É sabido que a força F com que se solicitam mùtuamente duas cargas eléctricas pontuais Q e Q' situadas no vácuo à distância x uma da outra, é dado por: $F = 1/\varepsilon_0 \times QQ'/x^2$ em que ε_0, é a constante dieléctrica espacial. O seu valor será dado por:

$$\varepsilon_0 = \frac{QQ'}{Fx^2}.$$

Se trabalharmos com esta expressão no sistema Giorgi e considerarmos, em particular, as cargas eléctricas ambas iguais à unidade, F igual à unidade e x igual à unidade, obtemos a unidade Giorgi de constante dieléctrica (U. G. Cd.):

$$1\,\text{U. G. Cd.} = \frac{1\,\text{coulomb} \times 1\,\text{coulomb}}{1\,\text{newton} \times 1\,\text{m}^2}$$

que, em unidades electrostáticas G. G. S., vale:

$$1\,\text{U. G. Cd.} = \frac{3\times10^9 \times 3\times10^9}{10^5\times10^4}\ \text{U. Es. Cd.} = $$
$$= 9\times10^9\ \text{U. Es. Cd.}$$

Suponhamos então o seguinte problema: Calcular a intensidade da força com que se repelem mùtuamente duas cargas eléctricas pontuais, colocadas no vácuo à distância de 40 cm uma da outra, as quais valem, respectivamente 1600 U. Es. Q. e 0,8 micro-coulombs.

Resolução no sistema C. G. S.:

$$F = 1/\varepsilon_0 \times QQ' =$$
$$= 1/1\,\frac{1600\times0{,}8\times3\times10^3}{40^2} = 24\times10^2\ \text{dynes.}$$

Resolução no sistema Giorgi:

$$F = 9\times10^9 \times \frac{1600}{3\times10^9} \times \frac{0{,}8}{10^6} \times \frac{1}{0{,}4^2} =$$
$$= \frac{115{,}2\times10^{11}}{0{,}48\times10^{15}} = \frac{24}{10^3}$$

que equivale a 24×10^2 dynes.

RÓMULO DE CARVALHO
PROF. DO LICEU CAMÕES

5. EXAMES UNIVERSITARIOS

PONTOS DE EXAME

F. C. L. — Física Geral — Exame final — Julho-1946.

101 — Um circuito compreende um gerador de resistência interior nula (E = 2,00 V) e um galvanómetro (R = 180 Ω) que marca 18,2 divisões. Põe-se em derivação com o galvanómetro um shunt (R' = 200). Diga o que sucede à agulha do galvanómetro considerando desprezaveis as resistências dos fios de ligação. R: *A corrente no circuito constituido pelo gerador e galvanómetro é* $I_1 = 2/180 = 1/90$ *A. Quando se adapta ao galvanómetro o shunt a corrente no circuito passa para* $I_2 = 2/18 = 1/9$ *A. Daqui deduz-se que o poder amplificador do shunt é* 10. *Portanto a corrente debitada pelo gerador é* 10 *vezes maior, mas pelo galvanómetro passa a mesma corrente* I, *mantendo-se a agulha na divisão* 18,2.

102 — Duas lentes delgadas constituem um sistema centrado no ar; calcular o intervalo das duas lentes sabendo que distam 5,0 cm uma da outra e que o ponto principal objecto do sistema coincide com o foco objecto da 1.ª lente. R: O *intervalo entre as duas lentes é dado por:* $\Delta = d - f_1 - f_2$ (1). *(d—distância entre as duas lentes e* f_1 *e* f_2 *são respectivamente as distâncias focais imagem da 1.ª lente e objecto da 2.ª). A expressão:* $H_1H = f_1[1 + (f'_1 + f'_2)/\Delta]$ (2). (*Distância entre o plano principal objecto da 1.ª lente e o plano principal objecto do sistema). Pelos dados do problema* $H_1H = H_1F_1 = f_1$ e $f_1 = f'_1$ *e* $f_2 = f_2$. *Logo para* (1) *e* (2) vem $\Delta = d - f_1 — f_2$ *e* $f_1 = f_1 + f'_2/\Delta + f_1f_2/\Delta$. *Efectuando operações obtem-se* $f_1 = -f_2$ *e* $\Delta = d = 5{,}0$ cm.

