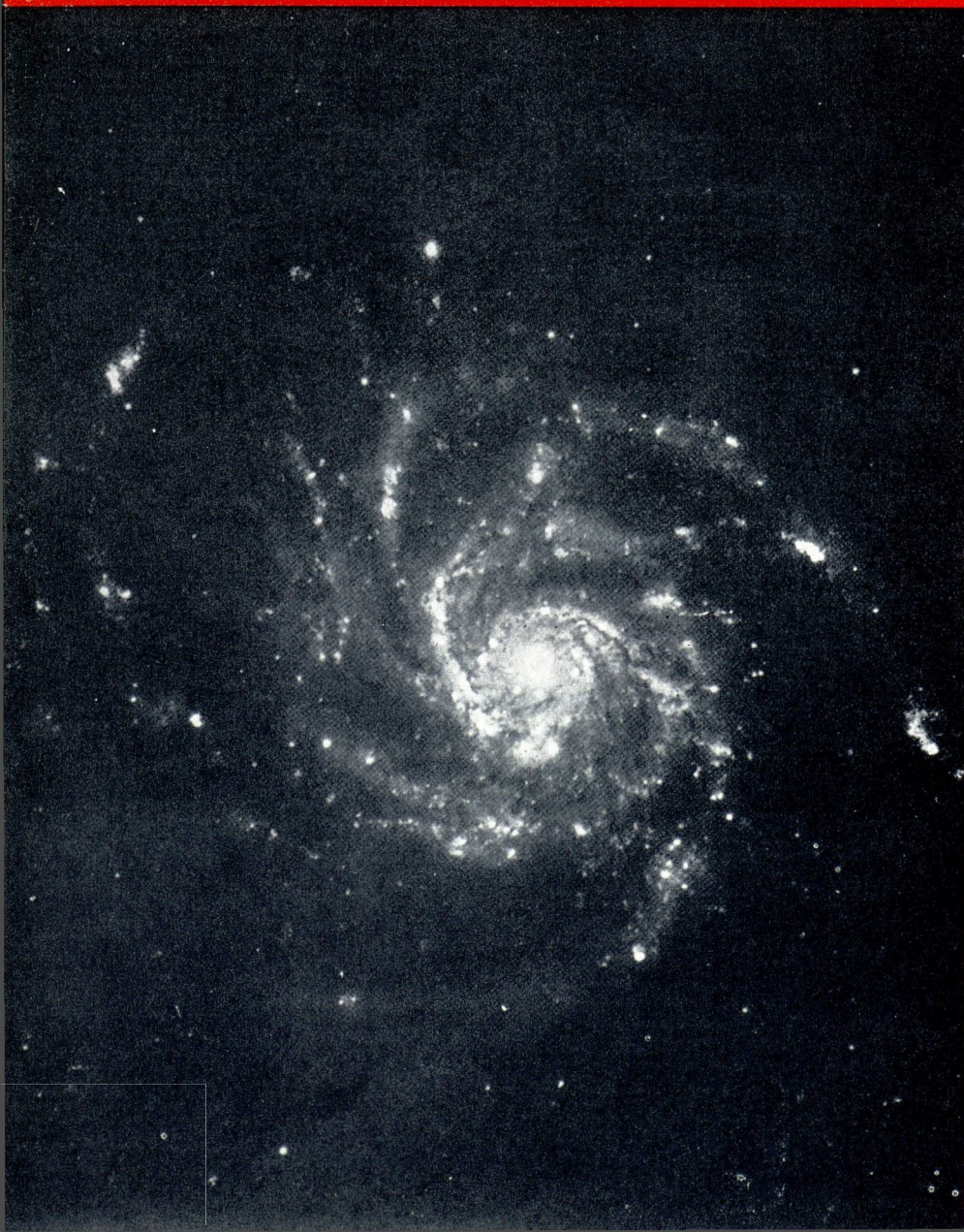


GAZETA DE FISICA

REVISTA DOS ESTUDANTES DE FÍSICA
E DOS FÍSICOS PORTUGUESES

VOL. V, FASC. 5
MARÇO 1972



Uma galáxia espiralada

(Ver contra-capa)

SUMÁRIO

Fundamentos dos processos de emissão e absorção de radiação X, <i>por Lidia Salgueiro</i> . . .	135
Introdução à utilização do osciloscópio de raios catódicos em experiências escolares, <i>por Rómulo de Carvalho</i>	145
Pulsações na gravitação universal, <i>por Frederico Machado</i>	153
Uma experiência elementar evidenciando os efeitos macroscópicos da quantificação da energia, <i>por J. A. Bessa M. Sousa</i>	158
Noticiário	166

COMISSÃO DE REDACÇÃO: Rómulo de Carvalho — Lidia Salgueiro
— J. Gomes Ferreira — F. Bragança Gil — J. Sousa Lopes —
Maria Teresa Gonçalves — Frederico Gama Carvalho — Rui
Namorado Rosa — José C. Soares — João Bessa e Sousa —
Mário Trigueiros

PROPRIEDADE E EDIÇÃO: GAZETA DE MATEMÁTICA, LDA. * CORRESPONDÊNCIA: GAZETA
DE FÍSICA — LABORATÓRIO DE FÍSICA DA FACULDADE DE CIÊNCIAS DE LISBOA — RUA DA
ESCOLA POLITÉCNICA — LISBOA * NÚMERO AVULSO: ESC. 15\$00 * ASSINATURA DE
3 NÚMEROS: ESC. 45\$00 (À COBRANÇA ESC. 50\$00); PARA ESTUDANTES, ESC. 30\$00
(À COBRANÇA ESC. 35\$00)

Fundamentos dos processos de emissão e absorção de radiação X

POR LÍDIA SALGUEIRO

(Prof. Auxiliar da Faculdade de Ciências de Lisboa)

1. Generalidades

Um átomo é constituído por um núcleo, carregado positivamente, e um cortejo de electrões negativos. Numa primeira aproximação consideram-se os electrões agrupados em níveis caracterizados por um número inteiro, designado por número quântico total. Assim, para $n=1, 2, 3, \dots$, tem-se, respectivamente, os níveis K, L, M, \dots (modelo das órbitas circulares).

