

Um sistema giroscópico simples para demonstração e verificação experimental do teorema do momento angular

R. FERREIRA MARQUES

Departamento de Física, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Divulga-se neste artigo um aparelho recentemente apresentado na FÍSICA 84, em Évora. Descreve-se sucintamente a sua construção e dá-se relevo à sua utilização. Para além do possível trabalho prático (é usado como tal por alunos dos primeiros anos da Licenciatura em Física) tem este sistema excelentes condições para, como elemento de demonstração, permitir aos estudantes a familiarização com o momento angular (vector algo diferente das simples entidades com grandeza, direcção e sentido com que todos contactamos no dia-a-dia). De salientar ainda que se trata de um sistema simples de construir e barato, como tal ao alcance até de muitas escolas secundárias — daquelas pelo menos que disponham, como professor de física, de um «hobbysta» interessado.

Introdução

Sob o ponto de vista matemático, giroscópio é todo e qualquer corpo que se possa mover livremente mantendo um único ponto fixo. Um caso simples e bastante interessante é o do movimento de rotação de um corpo em torno de um eixo de simetria. É o caso do pião de brincar, exemplo largamente citado em livros de texto (em que se deve admitir o bico reduzido a um ponto).

Sob a designação de giroscópio caem muitos aparelhos destinados sobretudo à navegação (tanto aérea como marítima) e que têm em comum o facto de serem constituídos essencialmente por um corpo que gira a grande velocidade em torno de um eixo, eixo esse que por sua vez pode também rodar em

torno de um outro eixo que lhe é perpendicular.

O movimento de tais sistemas é particularmente fácil de observar com a ajuda de um aparelho como o aqui apresentado. Como mostram as figuras 1 e 2 ou ainda a representação esquemática da fig. 3a, ele é constituído por uma roda de bicicleta instalada na extremidade de uma barra que pode ocupar praticamente qualquer orientação no espaço, pois está ligada ao suporte através de um mecanismo, a «cabeça», que lhe permite rodar em torno de dois eixos perpendiculares entre si, um horizontal e outro vertical, que se cruzam sensivelmente a meio da barra.

Assim a diferença essencial entre o movimento de um pião e o movimento que este sistema é capaz de executar está em que o

pião deixa de se comportar como giroscópio quando o seu eixo fica horizontal.

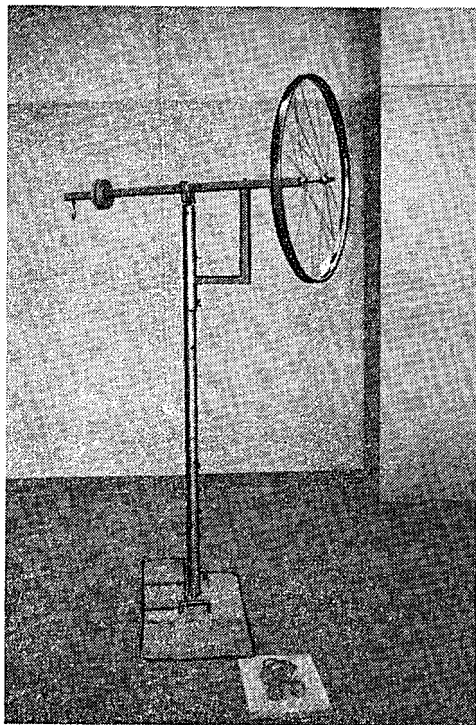


Fig. 1

Descrição do sistema

A *roda* de bicicleta é uma vulgar «roda 28» completa, cujo eixo enrosca directamente na extremidade da barra que, em equilíbrio, está colocada horizontalmente. Para aumentar o momento de inércia da roda adicionou-se-lhe um anel formado a partir de uma barra fina de ferro (secção $25 \times 3 \text{ mm}^2$) com as extremidades soldadas uma à outra. Esta barra, fácil de dobrar, fica alojada no espaço normalmente destinado à câmara de ar e a sua homogeneidade é garantia suficiente de uma roda com uma distribuição equilibrada da massa.