103 — O coeficiente de absorção mássico do cobre para certo comprimento de onda é 2,75 cm^2/g. Calcular a espessura de uma lâmina de cobre que reduz à 4.ª parte a intensidade de um feixe de radiação dêsse comprimento de onda. R: *A partir de* $I = I_0e^{-\mu x}$ *(lei exponencial de absorção) ou ainda* $I_0 = I_0e^{\mu x}$ *obtém-se:*

$$x = \frac{\log(I_0/I)}{\mu \log e} = 0{,}057 \text{ cm}$$

em que: $I = I_0/4$; $\log e = 0{,}4343$ $\mu = 2{,}75\ \rho\ \text{cm}^{-1}$ *e* $\rho = 8{,}94\ \text{g/cm}^3$ para o cobre.

104 — *a)* Diga o que são correntes polifásicas e qual a sua aplicação. *b)* Diga em que consiste o efeito Peltier e enuncie a lei dos contactos sucessivos. *c)* Dê o esquema e explique o funcionamento do rectificador de mercurio para rectificação total e diga como é constituído o átomo Al_{13}^{27}.

105 — a) Diga em que consiste o fenómeno das interferências e como se pode produzir. *b)* Defina índice de refracção ordinário e extraordinário de um cristal monoaxial. *c)* Diga em que consiste o efeito foto-eléctrico e enuncie as respectivas leis.

106 — a) Diga em que consistem os defeitos de visão chamados, miopia, hipermetropia e astigmatismo e como podem corrigir-se. *b)* Defina constante radioactiva e período de um rádio-elemento. *c)* Descreva sumàriamente as operações e cálculos a efectuar para medir uma resistência com a ponte de Wheatstone. Esquema da instalação.

F. C. L. — Electricidade — Exame final — Julho 1945.

107 — *a)* Diga o que é e como se obtém o operador de Lorentz; casos particulares. *b)* Estabeleça as relações que dão as componentes da velocidade ω' em função das componentes de *w*. *c)* Contracção de Lorentz e dilatação do tempo; importância da relação $E=mc^2$.

108 — *a)* Equação fundamental da emissão térmica de electrões; leis da foto electricidade. *b)* Variação do c. d. o. de raios X por choque com electróes; teoria deste fenómeno. *c)* Efeito Raman.

109 — *a)* Descarga eléctrica no tubo de Geissler; potencial eléctrico no tubo. *b)* Lei de Moseley. *c)* Equilíbrio de elementos radioactivos; emissão expontânea de neutrões.

110 — Um ponto material está imóvel em S' num ponto $x'=9\times10^{10}$, $y'=0$, $z'=2$ no instante $t'=15\times10^{10}$ (c. g. s.), facto que constitue um acontecimento. Determinar as coordenadas relativistas deste acontecimento no sistema *S* sabendo que para os observadores deste sistema a massa transversal daquele ponto material é 64 % da sua massa longitudinal. R: *As expressões a utilizar são:*

$$x = \frac{x'+vt'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \quad y = y', \quad z = z', \quad t = \frac{t'+(vx'/c^2)}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

(grupo de Lorentz) e ainda $m_l = m_0/R^3$ *e* $m_t = m_0/R$ *(valores da massa longitudinal e transversal do ponto);* $R = \sqrt{1 - v^2/c^2}$ (1) e $c=2\text{x}10^{10}$cm/s *(velocidade de propagação na luz do vácuo.*

Pelos dados do problema tem-se:

$m_0/R = (64/100)\times m_0/R^3 \therefore R^2 = 64/100$ *ou* $R = 0{,}8$.