Para interpretar o espectro descontínuo, emitido pelos átomos hidrogenóides, Bohr introduziu os dois postulados seguintes, conhecidos por postulados de Bohr:

1) Entre todas as trajetórias electrónicas só podem ser descritas as que correspondem a uma série descontínua de valores da energia (níveis atómicos de energia); para estas órbitas o momento angular do electrão, em relação ao núcleo, é tal que:

$$(1) \quad |\vec{r} \wedge m\vec{v}| = n\hbar,$$

sendo n um número inteiro (número quântico total) e \hbar a constante reduzida de Planck, isto é,

$$(2) \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}.$$

2) Sempre que um átomo passa de um estado estacionário, de energia E , para outro estado estacionário, de energia E' , é emitida ou absorvida energia, tal que:

$$(3) \quad E - E' = h\nu.$$

Se for $E < E'$ a energia é absorvida; no caso contrário é emitida energia.

Para obter melhor acordo entre a teoria e os factos experimentais Sommerfeld generalizou a teoria de Bohr das órbitas circulares; admitiu que as órbitas possíveis descritas pelos electrões, são circunferências e elipses, em que o núcleo ocupa um dos focos.

A condição de quantificação (1) não é suficiente para fixar, sem ambiguidade, os eixos da elipse. Por este facto, Sommerfeld introduziu uma condição de quantificação, que generaliza o postulado de Bohr, da quantificação do momento angular, e que se traduz pela expressão:

$$(4) \quad \oint p_i dq_i = n_i h,$$

sendo q_i uma coordenada, variando periodicamente (coordenada generalizada), p_i o correspondente valor do momento conjugado e n_i um número inteiro.

A partir deste aperfeiçoamento da teoria de Bohr foram introduzidos os números quânticos azimutal (k) e radial (n_r), tal que:

$$(5) \quad n = k + n_r.$$

Concluiu-se ainda que as únicas trajectórias permitidas para o electrão, correspondem a ser

$$(6) \quad \frac{b}{a} = \frac{k}{n},$$

sendo a e b , respectivamente, os semi-eixos maior e menor da elipse. A grandeza k pode tomar valores inteiros de 1 a n .

Tem-se assim, para $n=1$, $k=1$ (nível K); para $n=2$, $k=1, 2$ (nível L), para $n=3$, $k=1, 2, 3 \dots$ (nível M). Há pois, para cada valor de n , uma órbita circular e para $n > 1$, há uma ou mais órbitas elípticas.

Mostra-se, no entanto, que, à multiplicidade de órbitas, para cada valor de n , não corresponde uma multiplicidade de níveis energéticos, visto provar-se que a energia não depende de k .

Sommerfeld mostrou, no entanto, que a energia do sistema atómico, entrando em linha de conta com a variação relativista da massa do electrão com a sua velocidade, deve ser acrescida de um termo ΔE , tal que,

$$(7) \quad \Delta E = K f(n, k),$$

sendo K uma constante.

Daqui resulta que a subdivisão dos níveis, anteriormente referida, corres-

ponde na realidade, uma multiplicidade de níveis energéticos; há pois, um nível K , dois níveis L , etc.

A partir da mecânica ondulatória concluiu-se que o número quântico k deve ser substituído por um número quântico l , tal que $l = k - 1$.

Posteriormente, em 1925, Uhlenbeck e Goudsmit, consideraram a hipótese de que o electrão tem movimento de rotação em torno de si próprio. A introdução deste conceito levou a um desdobramento de alguns níveis atómicos e à de um número quântico de *spin*, de valor $1/2$, e de um número quântico interno j , tal que

$$(8) \quad j = l \pm 1/2.$$

Assim, para o nível K , $l=0$ e $j=0$ (nível simples); para o nível L , ter-se-á:

$$l=0 (j=1/2) \text{ ou } l=1 (j=1/2, 3/2),$$

o que corresponde a três subníveis e assim sucessivamente. É fácil de ver que para o nível M haverá cinco subníveis.

Um electrão de número quântico azimutal $l=0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$ designa-se, em espectroscopia, respectivamente por electrão $s, p, d, f, g, h \dots$. Uma representação, por exemplo, do tipo

$$1s^2 2s^2 2p^6 3s$$

indica-nos, imediatamente, a distribuição electrónica do átomo considerado. Os coeficientes 1, 2, 3 referem-se aos valores do número quântico total (níveis K, L, M), enquanto que os *expoentes*, para cada subnível, representam o número total de electrões desse subnível; a soma dos *expoentes* é portanto igual ao número atómico do elemento. Vê-se, portanto, que no caso acima representado se tem:

nível $K \dots 2$ electrões ($l=0$)

nível $L \dots 2$ electrões ($l=0$)

e 6 electrões ($l=1$)

nível $M \dots 1$ electrão ($l=1$).

O elemento considerado tem, portanto, o número atómico $Z=11$ (sódio).

