

# Um método para determinar curvas de magnetização e de histerese magnética

LUIS CADILLON COSTA e SUSHIL KUMAR MENDIRATTA

Departamento de Física, Universidade de Aveiro, 3800 Aveiro

*Descreve-se uma forma modificada do processo laboratorial frequentemente utilizado para traçar curvas de histerese. Utilizando um registador de dois canais em vez dum osciloscópio e uma forma particular de variação temporal do campo de excitação, demonstra-se que se podem determinar não apenas ciclos histeréticos mas também curvas de magnetização inicial de materiais magneticamente moles e duros. É apresentado o circuito que fornece a corrente para o campo de excitação escolhido e também se apontam as vantagens pedagógicas do trabalho.*

## 1. Introdução

Na era da tecnologia de novos materiais e da informática que vivemos hoje, parece-nos importante que alunos universitários das ciências físico-químicas e dos ramos de engenharia sejam iniciados no estudo dos materiais magnéticos. O impacto pedagógico dum trabalho prático realizado pelo aluno no laboratório para a compreensão dos conceitos relacionados com a aplicação desses materiais é inegável [1]. Não se trata aqui de conceitos de interesse muito teórico ou avançados em magnetismo, mas de conceitos simples e práticos como a coercividade, o campo remanente, a magnetização inicial, o ciclo de histerese, etc.

O trabalho prático que se encontra normalmente nos laboratórios está esquematizado na Fig. 1.

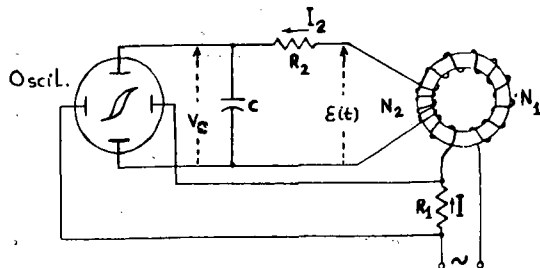


Fig. 1

O material em questão, normalmente ferromagnético, por exemplo ferro macio, é fornecido na forma dum toróide, sobre o qual se fizeram dois enrolamentos, um com  $N_1$  espiras

(primário) e outro com  $N_2$  espiras (secundário). Uma fonte de corrente sinusoidal (normalmente um transformador ligado à rede), duas resistências ( $R_1, R_2$ ), um condensador (C), e um osciloscópio perfazem tudo o que é preciso para visualizar o ciclo de histerese. Observar no écran fluorescente uma figura agradável à vista tem um impacto que permanece bastante tempo na memória do aluno. Apesar disto e da simplicidade do esquema em termos de recursos, pensamos que a experiência tem, pelo menos, duas desvantagens pedagógicas: (i) o princípio físico subjacente ao processo de medição não é transparente e (ii) não é possível medir a curva de magnetização inicial.

Antes de descrever a alternativa que propomos, valerá a pena rever sucintamente o princípio base de determinação da curva de magnetização. A corrente  $I(t)$  no enrolamento primário, variável no tempo, dá origem ao campo de excitação  $H(t)$ , de intensidade proporcional a  $I$ ,

$$H(t) = f_g \cdot I(t) \quad (1)$$

onde  $f_g$  é um factor geométrico que pode ser determinado experimentalmente e  $H(t) = |H(t)|$ . Este campo corresponde, por sua vez, ao campo magnético (ou indução magnética) que designaremos por  $B(t)$ . A relação entre  $B$  e  $H$  é precisamente a característica do material em estudo, designando-se a curva  $B=B(H)$  por curva de magnetização do material.

O campo  $\mathbf{B}$  cria um fluxo magnético  $\phi$  em toda a secção transversal do toróide, dado por:

$$\phi(t) = \int_S \mathbf{B}(t) \cdot d\mathbf{S}$$

onde  $S$  é a secção recta do toróide e  $d\mathbf{S}$  é um vector com módulo igual à área de um elemento infinitesimal da secção recta do toróide, e direcção normal à secção [2]. A variação temporal do fluxo  $\phi(t)$  dá, por sua vez, origem a uma força electromotriz (f.e.m.) de valor  $\varepsilon(t) = -d\phi/dt$ . Na aproximação em que  $\mathbf{B}(t)$  é constante em toda a secção recta do toróide podemos escrever (2):