A *barra*, com o comprimento total de 1 metro, é constituída por duas porções de tubo de ferro de secção quadrada ($28 \times 28 \text{ mm}^2$)

unidas através duma peça que faz parte da cabeça. Do lado oposto à roda existe uma massa (A; fig. 3) de posição ajustável e que serve para equilibrar a barra e mantê-la horizontal.

A *cabeça*, construída em latão, é a parte mais delicada de todo o conjunto. Além da peça já referida, que comporta no seu centro um rolamento de eixo horizontal, a cabeça é constituída por uma forquilha cuja parte superior, em U, é bem visível na fig. 2. O eixo horizontal que atravessa a barra apoia-se nesta forquilha cujo pé é por sua vez eixo dum rolamento alojado na parte superior do tubo vertical de suporte. Assim a cabeça permite tanto a rotação da barra em torno do eixo horizontal (o movimento de «subida» e de «descida» da roda) como a rotação de toda a parte móvel em torno do eixo vertical (único fixo) e solidário com o suporte.

O *suporte* consiste num pé de betão e num tubo vertical de ferro ($\varnothing = 43 \text{ mm}$) sobre o qual assenta a cabeça, que fica a cerca de 1,70 m do solo.

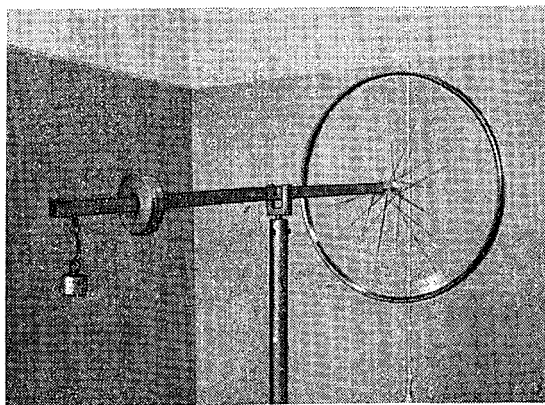


Fig. 2

Será de referir que não se usaram no aparelho rolamentos especiais e que, no total, o preço de custo de todos os materiais e peças rondou os seis mil e quinhentos escudos... apenas.

Funcionamento

De acordo com o teorema do momento angular, a variação temporal do momento angular, L , é igual ao momento resultante das forças actuantes, M , ou seja

$$\frac{dL}{dt} = M \quad (1)$$

Uma vez o sistema perfeitamente equilibrado e não havendo qualquer força exterior a produzir um momento que actue sobre o giroscópio ($M = 0$) verificar-se-á, de acordo com a equação (1):

$$dL = M dt = 0 \text{ ou seja } L = c^{te},$$

isto é, o momento angular manter-se-á *constante no tempo*. Se porém se suspender da barra um peso suplementar (na figura 3a designado por P), ter-se-á aplicado um momento M em relação ao ponto O , daí resultando para L , no intervalo dt , uma pequena variação igual a $M dt$. Uma vez que tanto L como M , que por construção são perpendiculares, se encontram no plano horizontal, $L(t+dt) = L(t) + M dt$ será afinal um vector ainda no mesmo plano mas rodado de uma pequena quantidade relativamente a $L(t)$ (ver fig. 3b). E enquanto M estiver presente, L variará da maneira descrita, num movimento chamado de *precessão*. Se designarmos por $d\alpha$ o ângulo descrito por L no intervalo dt , teremos

$d\alpha = dL/L$ e assim a velocidade de precessão, Ω , virá,

$$\Omega = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{1}{L} \cdot \frac{dL}{dt} = \frac{M}{L}$$

Uma vez que l é o braço da força P relativamente a O , e, por outro lado, o momento angular é igual ao produto do momento de inércia, I , pela velocidade angular, ω , surge para Ω a expressão:

$$\Omega = \frac{P l}{I \omega} \quad (2)$$

Repare-se que, embora l e I sejam constantes do aparelho, podemos ainda fazer variar a velocidade de precessão por variação de P e de ω (este em valor absoluto e em sinal).