Suponhamos agora um átomo, colocado num campo magnético, de modo que a influência recíproca dos seus electrões seja desprezável, perante a acção do campo magnético. Os vectores \vec{l} e \vec{s} orientam-se de modo que as suas projecções m_l e m_s na direcção do campo, tomem os valores:

$$(9) \quad m_l = l, l-1, \dots, 0, \dots, -(l-1), -l,$$

o que corresponde a $(2l+1)$ valores e

$$(10) \quad m_s = +1/2 \text{ ou } m_s = -1/2.$$

Pode assim caracterizar-se um electrão pelos quatro números quânticos n , l , m_l e m_s ; m_l e m_s designam-se, respectivamente, por *número quântico magnético orbital* e por *spin*.

Pauli apresentou um princípio, designado por princípio de exclusão de Pauli, segundo o qual não podem existir, no mesmo átomo, dois electrões com os quatro números quânticos iguais. Como o número de valores que m_l pode tomar é $(2l+1)$ e a cada valor de m_l correspondem dois valores de m_s , o número máximo de electrões com o mesmo valor de n e com o mesmo valor de l , de modo a não ser violado o princípio de exclusão de Pauli, é $2(2l+1)$.

O número máximo de electrões em cada nível atómico é pois:

$$(11) \quad 2 \sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = 2n^2.$$

Para o sódio teremos, portanto (fig. 1):

nível	n	l	m_l	m_s	número de electrões	
					subnível	nível
K	1	0(s)	0	$\uparrow \downarrow$	2	2
L	2	0(s)	0	$\uparrow \downarrow$	2	8
			+1	$\uparrow \downarrow$		
		1(p)	0	$\uparrow \downarrow$	6	
			-1	$\uparrow \downarrow$		
M	3	0(s)	0	\uparrow	1	1

Fig. 1 — Distribuição electrónica para o sódio no estado normal.

Do quadro anterior conclui-se que para $m_l = +1, 0, -1$ há sempre dois valores de m_s , correspondendo, portanto, a cada valor de m_l dois electrões de *spin* oposto (excepto no caso do nível M em que só há um valor de m_s , visto o correspondente subnível M_1 estar incompleto).

2. Emissão e absorção de raios X em átomos isolados

Consideremos um átomo, de número atómico Z ; se irradiarmos o átomo com fótons de energia suficiente para fazer deslocar o electrão do nível K para uma grande distância do núcleo, ficando o electrão com uma energia cinética nula, podemos dizer que o seu número quântico total é igual a infinito. O átomo fica com uma lacuna no nível K ; a diferença de energia entre os estados correspondentes aos dois estados referidos é a energia de ionização K ou energia de ligação do electrão $1s$. O átomo, neste caso, absorveu energia.

De modo análogo, se forem arrancados electrões, por exemplo dos subníveis L_2

ou M_1 , ter-se-ão lacunas naqueles sub-níveis.

A energia do átomo fica acrescida da energia de ionização e a sua desexcitação pode fazer-se, por exemplo, por uma transição electrónica do nível de $n=2$ para $n=1$. O átomo fica num estado de menor excitação, visto o electrão de $n=2$ ter uma energia menor do que o de $n=1$; em seguida poderá haver transições electrónicas de um nível de $n=3$ para $n=2$; estas transições continuam até faltar um electrão num nível exterior. O átomo pode então captar, por exemplo, um electrão livre, ficando no estado neutro.

Se considerarmos um átomo ionizado no nível r (energia E_r) e se for E_0 a energia do átomo neutro, tem-se:

$$E_r = E_0 + W_r,$$

sendo W_s a energia de ionização do átomo, no nível s .

Se a passagem de electrões de s para r for radiativa há emissão de radiação X de energia:

$$h\nu = E_r - E_s = W_r - W_s.$$

Se a referida transição não for radiativa, a energia $W_r - W_s$ provoca a emissão de um electrão de Auger no nível t , por exemplo, desde que seja

$$W_r - W_s > W_t.$$

W_t é a energia de extracção electrónica do nível t de um átomo já previamente ionizado noutro nível. Neste caso, o átomo fica duplamente ionizado.

Os espectros de raios X classificam-se em espectros K, L, M, \dots , conforme os

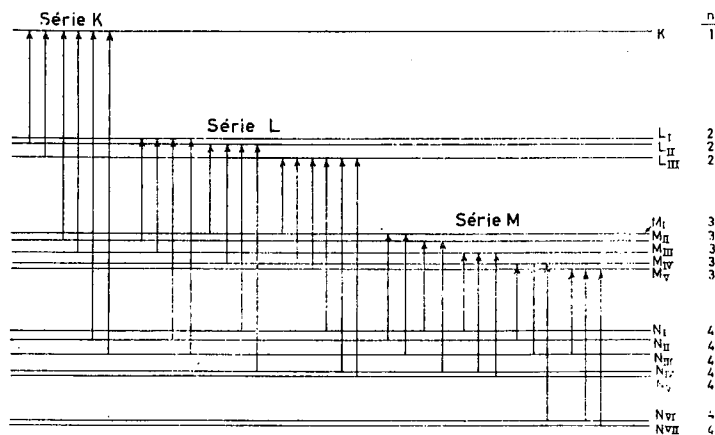


Fig. 2 — Esquema dos níveis de energia do urânio, com a indicação das várias transições, correspondentes à emissão de espectros K, L, M de raios X.

sendo W_r a energia necessária para extrair um electrão do nível r . Se, em seguida, se produzir uma transição $s \rightarrow r$, há uma transferência de ionização para s e a energia do átomo ionizado em s , é:

$$E_s = E_0 + W_s,$$

fotões emitidos corresponderem, respectivamente, a transição radiativa, para os níveis atômicos K, L, M, \dots (fig. 2).

Para o elemento que temos vindo a estudar ($Z=11$) podemos fazer a representação esquemática indicada na figura 3; na referida figura considera-se um átomo

não perturbado (a) e, em (b), (c) e (d), átomos ionizados, respectivamente nos níveis K , L e M ; supõe-se o nível L desdobrado, apenas, em dois subníveis.