Substituindo valores em (1) vem $v=1{,}8\times10^{10}$ cm/s *logo as coordenadas deste acontecimento no sistema* S *teem os seguintes valores* (c. g. s.)

$$x=\frac{9\times10^{10}+1{,}8\times10^{10}\times15\times10^{10}}{0{,}8}=45\times10^{20} \text{ cm}$$

$$y=0 \text{ cm}$$

$$z=2 \text{ cm}$$

$$z=\frac{15\times10^{10}+(1{,}8\times10^{10}\times9\times10^{20})/9\times10^{20}}{0{,}8}=21\times10^{20} \text{ s}$$

111 — Um electrão em movimento tem trajectória circular (r=1,7 cm) devido à acção dum campo magnético ($H=10^3$ *Oe*) . Calcular a velocidade do electrão; e diga como calcularia a tensão que a pode produzir.

$e = 1{,}6\times10^{-20}$ U. Em. Q. (carga do electrão)

$m = 0{,}9\times10^{-27}$ q (massa do electrão em repouso)

$c = 3\times10^{10}$ cm/s (vel. da luz no vácuo).

R: *A velocidade* v *de electrões de massa* m *e carga* e *submetidos a um campo magnético* H *normal à direcção de propagação, sendo* r *o raio da trajectória dos electrões, é dada por:*

$$v=\mu_0 Hr\frac{e}{m}. \qquad (1)$$

$\mu_0 = 1$ U. Em. μ. *(no vácuo).*

Substituindo valores em (1) *vem para* v=3,02 cm/s *valor superior à vel. da luz no vácuo; portanto o cálculo de* v *tem de ser feito utilizando a equação relativista*

$$v = \frac{\mu_0 4re}{m_0\Big/\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \text{ cm/s.}$$

O cálculo de V *(tensão capaz de produzir electrões de velocidade* v) *far-se-à a partir de*

$$eV = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-1\right) \to V \textit{ em } \text{U. Es.}$$

quando m_0, e, c *e* v *expressos em* c. g. s.

Resoluções de GLAPHYRA VIEIRA

I. S. T. — Pontos do 1.º exame de frequência — 1.ª chamada.

112 — Calcular a força e o binário que um campo magnético homogéneo exerce sobre uma corrente particular de Ampère. R: *Se o circuito elementar for colocado num campo de indução* **B** *é* $d\mathbf{f} = i/c[d\mathbf{s},\mathbf{B}]$ *e* $\mathbf{f} = -i/c\left[\mathbf{B},\oint d\mathbf{s}\right] = 0$ *e* $d\vec{\Gamma} = [d\mathbf{f},\mathbf{a}]$ *sendo* **a** *o vector dirigido de* **ds** *para o ponto onde se pretende calcular o momento. Então*

$$\vec{\Gamma} = i/c\oint[(d\mathbf{s},\mathbf{B}),\mathbf{a}] = i/c\left\{\oint(d\mathbf{s},\mathbf{a})\mathbf{B} - \oint(\mathbf{B},\mathbf{a})d\mathbf{s}\right\}.$$

Se **B** *é homogéneo o 1.º integral é nulo e o segundo, pelo lema de Stockes, dá* $-\oint(\mathbf{B},\mathbf{a})d\mathbf{s} = -[\mathbf{n},\operatorname{grad}(\mathbf{B},\mathbf{a})]d\Sigma$ *desenvolvendo* grad $(\mathbf{B},\mathbf{a})$ *e observando que* rot $\mathbf{B}=0$ *vem* $-\operatorname{grad}(\mathbf{B},\mathbf{a}) = -(\mathbf{B},\operatorname{grad})\mathbf{a} = \mathbf{B}$ *donde* $\vec{\Gamma} = i/c[\mathbf{n},\mathbf{B}]d\Sigma = [d\mathbf{m},\mathbf{B}]$.

(Ver lições de António da Silveira).

