

Introdução à relatividade restrita

J. DA PROVIDÊNCIA

Faculdade de Ciências e Tecnologia, Coimbra

A experiência quotidiana, quando é assumida de forma superficial e sem o necessário aprofundamento crítico consagrado pelo método científico, parece demonstrar irrefutavelmente que a velocidade de um corpo é determinada exclusivamente pelas forças que sobre ele actuam. Só haverá movimento enquanto houver força que o mantenha. Estaria assim necessariamente em repouso qualquer corpo não sujeito a forças (ou sujeito a um sistema de forças de resultante nula). Desta pseudo-lei da Natureza decorreria a existência de um referencial absoluto, o referencial definido por corpos livres de quaisquer acções. Galileu demonstrou a falsidade destes conceitos ao constatar que um corpo livre, animado inicialmente de velocidade \vec{v} , mantém a sua velocidade indefinidamente. Os corpos livres apresentam movimento rectilíneo e uniforme em relação a determinados referenciais, os referenciais de inércia ou de Galileu. Porém, não são apenas os corpos simples (cuja estrutura é irrevelante) que apresentam o mesmo comportamento relativamente a qualquer referencial de inércia. O mesmo se passa com o funcionamento mecânico de sistemas complexos.

É este o conteúdo do princípio da relatividade de Galileu. Por exemplo: — Sabemos que o funcionamento de um relógio não se altera se o transportarmos num avião supersónico, deslocando-se com velocidade uniforme; — As equações matemáticas que regem a evolução temporal de um sistema são formalmente independentes do referencial de inércia a que se referem, etc.

As leis da mecânica apresentam características de invariância que lhes conferem uma beleza particular. Além da invariância de Galileu, a que nos referimos, podemos considerar a homogeneidade, isotropia e simetria de reflexão do espaço. Retomando o exemplo do relógio, é sabido que o seu funcionamento se não altera se o transportarmos para a Lua, ou se o inclinarmos ou rodarmos, ou se o submetermos a uma operação de reflexão, substituindo todas as suas peças por peças novas que estejam para as originais na mesma relação em que a mão direita está para a esquerda. A importância das propriedades de simetria das leis da mecânica é enorme. A homogeneidade e isotropia do espaço (bem como a homogeneidade

do tempo) encontram-se logicamente interligadas com as leis de conservação da quantidade de movimento e da energia. Como exemplo mostraremos que a conservação da energia e a homogeneidade do espaço implicam o princípio da igualdade da acção e reacção. Admitindo que a força \vec{F}_{12} que o corpo (ou planeta) 2 exerce sobre o corpo (ou planeta) 1 depende apenas dos vectores posicionais \vec{r}_1 e \vec{r}_2 destes corpos, $\vec{F}_{12} = \vec{F}_{12}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$, a homogeneidade do espaço implica que \vec{F}_{12} apenas pode depender de $\vec{r}_{12} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$, isto é $\vec{F}_{12} = \vec{F}_{12}(\vec{r}_{12})$. Se o sistema é conservativo, existe uma função escalar U , a energia potencial, cuja variação é simétrica do trabalho das forças \vec{F}_{12} e \vec{F}_{21} . Aqui \vec{F}_{21} é a força do corpo 1 sobre o corpo 2. Designando por $d\vec{r}_1$ e $d\vec{r}_2$ os deslocamentos infinitesimais dos corpos 1 e 2 tem-se $dU = -(\vec{F}_{12} \cdot d\vec{r}_1 + \vec{F}_{21} \cdot d\vec{r}_2)$. Da homogeneidade do espaço segue-se que U apenas pode depender de \vec{r}_{12} . Escolhendo $d\vec{r}_1 = d\vec{r}_2 = d\vec{r}$ vem $d\vec{r}_{12} = 0$ e, portanto, $dU = 0$. Logo, $(\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21}) \cdot d\vec{r} = 0$, qualquer que seja $d\vec{r}$. Segue-se daí que $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$. Esta equação exprime o princípio de igualdade da acção e reacção que assim surge como consequência lógica da conservação da energia e da homogeneidade do espaço.

Perguntar-se-á se as regularidades a que nos referimos reflectem simetrias fundamentais da Natureza, ou apenas são válidas para a mecânica.

Vimos que a homogeneidade do espaço conduz, em mecânica, ao princípio da conservação da quantidade de movimento. Ora a Física Clássica ensina-nos que não são apenas as partículas que possuem quantidade de movimento, mas também as ondas electromagnéticas. Este facto nada tem de surpreendente, pois as leis do electromagnetismo são espacialmente homogéneas.

Se experimentássemos na Lua a indução electromagnética, obteríamos aí os mesmos resultados que obtemos na Terra. De facto, não conhecemos nenhuma lei fundamental da Natureza que nos permita detectar qualquer inhomogeneidade do espaço, isto é, uma origem privilegiada no espaço. Analogamente, nenhuma lei fundamental da Natureza é conhecida que nos permita detectar qualquer anisotropia ou direcção preferida no espaço.