Notemos que as lacunas podem ser produzidas por transmissão ao átomo, de energia sob outra forma (por ex., electrões com uma certa energia cinética).

Considerámos que no átomo, ao ser irradiado por fótons, poderia haver deslocamento de electrões para uma grande distância do núcleo, ficando os electrões com uma energia cinética nula.

Se o átomo for irradiado com radiação de energia suficiente, um electrão $1s$

O electrão do nível M_1 designa-se por electrão de valência.

As setas ascendentes, correspondentes à absorção de radiação, terminam, respectivamente, no nível de valência M_2 e na região de estados contínuos de energia acima da energia zero (limite de ionização).

3. Energia de Fermi

Dissémos que, de acordo com o princípio de exclusão de Pauli, dois electrões, no mesmo átomo, não podem ter os qua-

NÍVEL	NÚMEROS QUÂNTICOS			CONFIGURAÇÃO ELECTRÓNICA	a	b	c	d
	n	l	m_l					
M_1	3	0	0	$3s$	•	•	•	○
L	2	1	-1, 0, 1	$2p^6$ $2s^2$	•••••	•••••	••••○	•••••
		0	0		••	••	••	••
K	1	0	0	$1s^2$	••	•○	••	••

Fig. 3 — Configuração electrónica e níveis de energia para um átomo isolado ($Z = 11$); nos vários níveis os símbolos • e ○ representam, respectivamente, a presença de um electrão e de uma lacuna.

pode ir para um nível vazio (por ex., M_2 , que não tem electrões para o átomo considerado e no estado normal) (fig. 4 b).

O electrão pode ainda ser removido do átomo e transformar-se num electrão livre, com um excesso de energia cinética (estado de energia positiva).

Na fig. 3, e seguintes, as distâncias energéticas entre os níveis K , L , M , estão numa escala arbitrária.

Na fig. 5 indica-se o conjunto de níveis electrónicos para um átomo isolado; as transições referentes à absorção de radiação figuram-se por setas ascendentes, enquanto que as setas descendentes correspondem à emissão de radiação.

tro números quânticos (n, l, m_l, m_s) iguais. Todas as partículas que satisfazem ao referido princípio designam-se por partículas de Fermi.

Na fig. 6 representam-se em dois diagramas (a e b), respectivamente, partículas que não obedecem ou obedecem ao referido princípio. No primeiro caso há oito partículas idênticas, no mesmo nível, quando o sistema tem uma energia mínima. No segundo caso há apenas duas partículas por nível. A energia total do sistema é maior do que no caso anterior.

Quando se tem um sistema de N partículas de Fermi, a energia do sistema é mínima quando há duas partículas em

cada estado de energia, desde $E=0$ até $E=E_F$, sendo E_F uma energia designada por energia ou nível de Fermi.

Se as partículas forem electrões eles dispõem-se, portanto, em estados de menor energia desde o estado mais baixo até ao nível de Fermi.

A probabilidade de que uma partícula de Fermi, num sistema em equilíbrio tér-

temperatura do metal aumenta, os electrões vão passando para níveis não ocupados, ficando cada nível no máximo com dois electrões.

A energia de Fermi é dada pela relação:

$$(13) \quad E_F = 3^{2/3} \pi^{4/3} \frac{\hbar^2}{2m} \rho^{2/3},$$

sendo \hbar a constante reduzida de Planck, m a massa da partícula e ρ o número de partículas por unidade de volume.

O valor médio da energia das partículas é

$$(14) \quad \bar{E} = \frac{3}{5} E_F.$$

Vamos calcular o valor de E_F para os electrões do elemento de $Z=11$ (sódio) a que temos referido o nosso estudo. Este elemento tem um electrão de valência (nível M_1) por átomo; tem-se que

$$\rho = N \times \frac{0,97}{23} \text{ cm}^{-3},$$

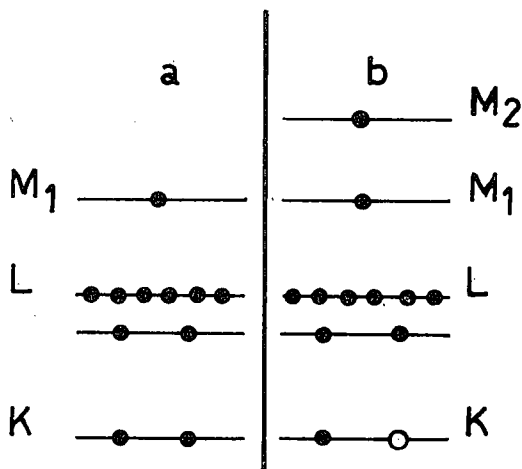


Fig. 4 — Átomo de sódio: a) estado normal; b) lacuna no nível K, devido à passagem de um electrão para M_2 .

mico, à temperatura absoluta T , esteja no estado de energia E , é:

$$(12) \quad F(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_0}{kT}\right)}$$

sendo E_0 uma constante que depende de T e que é igual a E_F para $kT \ll E_F$, sendo k a constante de Boltzmann. Esta expressão mostra que se $T=0$, $F(E)=1$ para $E < E_F$; $F(E)=0$, para $E > E_F$ (curva 1 da fig. 7). Para $T=300$ °K tem-se a curva 2 da mesma figura.