$$\varepsilon(t) = - \frac{d\phi(t)}{dt} = -N_2 S \frac{dB(t)}{dt} \quad (2)$$

Portanto:

$$B(t) = - \frac{1}{N_2 S} \int_0^t \varepsilon(\tau) d\tau \quad (3)$$

Assim a medição simultânea, em função do tempo, da corrente  $I(t)$  no primário do toróide e do integral de  $\varepsilon(\tau)$  no secundário permite determinar, conhecidos os factores geométricos  $f_g$  e  $N_2 S$ , o par de valores  $(H, B)$  correspondentes a cada valor de  $t$ ; obtemos assim a desejada relação  $B=B(H)$ . Note-se que esta relação, e em particular a Eq. 3, não põe qualquer restrição sobre a dependência funcional de  $I(t)$  e da f.e.m. resultante,  $\varepsilon(t)$ .

## 2. O método habitual de estudo do ciclo histerético

Na prática, é comum utilizar uma corrente de excitação  $I(t)$  sinusoidal, como é o caso da Fig. 1. Como já foi referido, usa-se a tensão da rede para este fim (50 Hz) e deste modo dispensa-se a necessidade de equipamento quanto à fonte. Nestas condições, podemos escrever:

$$I(t) = I_0 \sin wt$$

$$V_1(t) = R_1 I(t) = R_1 I_0 \sin wt$$

A tensão  $V_1(t)$  no circuito da Fig. 1 é proporcional (a menos do factor geométrico  $f_g$  e

da resistência  $R_1$ ) ao campo de excitação  $H(t) = H_0 \sin wt$ . A tensão  $V_c(t)$  nos terminais do condensador  $C$  resulta, por outro lado, da aplicação da f.e.m. induzida no secundário (com  $N_2$  espiras) ao circuito constituído pela resistência  $R_2$  e pelo condensador  $C$  em série.

É fácil demonstrar que quando o produto  $RC$  é muito superior ao período da senoide ( $T = 2\pi/\omega$ ), a tensão  $V_c(t)$  nos terminais do condensador (que é aplicada ao canal vertical do osciloscópio) dá-nos o integral da f.e.m. no tempo. De facto, designando a corrente na resistência  $R_2$  por  $I_2(t)$  e tendo em conta que não flui nenhuma corrente nos terminais do osciloscópio, temos:

$$R_2 I_2(t) = \varepsilon(t) - V_c(t) = \varepsilon(t) - \frac{1}{C} \int_0^t I_2(\tau) d\tau$$

ou

$$R_2 I_2(t) + \frac{1}{C} \int_0^t I_2(\tau) d\tau = \varepsilon(t) \quad (4)$$

Derivando em ordem ao tempo vem:

$$\frac{dI_2(t)}{dt} + \frac{1}{R_2 C} I_2(t) = \frac{1}{R_2} \frac{d\varepsilon(t)}{dt}$$

Para uma forma sinusoidal da variação da corrente,  $I_2(t) = I_2 \sin wt$ , vem:

$$I_2 \cos wt + \frac{1}{\omega R_2 C} I_2 \sin wt = \frac{1}{\omega R_2} \frac{d\varepsilon(t)}{dt}$$

e quando  $\omega R_2 C (\equiv 2\pi R_2 C/T) \gg 1$ , o segundo termo no lado esquerdo da equação pode ser desprezado em comparação com o primeiro. Pode-se, nesse caso, escrever:

$$\frac{dI_2(t)}{dt} = \frac{1}{R_2} \frac{d\varepsilon(t)}{dt}$$

donde se tira  $I_2(t) = \varepsilon(t)/R_2$ , tomando a constante de integração como zero ( $t=0, I_2=0, \varepsilon=0$ ). Finalmente,

$$V_c(t) = \frac{1}{C} \int_0^t I_2(\tau) d\tau = \frac{1}{R_2 C} \int_0^t \varepsilon(\tau) d\tau \quad (5)$$

Usando as relações (5) e (3), e atendendo a (1), é fácil sintetizar as duas equações que determinam H e B:

$$\begin{cases} H(t) = f_g \cdot I(t) \\ B(t) = -\frac{1}{N_2 S} \int \varepsilon(\tau) d\tau = -\left(\frac{R_2 C}{N_2 S}\right) \cdot V_c(t) \end{cases} \quad (6)$$