A forma matemática das equações que traduzem as leis da Física é independente da orientação dos eixos coordenados. As leis da Física traduzem-se por igualdades entre escalares, ou igualdades entre vectores, ou igualdades entre tensores, isto é, entre quantidades que se transformam de modo idêntico se submetermos os eixos coordenados a uma rotação, qualquer que seja. Este facto garante a invariância daquelas leis e dele advem a utilidade da notação vectorial.

Já outro tanto parecia não poder dizer-se do princípio de Galileu.

As leis do electromagnetismo, como foram formuladas por Maxwell, são, aparentemente, válidas apenas num determinado referencial de inércia, que poderia assim ser distinguido e detectado. Por exemplo, das equações de Maxwell resulta que as ondas electromagnéticas se propagam com uma velocidade de cerca de 300 000 Km/s, em todas as direcções. Não compreendemos facilmente que este resultado possa ser válido em

qualquer referencial de inércia. O resultado de uma experiência de electromagnetismo realizada numa nova cósmica deveria aparentemente depender da velocidade da nave, já que, contrariamente ao que sucede com as equações da Mecânica, as equações de Maxwell não são invariantes relativamente a uma transformação de Galileu, representando a passagem dum referencial de inércia para um novo referencial que se mova em relação ao primeiro com a velocidade V :

$$t' = t$$

$$x' = x + Vt$$

$$y' = y$$

$$z' = z.$$

Problemas desta natureza preocuparam os físicos, no princípio do século.

Um laboratório terrestre pode, sem dúvida, ser considerado uma nave espacial, se atendermos aos movimentos de rotação e translacção terrestres. Os resultados de experiências electromagnéticas deveriam ser sensíveis à velocidade do laboratório terrestre. Com o fim de demonstrarem a existência deste movimento, Michelson e Morley procederam a medidas extremamente rigorosas da velocidade da luz. Apesar da precisão das técnicas experimentais utilizadas, não conseguiram detectar qualquer manifestação do movimento terrestre, como seria de esperar. O resultado da experiência de Michelson e Morley era incompreensível, pois parecia indicar que no referencial S' a velocidade da luz continuava a ter, em todas as direcções, o mesmo valor que apresentava em S , embora S' se movesse relativamente a S . Todas as tentativas de explicação deste resultado paradoxal se revelaram inconsistentes.

Lorentz verificou que a mudança de coordenadas espaciais e temporais

$$t' = \left(t + \frac{V}{c^2} x \right) / \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

$$x' = (x + Vt) / \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

em que c é a velocidade da luz e V é a velocidade do referencial S relativamente ao referencial S' , mantém a forma de equações de Maxwell. Porém que significado poderia ter este resultado?

Poincaré e Einstein observaram que todas as contradições em que a Física tinha caído se resolveriam se se admitisse que também as leis da

Electrodinâmica obedecem ao princípio da relatividade de Galileu, isto é, que são independentes do referencial de inércia. Esta hipótese entra em conflito com o conceito de simultaneidade absoluta. (Segundo este conceito, que parece intuitivo, dois fenómenos simultâneos num determinado referencial, continuarão a sê-lo em qualquer outro). No entanto, a simultaneidade absoluta não é logicamente necessária. A experiência de Michelson-Morley, mostra até que é falsa. Consideremos, com efeito, um comboio AB , de grande comprimento, que passa à velocidade V por uma estação E , da qual é emitido um sinal luminoso no instante em que a parte média de AB passa por E . A onda luminosa resultante propaga-se, em relação ao comboio, com a velocidade c em todas as direcções e, por conseguinte, alcançará simultaneamente os pontos A e B . Também em relação ao referencial da estação a velocidade da luz tem o valor c . Porém, visto que A se vai afastando de E enquanto B se vai aproximando, segue-se que a onda luminosa alcançará primeiro o ponto B . É evidente, por conseguinte, que estes dois fenómenos, chegada da onda luminosa a A e chegada da onda luminosa a B , serão ou não simultâneas, consoante o referencial em relação ao qual sejam considerados.

O postulado fundamental da teoria da relatividade restrita torna extensivo o princípio de Galileu a todas as leis da Física. Segundo este postulado o resultado de uma experiência de electromagnetismo numa nave cósmica não depende da velocidade da nave. O resultado da experiência de Michelson-Morley traduz apenas uma lei fundamental da Natureza.

Para dar uma ténue ideia das implicações deste postulado observaremos apenas que ele nos permite, por exemplo, deduzir as leis do magnetismo a partir da electrostática, estabelecer a equivalência entre massa e energia, etc.

Diálogo sobre a velocidade da luz

Extraído da obra *Discursos e Demonstrações Matemáticas acerca de duas novas Ciências* de Galileu Galilei, publicada em Leiden em 1638.

SAGREDO Mas de que espécie e de que grandeza devemos considerar que é a velocidade da luz? É instantânea ou momentânea ou requer tempo como os outros movimentos? Não podemos decidir isto pela experiência?

SIMPLICIO A experiência de todos os dias mostra-nos que a propagação da luz é instantânea; pois que quando vemos uma peça de artilharia disparar a grande distância, o clarão chega aos nossos olhos sem lapso de tempo; mas o som chega aos nossos ouvidos após um considerável intervalo.