Em consequência de que acabámos de expor, para um gás de Fermi, a $T=0$, todos os estados abaixo do nível de Fermi estão completamente cheios. Quando a

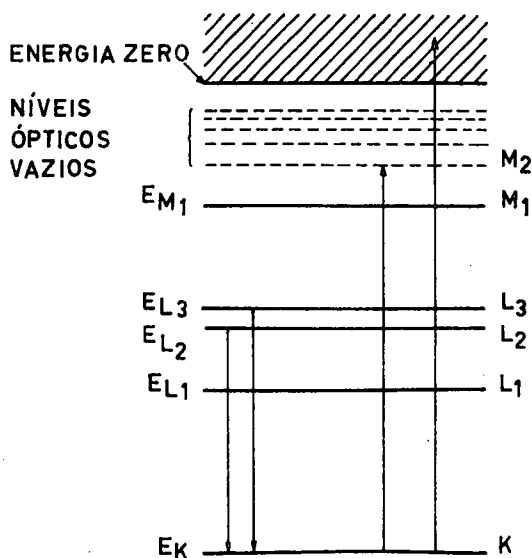


Fig. 5 — Diagrama dos níveis de energia para um átomo isolado, indicando-se por setas ascendentes ou descendentes algumas das possíveis transições conduzindo à absorção ou emissão de energia.

sendo N o número de Avogadro, $0,97 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ a massa específica do cobre e 23 g o seu átomo-grama. Substituindo em (13) as grandezas pelos seus valores, sendo m a massa do electrão, obtém-se:

$$E_F = 3,2 \text{ eV};$$

é este, portanto, o valor da energia que corresponde ao estado de energia máxima.

Os electrões de condução do sódio têm uma energia total mínima à temperatura

A energia de agitação térmica para 300°K seria:

$$3/2 kT = 0,025 \text{ eV},$$

valor muito inferior ao da energia de Fermi.

4. Espectros em átomos não isolados

Como vimos, se considerarmos um átomo isolado no espaço, os níveis de

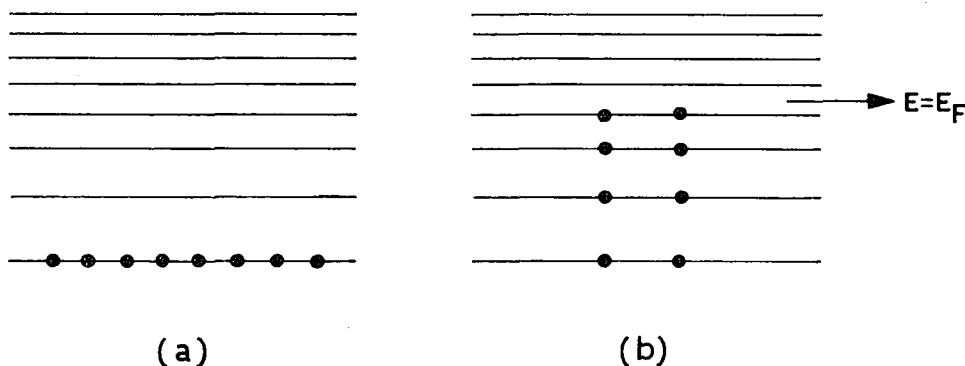


Fig. 6 — a) partículas que não obedecem ao princípio de exclusão de Pauli. b) partículas que obedecem ao princípio de exclusão de Pauli.

do zero absoluto. A energia média do electrão de condução é, como vimos

$$\bar{E} = 3/5 E_F = 1,9 \text{ eV};$$

se as partículas não obedecessem ao princípio de exclusão de Pauli, todas as partículas estariam no estado fundamental quando a temperatura absoluta fosse $T=0$ e a energia seria nula.

Para que estas partículas tivessem a energia média de $1,9 \text{ eV}$ deveriam ter uma energia de agitação térmica correspondente a uma temperatura tal que

$$3/2 kT = 1,9 \text{ eV},$$

ou seja

$$T \sim 2 \times 10^4 \text{ }^\circ\text{K}.$$

energia dos seus diferentes electrões são perfeitamente determinados.

Consideremos agora um sistema composto por dois átomos de hidrogénio, no seu estado fundamental E_0 . A cada átomo corresponde um próton que designaremos respectivamente por a e b ; os referidos prótons ocupam posições fixas e supô-los-emos, de início, a uma grande distância R , um do outro.

Se $\psi_a^{(1)}$ e $\psi_b^{(2)}$ forem as funções de onda próprias individuais dos átomos a e b , uma possível função própria do sistema dos dois átomos é $\psi' = \psi_a^{(1)} \psi_b^{(2)}$; neste caso admite-se que os electrões (1) e (2) estão associados, respectivamente, aos átomos a e b . No entanto, os dois electrões são indistinguíveis, não se podendo afirmar a

qual dos átomos estão associados. Portanto, a função própria $\psi'' = \psi_a^{(2)} \psi_b^{(1)}$ é também uma função própria do sistema. Há, pois, duas soluções da equação de onda, correspondente à mesma energia E ; neste caso $E = 2E_0$.

Suponhamos, agora, que os núcleos se aproximam até uma distância em que há a considerar uma interacção entre os dois átomos. A energia potencial do sistema inclui agora termos adicionais, resultantes do acoplamento entre os dois

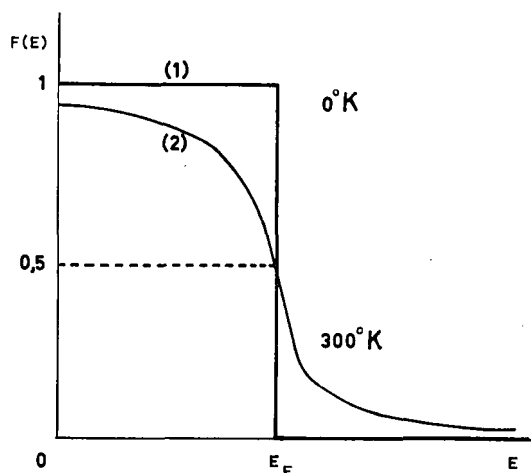


Fig. 7

electrões, entre os dois núcleos ou entre os electrões e o núcleo.