### 3. Um método alternativo

A observação importante que podemos fazer a partir das equações (2) e (3) é que a utilização da forma sinusoidal da corrente não é essencial, mas sim a medição simultânea da corrente I(t) e de ε(t), desde o instante inicial t=0 quando a corrente I é nula. Uma vez obtidos estes valores «sincronizados» no tempo, a integração na Eq. 3 pode ser efectuada gráfica ou numericamente. Explicitemos melhor o procedimento em vista através da Fig. 2, com a

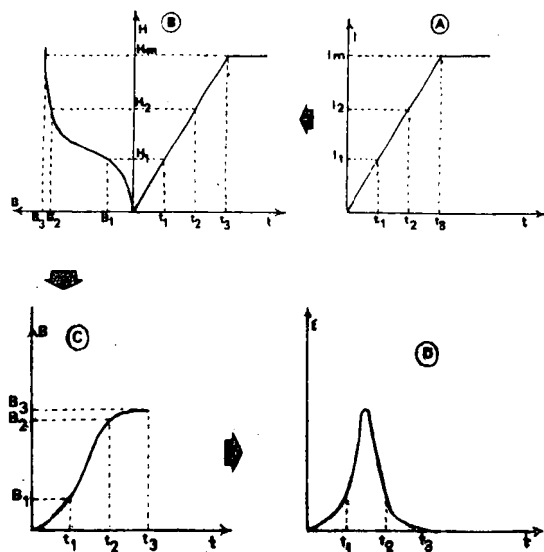


Fig. 2

sequência lógica segundo a qual uma dada forma de corrente I(t) aplicada (Fig. 2A) ao enrolamento envolvendo o toróide do material a estudar (com uma determinada forma da relação B=B(H); Fig. 2B) dá origem à forma de ε(t) (Fig. 2D) específica a estas condições. Na Fig. 2 escolheu-se a forma linear de varia-

ção temporal da corrente apenas por conveniência de representação; o argumento é válido, como se pode concluir facilmente, para qualquer forma monótona de variação da corrente. A sequência lógica, indicada pelas setas na Fig. 2, é a seguinte:

$$I(t) \longrightarrow H(t) \longrightarrow B(t) \longrightarrow \varepsilon(t)$$

$H = \text{const} \times I$        $B = B(H)$        $\varepsilon \propto -dB/dt$

O método alternativo que propomos é não usar deliberadamente a forma sinusoidal da corrente, mas uma forma geral (embora escolhida com critérios pedagógicos; ver secção 6), registando então os valores simultâneos da corrente I(t) e da f.e.m. ε(t) (na configuração utilizada usa-se um registador de dois canais), e efectuar a integração referida na Eq. 3 por um método

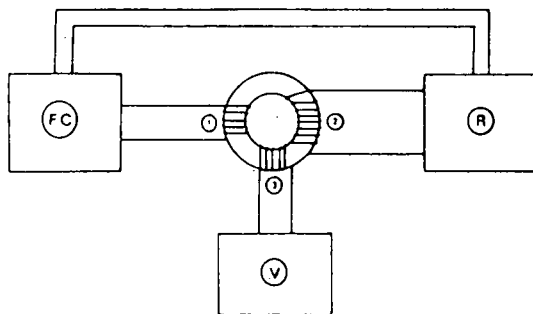


Fig. 3 — FC — Fonte de corrente; 1 — Bobina primária; 2 — Bobina secundária; R — Registador XY, dois canais; 3 — Bobina de detecção do campo remanente; V — Voltímetro digital.

numérico ou gráfico. Esta proposta tem a vantagem didática de explicitar claramente, passo a passo, os fenómenos físicos subjacentes ao resultado final.

### 4. Configuração experimental

A configuração experimental para a concretização do método proposto está esquematizada na Fig. 3. A função da bobina 3 e do volímetro digital (V) associado será explicada na secção 6.