Pretendendo-se verificar o teorema do momento angular torna-se pois necessário:

- 1.º determinar o momento de inércia, I , da roda;
- 2.º medir a velocidade de precessão, Ω , para diferentes valores de P e de ω .

Para a determinação do momento de inércia começa-se por fixar firmemente a barra em posição horizontal com a ajuda do dispositivo adequado, visível na fig. 1. À volta da roda e a ela fixado enrola-se um fio de massa desprezável, do qual se suspende a massa m

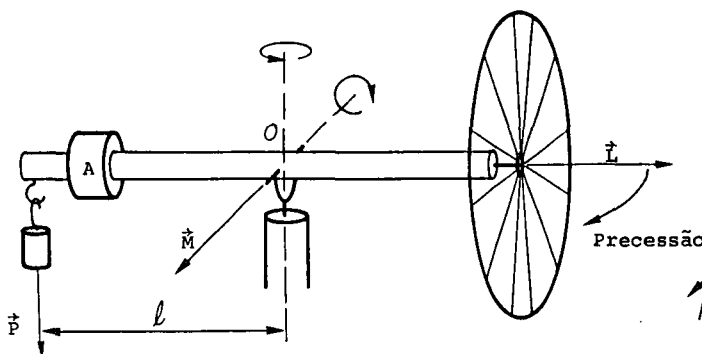


Fig. 3a

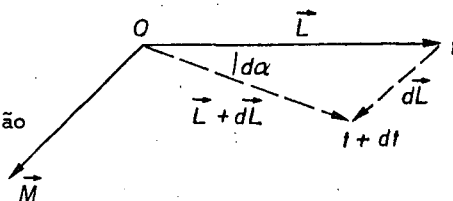


Fig. 3b

(fig. 4). A queda da massa m de uma altura h sobre o solo permite imprimir à roda uma velocidade angular ω . O valor final desta velocidade angular, ω_0 , (valor no instante em que a massa m atinge o solo) obtém-se igualando a soma das energias cinética e potencial do sistema (roda + massa m) antes e depois da

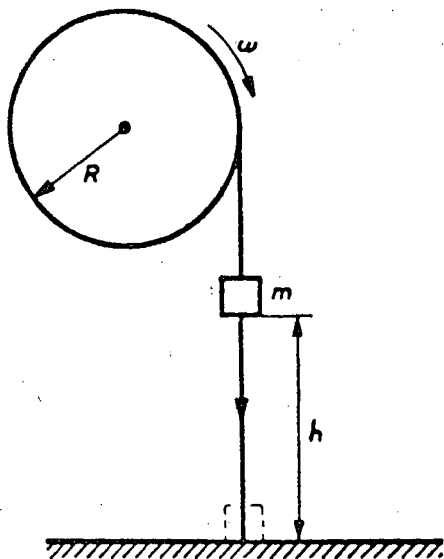


Fig. 4

queda (admite-se conhecida a expressão da energia cinética de rotação $T_r = I\omega^2/2$):

$$mgh + 0 = 0 + \frac{m v^2}{2} + \frac{I\omega_0^2}{2}$$

A velocidade v da massa ao atingir o solo é igual à velocidade linear do perímetro exterior da roda:

$$v = \omega_0 R$$

Fazendo uso desta relação chega-se à expressão

$$I = \frac{2 m g h}{\omega_0^2} - m R^2 \quad (3)$$

No trabalho prático utilizam-se massas conhecidas (com 479 g e 423 g) sendo R e h medidos com o auxílio duma régua. A pul-

sação ω_0 é determinada a partir do valor T_0 do período de rotação da roda, medido com um cronómetro e usando como referência um pedaço de papel branco preso a um dos raios (ver fig. 2). Tendo o cuidado de medir tempos correspondentes a um número razoável de voltas da roda, repetem-se as medidas com cada uma das massas e dá-se aos resultados o tratamento estatístico adequado, de forma a determinar o valor médio de I e o respectivo erro.