Neste caso há dois valores diferentes E_1 e E_2 da energia do sistema. Os níveis vão-se desdobrar, de acordo com a fig. 8, em que d representa a distância entre os átomos.

Se tivermos um sistema de N átomos, a energia do sistema, sem considerar a interacção entre os átomos, é NE_0 . Quando se aproximam os átomos, de modo a levá-los aos nós de uma rede cristalina, cada nível quântico do átomo isolado é substituído por N subníveis muito próximos.

Os níveis energéticos ficam decompostos em bandas permitidas, separadas por bandas interditas.

A fig. 9 representa a variação da energia em função da distância entre os átomos, no caso considerado. Os níveis energéticos ficam nas bandas $AA', BB' \dots$, (bandas permitidas).

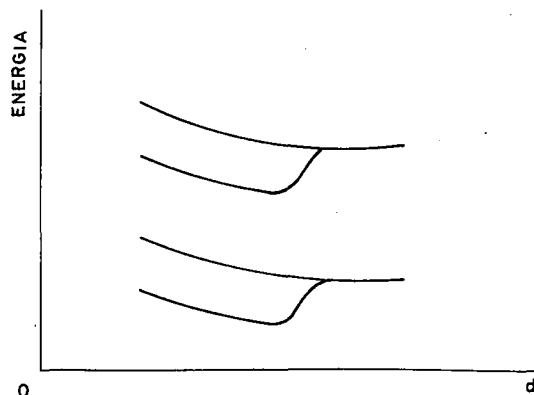


Fig. 8

Os intervalos como $A'B$, são as bandas interditas. É o caso, por exemplo, de os átomos se aproximarem a uma distância suficientemente pequena, da ordem de grandeza da dos nós de uma rede cristalina.

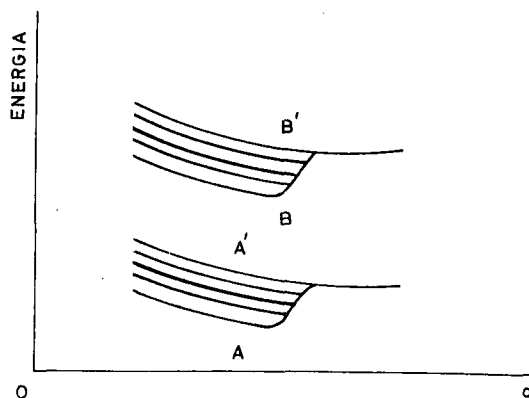


Fig. 9

Em certos casos as bandas permitidas podem sobrepor-se. As bandas relativas aos electrões das camadas profundas, que estão submetidas a fortes acções nucleares são muito estreitas; neste caso, os electrões das camadas exteriores actuam

como alvos protectores da acção dos electrões dos átomos vizinhos.

As bandas correspondentes aos electrões mais exteriores (electrões de valência), ficam assim constituídas por níveis discretos de energia. A banda permitida, de energia superior à da banda de valência, designa-se por «banda de condução».

Nos condutores as bandas de valência e de condução estão em parte sobrepostas.

Consideremos agora um diagrama de energia para um sólido, por exemplo, magnésio ($Z=12$); na figura 10 não representámos o nível K , e indicámos as ban-

As setas 3 e 4 definem as frequências limites $V \rightarrow 2p_{1/2}$, correspondentes a transições da banda de valência para o nível L_2 .

As energias estão marcadas em ordenadas (eV), tomando como zero a energia do nível AB .

Como a largura do subnível L_3 é $< 0,02 eV$, as radiações a que se referem as setas 1, 2 dão-nos indicações sobre a largura da banda de energia, correspondente aos electrões de valência. O mesmo se pode concluir em relação às transições que dizem respeito às setas 3, 4. Como o

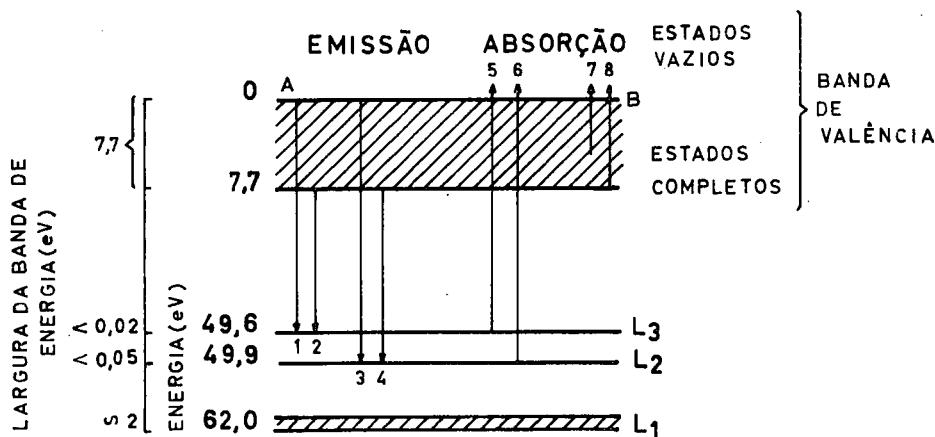


Fig. 10 — Níveis de energia do magnésio.

das de energia correspondentes aos subníveis L_1 , L_2 e L_3 , resultantes de não se tratar de átomos isolados. Assim, as larguras das referidas bandas, são respectivamente, $\sim 2eV$, $< 0,05eV$ e $< 0,02eV$. A banda de valência V é constituída por uma banda de largura $7,7eV$ (estados completos) e por outra banda de estados vazios.