113 — Dois condutores paralelos, indefinidos, são ligados perpendicularmente por um condutor $\overline{AB}$ de comprimento a=10 cm. Um condutor $\overline{CD}$ que fecha o circuito pode escorregar paralelamente a $\overline{AB}$. O sistema está imerso num campo magnético uniforme de intensidade *H*=50 U. e. m. perpendicular ao plano de *A B C D.* Todos os condutores têm a mesma resistência específica de ρ=0,1 ohm×m. Qual é a lei do deslocamento de $\overline{CD}$ para que a corrente induzida cuja constante durante o movimento é igual a 0,01 *A*? Qual é o valor inicial da velocidade? (Supõe-se nula a self-indução). R: $\begin{array}{l}A\\B\end{array}\boxed{\leftarrow\times\rightarrow}\begin{array}{l}C\\D\end{array}$ $i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt}$ *(aparte o sinal) e como* $Hax = \Phi$, $R = 2\rho(a+x)$ *é* $i = \frac{1}{2\rho(a+x)}aH\frac{dx}{dt}$ *equação que integrada dá* $x=a\left[e^{\frac{2\rho it}{aH}}-1\right]$ *e* $\left(\frac{dx}{dt}\right)_0 = \frac{2\rho i}{H} = \frac{2\cdot 0{,}001\cdot 10^9\cdot 0{,}01\cdot 10^{-1}}{50} =$ $=40$ cm/s.

114 — Achar as fórmulas de transformação dum volume do Universo e dum volume do espaço ordinário. R: *Basta fazer o cálculo dos Jacobianos na fórmula geral* $\int_v dv = \int_{v'} J dv'$ *por intermédio das fórmulas de transformação de Lorentz para verificar que para o Universo é* $J=1$ *e para o espaço ordinário é*

$$J = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

I. S. T. — Pontos do 1.º exame de frequência — 2.ª chamada.

115 — Calcular a força e o binário que se exerce sobre um dipolo magnético colocado num campo magnético heterogéneo. R: *Ver lições de António da Silveira.*

116 — Um enrolamento circular de superfície *S*=5000 cm² roda com velocidade angular constante *w*=420 rot/m num campo uniforme de intensidade *H*=800 gauss. Calcule a f. e. m. máxima em volts.

Supondo que o fio é de cobre $\rho=1{,}66\times10^{-6}$ ohm×cm e que o raio da sua secção recta é *r* =0,5 mm. Calcule o calor de Joule libertado por segundo. R: *Tem-se* $\Phi=HS\cos\alpha t$, $\varepsilon=HS\,\alpha\operatorname{sen}\alpha t$ *e então* $\varepsilon_m=HS\,\alpha=1{,}759$ volt.

$$R = 2\rho\sqrt{\frac{\pi}{S}} \quad e \quad W = \int_0^1 Ri^2dt =$$

$$= \frac{1}{R}\int_0^1 H^2S^2\alpha^2\operatorname{sen}^2\alpha t\,dt = \frac{H^2S^2\alpha^2}{2R}\left[t-\tfrac{1}{2}\operatorname{sen}2\alpha t\right]_0^1$$

bastará agora substituir os dados numéricos.

117 — Um referencial gira com uma velocidade angular constante de 30 rot/m em torno dum eixo. Calcule a razão dos tempos dados por um relógio fixo sobre o eixo e por um relógio ligado ao referencial à distância *r* = 1 km do eixo. R: *É uma aplicação imediata do conceito de tempo próprio dum sistema*

$$d\tau = dt\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = dt\sqrt{1-\frac{r^2\omega^2}{c^2}}.$$

Resolucões de MÁRIO SANTOS

Leitores da «Gazeta de Física»! Enviem-nos os nomes e moradas dos vossos amigos que podem e devem interessar-se pela nossa revista. Contribuirão assim eficientemente para que a «Gazeta de Física» se torne cada vez mais interessante e com melhor apresentação.