Para estudar o movimento de precessão há que retirar o dispositivo de fixação da barra e verificar se esta fica horizontal, reajustando se necessário a posição da massa A . Põe-se a roda a girar dando-lhe um impulso com a mão e suspende-se uma massa m' do gancho existente na extremidade oposta da barra. Observa-se de imediato um movimento complicado, resultante da composição da precessão e da chamada «nutation». (Este movimento, resultante da não colinearidade do momento angular com o eixo de simetria do corpo em rotação, pode observar-se isoladamente se, com L fixo no referencial do observador, ou seja, com $M=0$, se der uma pancada brusca na barra). Para evitar esta perturbação há que «ajudar» o giroscópio a atingir a sua velocidade de precessão. Isso é efectivamente necessário já que a expressão (2) traduz o comportamento do sistema uma vez atingido um regime estacionário, não descrevendo pois a transitoriedade associada à colocação do sistema em movimento de precessão.

Para evitar erros devidos ao atrito, não constante, dos rolamentos (cujo efeito é o retardamento irregular dos movimentos de rotação em estudo) é necessário fazer a medida simultânea de T_m e de T_Ω . As medidas devem repetir-se com diferentes massas m' suspensas da barra, com diferentes velocidades de rotação da roda e para ambos os sentidos da rotação.

Para a análise dos valores obtidos é conveniente dar uma outra forma à expressão (2), a saber,

$$T_m T_\Omega m' = \frac{(2\pi)^2 I}{g l}$$

A vantagem desta expressão está em mostrar que o produto $T_{\omega} T_{\Omega} m'$ é afinal uma constante do aparelho, do que se pode tirar partido por, no decurso de um conjunto de medidas envolvendo a determinação simultânea dos dois períodos — tarefa algo delicada e em que facilmente se cometem erros — permitir um controlo fácil dos valores que vão sendo registados.

Nota final

Foucault (1819-1868) ter-se-á preocupado com a criação de um sistema que lhe permi-

tisse *ver* (grego «skopein») e estudar o movimento de *rotação* («gyros»).

De então até aos nossos dias foram notáveis os aperfeiçoamentos técnicos que conduziram aos sofisticados sistemas giroscópicos destinados à navegação aérea e marítima e à estabilização de navios.

— Então será ainda hoje um tema actual?

Num número recente da revista *Physics Today* (Maio 1984) dá-se conta de um projecto da NASA, em fase avançada, cujo objectivo é realizar um teste da Teoria da Relatividade Geral com base no estudo da precessão de um sistema giroscópico da mais elevada precisão a ser colocado em órbita à volta da Terra.

Contribuição didáctica para o Ensino de Energia Solar

A. JOSÉ ALVES e A. TRAÇA DE ALMEIDA

Centro de Física da Radiação e da Matéria da Universidade de Coimbra

Faz-se uma breve introdução ao funcionamento das células fotovoltaicas e dos colectores solares planos. Estes conhecimentos são utilizados para explicar algumas experiências de realização acessível que permitem ilustrar o funcionamento dos dois dispositivos.

Nestas experiências verifica-se a independência da tensão à saída duma célula fotovoltaica relativamente à intensidade da radiação incidente, verifica-se a proporcionalidade entre a intensidade de corrente gerada numa célula e a intensidade da radiação incidente, e determinam-se pontos que permitem traçar a curva característica (V-I) duma célula fotovoltaica. No domínio da termodinâmica, determinam-se as razões entre os coeficientes de absorção e entre os coeficientes de perda calorífica de dois colectores.

1. Introdução

As crises do petróleo de 1973 e 1979 vieram acelerar a consciencialização da natureza finita das reservas de combustíveis fósseis. A manutenção do bem-estar dos países mais ricos e o desenvolvimento dos países pobres passa pelo aproveitamento de fontes alternativas de energia, inesgotáveis à escala humana. A energia solar, dado o seu enorme potencial, apresenta-se como uma das vias possíveis

para o abastecimento de energia à humanidade. Numa perspectiva de longo prazo a participação da energia solar poderá vir a ser decisiva, embora condicionada ao desenvolvimento de tecnologias que reduzam substancialmente os investimentos necessários ao seu aproveitamento. A energia solar, embora abundante e renovável, apresenta uma baixa densidade e um carácter intermitente, factores que encarecem a sua utilização.