As setas 1 e 2 correspondem a transições para L_3 (emissão de radiação), que podemos representar por $V \rightarrow 2p_{3/2}$, em que $2p_{3/2}$ é a representação simbólica de um electrão do nível L_3 ($n=2$, $l=1$, $j=1+1/2=3/2$).

intervalo energético entre L_2 e L_3 é de

$$49,9 - 49,6 = 0,3 eV,$$

os espectros de emissão, correspondentes às transições 1,2 e 3,4, sobrepõem-se.

Na mesma figura as setas 5, 6 referem-se a transições originando absorção de radiação.

Se ν_{L_3} for a frequência correspondente à absorção em L_3 , um fóton de energia $> h\nu_{L_3}$, pode ser absorvido nesse nível. Um electrão é então transferido para um estado vazio, acima dos níveis preenchidos da banda de valência (seta 5). Se a

energia do fotão incidente for inferior a $h\nu_{L_3}$, a absorção não pode envolver o nível L_3 . Nesse caso o fotão incidente apenas pode ser absorvido por um electrão da banda de valência (setas 7, 8).

Do que acabamos de expor mostra-se que os espectros dos átomos isolados não coincidem com os espectros dos sólidos. No entanto, como os electrões dos níveis interiores mais fortemente ligados ao átomo são, em geral, os responsáveis pelos espectros de raios X, estes espectros não são muito alterados quando não se consideram os átomos isolados, visto o alargamento energético dos subníveis interiores ser pequeno.

5. Conclusões

Em 1930 a teoria electrónica dos metais, desenvolvida por Sommerfeld e Bloch, mostrou que os electrões de condução num metal estavam distribuídos numa banda de energia constituída por níveis. Assim, a radiação X emitida por átomos no estado sólido deveria ser diferente da emitida por átomos no estado gasoso.

Além disso, das transições electrónicas da referida banda exterior para níveis interiores resultaria a emissão dum espectro que pode permitir tirar conclusões sobre a largura energética de electrões da banda de condução.

O comportamento dos electrões num cristal é regulado pelas leis da Mecânica Quântica. No entanto, a determinação dos valores próprios da energia dos electrões num cristal é difícil sendo necessário

tratar o problema com várias simplificações. Pode considerar-se um grande número de núcleos positivos, colocados nos nós duma rede cristalina e continuar a supor-se que cada átomo está cercado por electrões, colocados em vários níveis como nos átomos isolados; no entanto, o movimento dos electrões exteriores é muito modificado, visto que as distâncias interatómicas do cristal são comparáveis com as dimensões das órbitas dos níveis exteriores.

A espectroscopia de raios X dá uma informação segura sobre as estruturas dos átomos. Este método é, como vimos, ainda poderoso para elucidar certos comportamentos da estrutura electrónica dos sólidos.

BIBLIOGRAFIA

- 1 — M. VALADARES, *Elementos de Física Atómica*, Lisboa, 1947.
- 2 — L. G. PARRAT, *Electronic band structure of solid by X-ray spectroscopy*, Rev. of Mod. Phys., V. 31, 616, 1959.
- 3 — A. SANDSTRÖM, *Experimental Methods of X-ray spectroscopy: ordinary wavelenghts*, Handbook der Physik (X-Rays), 78, 1957.
- 4 — D. TOMBOULIAN, *The experimental Methods of soft X-ray spectroscopy and the valence band spectra of the light elements*, Handbook der Physik (X-Rays), 246, 1957.
- 5 — H. SEMAT, *Introduction to Atomic and Nuclear Physics*, New York, 1966.
- 6 — R. GUILLIEN, *Les semi-conducteurs et leurs applications*, Paris, 1967.
- 7 — L. SALGUEIRO, J. G. FERREIRA, *Introdução à Física Atómica e Nuclear*, (Vol. I), Lisboa, 1970.

Introdução à utilização do osciloscópio de raios catódicos em experiências escolares

por RÓMULO DE CARVALHO

1. Todos, ou quase todos, os laboratórios de Física dos liceus portugueses possuem, actualmente, um modelo de osciloscópio de raios catódicos com o qual é possível realizar numerosas experiências de grande interesse didáctico. Pareceu-nos, por esse motivo, que seria útil organizar uma sucessão de experiências realizadas com esse instrumento, ao nível do ensino liceal, sem demasiadas preocupações teóricas que facilmente se remedeiam na vasta bibliografia especializada.

2. Descrição do tubo catódico do osciloscópio

O osciloscópio (ou oscilógrafo) de raios catódicos é um tubo produtor de raios catódicos que apresenta a forma, as dimensões e os eléctrodos que convêm aos fins a que se destina.

A figura 1 representa esse tubo catódico e nela se mostram os diferentes eléctrodos que o constituem cujas funções se resumem na legenda seguinte:

C — eléctrodo que faz de *cátodo* e que é aquecido indirectamente pelo filamento *F* levado à incandescência por uma corrente de 300 mA, à tensão alternada de 6,3 V;

A — eléctrodo que faz de *ânodo*, constituído por um cilindro aberto nas duas bases, que se eleva à tensão contínua da ordem dos 200 V positivos, em relação ao

cátodo. Este eléctrodo tem uma função aceleradora sobre os electrões emitidos pelo cátodo;

W — eléctrodo que envolve parte do cátodo e que apresenta a forma de vaso cilíndrico (*cilindro de Wehnelt*), com um orifício central na base voltada para o alvo do tubo catódico. Trabalha a uma tensão contínua entre -40 V a -100 V e tem por fim repelir os electrões emitidos por *C*, concentrando-os sobre o eixo do tubo catódico, mais ou menos conforme os valores da tensão aplicada. O feixe electrónico que sai pelo orifício desse cilindro pode assim tornar-se *mais ou menos luminoso* consoante o maior ou menor número de electrões nele concentrados;

