

O paradoxo dos gémeos^(*)

A. M. NUNES

Departamento de Física, Faculdade de Ciências de Lisboa

O «paradoxo dos gémeos» tem sido um tema quase constante na literatura sobre Relatividade. Apesar de muitos autores considerarem que o problema dos gémeos pode ser resolvido no âmbito da Relatividade Restrita sem dar origem a nenhum paradoxo, ou, mais precisamente, que a conclusão do «envelhecimento assimétrico» não é paradoxal uma vez que os dois gémeos não estão em situações simétricas — um permanece sempre num certo referencial de inércia e outro não —, têm surgido ao longo dos anos autores que defendem a opinião contrária, ou seja, a de que o problema dos gémeos não pode ser tratado em Relatividade Restrita. Do primeiro destes grupos faz parte o próprio Einstein que, transcrevemos do artigo de Macedo, «não se chega a aperceber da natureza paradoxal do resultado». Do segundo grupo fazem parte autores, alguns de reconhecido mérito, que desenvolvem uma argumentação em geral bastante sofisticada e assente na discussão da interpretação física das grandezas e dos dados do problema. Não é o caso do artigo de Macedo, recentemente publicado nesta revista, em que se pretende demonstrar com base em cálculos muito simples que em Relatividade Restrita não é possível resolver o «paradoxo» dos gémeos.

Qualquer leitor atento e familiarizado com as fórmulas de transformação da Relatividade Restrita poderá notar que os cálculos efectuados no final do artigo, sobre os quais assenta todo o argumento de Macedo, estão errados.

O atraso do relógio do gémeo 1 em relação ao do gémeo 2 do ponto de vista de δ foi calculado correctamente pelo autor, que obteve o valor

$$\Delta T = \Delta t_2 (1 - \sqrt{1 - \beta^2}) \quad (1)$$

Calculemos agora a mesma grandeza do ponto de vista do referencial α .

O gémeo 2 desloca-se com velocidade v em relação a α ; portanto, um observador em α dirá que enquanto decorre em α o intervalo de tempo $\Delta t'_2$, o gémeo 2 vai envelhecer

$$\Delta t_2 = \Delta t'_2 \sqrt{1 - \beta^2} \quad (2)$$

Quanto ao gémeo 1, sabemos que estará imóvel em α durante um certo intervalo de tempo, e que depois se desloca em relação a α com velocidade

$$v' = \frac{2v}{1 + \beta^2} \quad (3)$$

O tempo, medido em α , que o gémeo 1 demora a alcançar o gémeo 2 é então

$$\Delta t'_{II} = \frac{v \Delta t'_2}{2v} = \frac{\Delta t'_2}{2} (1 + \beta^2) \quad (4)$$

Portanto, o gémeo 1 vai estar imóvel em α durante um intervalo de tempo

$$\Delta t'_I = \Delta t'_2 - \frac{\Delta t'_2}{2} (1 + \beta^2) \quad (5)$$

deslocando-se depois com velocidade v' durante $\Delta t'_{II}$ (note-se que $\Delta t'_I \neq \Delta t'_{II}$).

Um observador em α dirá então que o gémeo 1 vai envelhecer até ao instante do encontro,

$$\Delta t_1 = \Delta t'_I + \Delta t'_{II} \sqrt{1 - \beta'^2} \quad (6)$$

(*) Comentário a um artigo de P. Macedo, *Gazeta de Física*, VII, págs. 9-20 (1980).

Cálculos simples permitem escrever, em vez de (6),

$$\Delta t_1 = \Delta t'_2 (1 - \beta^2) \quad (7)$$

A diferença de idades entre 1 e 2 calculada pelos observadores de α é portanto

$$\Delta T' = \Delta t_2 - \Delta t_1 = \Delta t'_2 (\sqrt{1 - \beta^2} - 1 + \beta^2) \quad (8)$$

ou seja, escrevendo $\Delta T'$ em função do intervalo de tempo medido no relógio do gêmeo 2,

$$\Delta T' = \Delta t_2 (1 - \sqrt{1 - \beta^2}) = \Delta T \quad (9)$$

que é exactamente o resultado contrário ao que o autor pretende demonstrar. Não há, portanto, razão para dizer que o «paradoxo» dos gémeos levanta, em Relatividade Restrita, alguma dificuldade.



A FÍSICA FORA DO LABORATÓRIO

«Convite renovado ao espírito de observação dos leitores; contribua com as suas observações».

(Vide Gazeta Física, vol. V, fasc. 7, pág. 230, 1972).

LUZ POLARIZADA

A polarização da luz é um fenómeno de consequências facilmente observáveis, que manifestam a natureza vectorial das ondas electro-magnéticas.

Se bem que se encontrem algumas consequências «naturais», isto é, em objectos de uso corrente, uma boa observação da polarização tem de fazer recurso a materiais com propriedades especiais que permitam polarizar a luz ou analisar a polarização produzida na luz por circunstâncias várias.