A f.e.m. induzida, além dos factores geométricos como o número das espiras no secundário (N<sub>2</sub>) e no primário (N<sub>1</sub>), depende da taxa de

variação da corrente. Uma escolha adequada da forma de corrente e da sua taxa de variação, portanto, é importante para facilitar a medição. Na Fig. 4 apresenta-se o esquema de blocos que

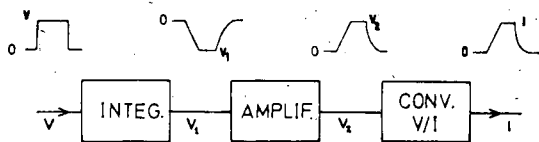


Fig. 4

representa a fonte de corrente; a forma da corrente também está indicada na mesma figura. Na secção 6, encontra-se a justificação para a escolha desta forma.

Na Fig. 5 apresenta-se o circuito electrónico utilizado na prática; o circuito permite, com a ajuda do interruptor  $K_1$ , escolher três diferentes formas de variação no perfil da corrente.

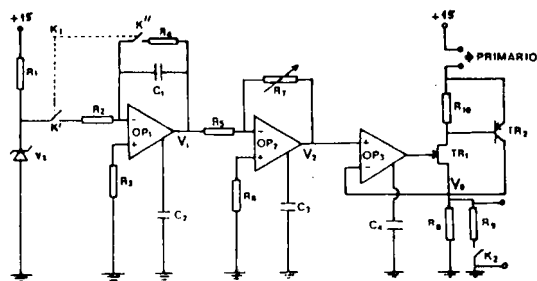


Fig. 5

Como o objectivo deste trabalho é fornecer uma configuração simples, quer do ponto de vista pedagógico quer de recursos, optou-se por não incorporar a variação contínua da taxa de variação da corrente.

Os parâmetros do projecto são: número das espiras no primário e no secundário e ainda as especificações da sensibilidade máxima e da velocidade máxima de arrastamento do papel no registador. Em vez de discutir neste artigo como otimizar os parâmetros (remetemos para a ref. 1), valerá a pena mencionar que com um registador normal (velocidade máxima de 5 mm/s e sensibilidade máxima de 20  $\mu$ V) é possível estudar materiais magneticamente moles e duros.

## 5. Resultados ilustrativos

Neste parágrafo apresentamos os resultados obtidos para dois materiais diferentes: um mole e outro duro. Depois de verificar que os materiais estão inicialmente desmagnetizados (ver secção seguinte) traçaram-se os gráficos de  $I(t)$  e  $\epsilon(t)$  utilizando os seguintes valores dos parâmetros:

	Duro	Mole
Velocidade do papel (mm/s)	2.5	5
Corrente máxima (mA)	610	55
Sensibilidade da escala de $\epsilon(t)$ (mV/cm)	50	200

Na Fig. 6 está representada a variação da corrente e da f.e.m. resultante para o material duro. Pelo processo da integração gráfica

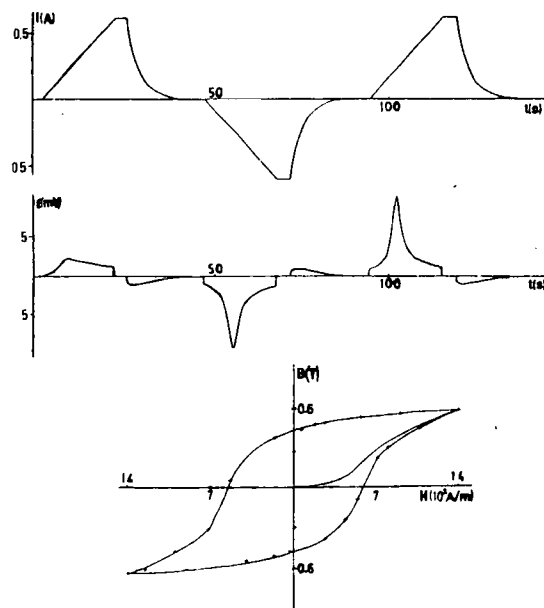


Fig. 6

(contagem de quadrículos em papel milimétrico) foi obtida a curva de  $B$  vs.  $H$ , que se apresenta também na mesma figura. Os resultados para o material mole estão na Fig. 7.

## 6. Observações finais

A. Os resultados obtidos demonstram a viabilidade do método, e as várias repetições efectuadas confirmam a sua fiabilidade para

a determinação quantitativa das propriedades magnéticas dos materiais vulgarmente encontrados. Salienta-se o valor pedagógico da visualização por parte do aluno, *em tempo real*, da curva da f.e.m. induzida e da integração gráfica da curva da f.e.m. no tempo.

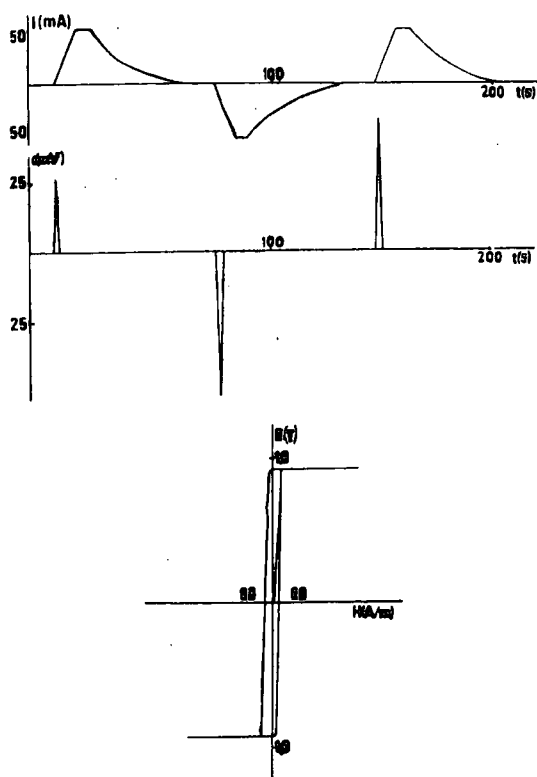


Fig. 7

B. A forma da corrente indicada na Fig. 4 não é essencial e, de facto, qualquer variação da corrente que consista de duas partes, uma aumentando monotonamente com o tempo e outra diminuindo também monotonamente, serve. Mas a forma escolhida, uma parte linear seguida de uma parte constante e de outra com decaimento exponencial, tem vantagem pedagógica. A parte linear facilita os cálculos, a parte exponencial demonstra que a forma da variação não é importante e a parte constante confirma a anulação da f.e.m. quando não há variação do campo e portanto do fluxo.

C. A parte inicial da curva de  $B$  vs.  $H$  depende do valor da magnetização inicial do material. Este facto é muito fácil de verificar

no esquema descrito nos parágrafos anteriores. Mas também não é difícil desmagnetizar o material por aplicação de campos de excitação sucessivamente mais pequenos. O problema que se apresenta no fim desta operação é o de verificar que a magnetização remanente é nula. Para conseguir isso foi construído um outro toróide auxiliar (3, na Fig. 3) enfiado no do material, de modo a formar uma cadeia. A vibração do toróide auxiliar, de modo que o fluxo através das suas espiras varie, induz nelas uma f.e.m. Um outro voltímetro sensível ( $\sim 1 \mu\text{V}$ ) permite detectar essa f.e.m. e portanto a magnetização, mesmo pequena, do material.

D. Nesta experiência utilizámos a forma toroidal do material a estudar. Todavia, os princípios do método aplicam-se igualmente a qualquer outra forma geométrica da amostra. É evidente que para o cálculo quantitativo da curva  $B$  versus  $H$  noutros casos, como por exemplo da amostra cilíndrica, o factor de desmagnetização entra nos cálculos. Mas valerá a pena repetir que consideramos o toróide a forma mais indicada para fins pedagógicos.

E. Apresentamos os nossos resultados utilizando um registador de dois canais para efectuar a medição simultânea de  $I(t)$  e  $\epsilon(t)$ . Pensamos que o uso de outros meios electrónicos mais sofisticados, por exemplo o osciloscópio digital com memória, pode elevar a precisão da técnica ao nível da investigação.

Os autores terão muito gosto em fornecer ao leitor interessado quaisquer pormenores não mencionados. Gostaríamos de agradecer ao Prof. J. Bessa Sousa sugestões úteis para a melhoria do texto.

#### REFERÊNCIAS

- [1] LUIS CADILLON COSTA, «Aula Prática e Teórico-Prática sobre Histerese Magnética», Relatório apresentado no âmbito das provas de Aptidão Pedagógica, Universidade de Aveiro, 1987.
- [2] Para uma discussão mais pormenorizada, ver por exemplo S. K. Mendiratta «Introdução ao Electromagnetismo», Fundação Calouste Gulbenkian, 1984, cap.º XIII.