Felizmente existe, facilmente acessível, um material (Polaroid) com apreciável poder de polarização e que se encontra bastante divulgado como revestimento de óculos de sol, em película fina sobre as lentes. Praticamente, qualquer oculista tem, quer os óculos, quer pequenos fragmentos de plástico montados em cartões. Estes fragmentos são normalmente usados para demonstração, funcionando por exemplo o vidro dos óculos como polarizador e o fragmento no cartão como analisador, ou vice-versa.

A reflexão da luz numa superfície plana de vidro é geralmente acompanhada, em maior ou menor grau, de polarização da luz reflectida. Este fenómeno pode ser utilizado para construir dispositivos analisadores ou polarizadores cuja manipulação não é, no entanto, fácil, pelos alinhamentos de direcção que exige.

Contudo, torna-se bastante interessante a observação de fenómenos de polarização produzidos por reflexão ou difusão da luz em diversos «objectos» correntes.

Assim, foi-me chamada a atenção para a frequente observação de manchas nos vidros de automóveis, particularmente nos pára-brisas quando observados do exterior, e que tal fenómeno se deveria provavelmente à reflexão no vidro, segundo ângulo conveniente da luz polarizada do céu.

Com efeito, aquilo a que vulgarmente chamamos céu e tem cor azul é apenas a atmosfera terrestre que através dos seus componentes,

moléculas de oxigénio, azoto, etc. e também através das minúsculas gotas de água e poeiras em suspensão, difunde em todas as direcções a luz solar incidente. Esta difusão é porém selectiva em relação ao comprimento de onda e acompanhada de polarização da luz difundida.

A primeira propriedade manifesta-se na cor azul apresentada por um céu límpido, visto que a difusão da luz pelas moléculas do ar se faz com predominância dos comprimentos de onda correspondentes à cor azul. Esta predominância deve-se ao facto das moléculas serem objectos muito pequenos, de dimensões inferiores a $0,1\lambda$, isto é inferiores a cerca de $0,00001$ cm, e nessa zona a difusão se faz proporcionalmente a $1/\lambda^4$. Objectos de dimensões maiores ($\gtrsim 0,001$ cm), por exemplo as pequenas gotículas de água das núvens ou as poeiras em suspensão, difundem a luz duma maneira uniforme em relação ao comprimento de onda e portanto manifestam uma cor branca. Igual distinção se observa em relação à segunda propriedade, pois facilmente se verifica que a luz do céu é polarizada e a luz branca das núvens o não é.

Observando o azul do céu através do Polaroid e rodando o plano de polarização, isto é, rodando o cartão mantendo-o paralelo a si mesmo, nota-se em certas posições um obscurecimento acentuado do céu, não se notando qualquer alteração no caso das núvens.

De modo análogo se pode verificar que a luz do Sol ou de um candeeiro não é polarizada, enquanto que a sua reflexão num vidro dum janela, dum montra ou dum automóvel, provocará polarização apreciável se o ângulo de reflexão for próximo do ângulo de Brewster (no caso do vidro $\approx 57^\circ$).

Porém as propriedades polarizadoras dum material como o vidro ou plástico (perspex) evidenciam dum forma dramática a falta de homogeneidade ou uniformidade da estrutura interna. Um vidro mal cozido, isto é, com zonas de tensão interna anormais, manifesta nessas zonas também anormalidades na polarização da luz reflectida; e não apenas mal cozido, pois tensões internas anormais podem ser produzidas

dobrando o vidro ou o plástico ou submetendo-os a pressões ou torsões.

Neste contexto, as manchas mencionadas dos vidros dos automóveis (e montras, etc.), aparecem como variações do poder da polarização ou do índice de refração do vidro em causa. Este funciona como analizador da polarização da luz do céu quando esta é observada segundo ângulos de incidência próximos do de Brewster. As variações observadas reflectem pequenas tensões residuais resultantes do processo de fabrico ou da moldagem do vidro à forma final. Note-se que este fenómeno não é tão claramente observado se o vidro tiver poeira pois a luz aí difundida não é analisada. No entanto não é de desprezar a possibilidade de alguns aspectos observados serem provenientes dos fenómenos de reflexão e refração nas duas superfícies paralelas do vidro, que funcionariam como polarizadoras e analizadoras da luz.

Estes fenómenos podem ser observados de uma forma muito clara e com um dramático efeito de demonstração utilizando plástico moldado que normalmente apresenta grande falta de homogeneidade de tensões internas. Caixas, ou tampos de caixas, de plástico transparente e razoavelmente planas, evidenciam frequentemente estes efeitos. Porém para os observar é necessário escolher um dia em que o céu esteja bem azul para que a luz a utilizar na experiência seja apreciavelmente polarizada. Se o céu não está bem azul devido por exemplo a um conteúdo elevado de vapor de água ou poeiras em suspensão (céu acinzentado), grande parte da luz provém da difusão nesses componentes e não é polarizada. Uma situação ideal ocorre naqueles dias em que uma boa parte do céu está azul e noutra se encontram bastantes nuvens brancas. Observando o céu por reflexão na superfície de plástico facilmente se notam irizações intensas quando se utiliza a luz polarizada do céu azul e que desaparecem quando se utiliza a luz difundida pelas nuvens. Dado que a rotação do plano de polarização também depende do comprimento de onda torna-se espectacular a