L — eléctrodo de forma análoga ao anterior destinado a concentrar o feixe dos electrões que se torna divergente logo após ter saído do orifício do cilindro de Wehnelt. Chama-se-lhe, por isso, *eléctrodo de concentração* ou *lente electrónica*. A tensão que se lhe aplica é da ordem dos 600 V negativos em relação ao ânodo *A*, e é, portanto, positivo em relação ao cátodo *C*, motivo por que serve também de ânodo. A combinação dos campos criados por este ânodo, *L*, e pelos outros eléctrodos presentes, é feita de tal modo que o feixe divergente de electrões que sai do orifício do Wehnelt, se torna convergente, à medida que passa através de *L* e de *A*, pretendendo-se que o ponto

de convergência se vá encontrar sobre o alvo do tubo catódico. Variando convenientemente a tensão de L consegue-se obter, no alvo, uma superfície luminosa muito reduzida. Enquanto a variação da tensão aplicada ao Wehnelt permite obter, no alvo, *uma imagem mais ou menos luminosa*, a variação da tensão no ânodo que faz de lente electrónica permite que a imagem seja *mais ou menos nítida*;

X_1 e X_2 ; Y_1 e Y_2 — pares de placas condutoras, paralelas entre si em cada par, constituindo dois condensadores. As

gundo o mesmo plano. Análogamente, quando o feixe passar entre X_1 e X_2 , será desviado para a direita (de um observador voltado para o alvo) se X_1 se encontrar a uma tensão positiva em relação a X_2 ; será desviado para a esquerda se essa tensão for negativa. Se as tensões das placas Y_1 e X_1 forem ambas positivas ou ambas negativas, ou uma positiva e outra negativa, o feixe atingirá o alvo em lugares variados que dependem não só dos sinais como dos valores numéricos das tensões aplicadas.

Repare-se em que as placas horizon-

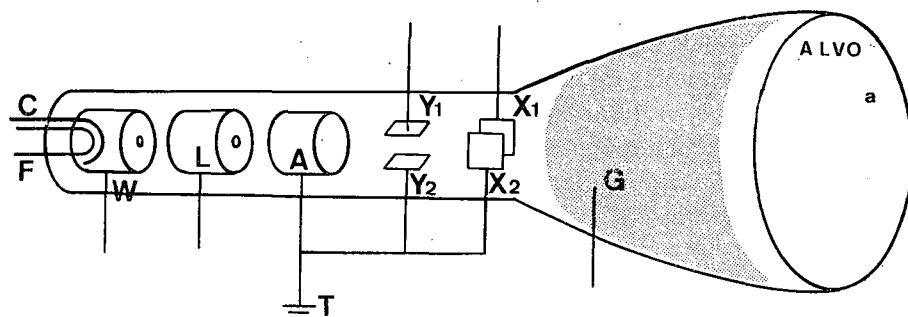


Fig. 1 — Tubo catódico de osciloscópio.

placas do primeiro (Y_1, Y_2) são horizontais; as do segundo (X_1, X_2), verticais. Em ambos os pares uma das placas está ligada à terra. O feixe de electrões emitidos pelo cátodo, que progride ao longo do eixo longitudinal do tubo catódico (pois todos os electrodos W, L e A estão alinhados segundo esse eixo) é obrigado a passar entre as placas Y_1 e Y_2 e, seguidamente, entre X_1 e X_2 . Se não tiver sido aplicada nenhuma tensão às placas X_1 e Y_1 , o feixe irá incidir no centro do alvo do tubo pois X_2 e Y_2 estão ligados à terra. Se a placa Y_1 se encontrar a uma tensão positiva em relação a Y_2 , o feixe electrónico, ao passar entre essas placas, será desviado para cima, num plano vertical; se a tensão for negativa será desviado para baixo, se-

tais (Y_1 e Y_2) provocam desvios verticais do feixe electrónico os quais podem ser medidos, em relação ao centro do alvo, como se fossem ordenadas de um gráfico. Por esse motivo se designam estas placas por « Y » recordando que Y é a letra consagrada para os valores das ordenadas. Por razão análoga as placas verticais, X_1 e X_2 , que provocam desvios horizontais do feixe, se designam por placas X ;

a — Alvo onde se observam as posições do feixe catódico cuja face interior é revestida de uma matéria fluorescente. Quando os electrões chocam contra essa matéria a energia cinética de que vão animados transforma-se, em parte, em energia luminosa que, desse modo, assinala o lugar do choque. A mancha de cor

que assim se observa é mais ou menos luminosa e de tamanho reduzido conforme as tensões aplicadas aos electrodos que o feixe atravessa. A cor que apresenta depende da substância fluorescente em que os electrões embatem preferindo-se que seja verde ou amarela porque os nossos olhos têm maior sensibilidade para essas cores. É muito utilizado, para o efeito, o sulfureto de zinco, activado com adição de cobre, que possui fluorescência verde com persistência demorada;

3. Os modelos de osciloscópios fornecidos aos liceus

Os osciloscópios que foram fornecidos aos laboratórios de Física dos liceus portugueses são, pelo menos, de dois modelos diferentes: o modelo *MAE 123 e* (marca francesa LME) acompanhado de um bloco de alimentação próprio, *MAE 128* (fig. 2) e o modelo *00730 (Phywe)* acompanhado de três blocos (fig. 3), chamados «blocos de funcionamento», «bloco de alimentação» e

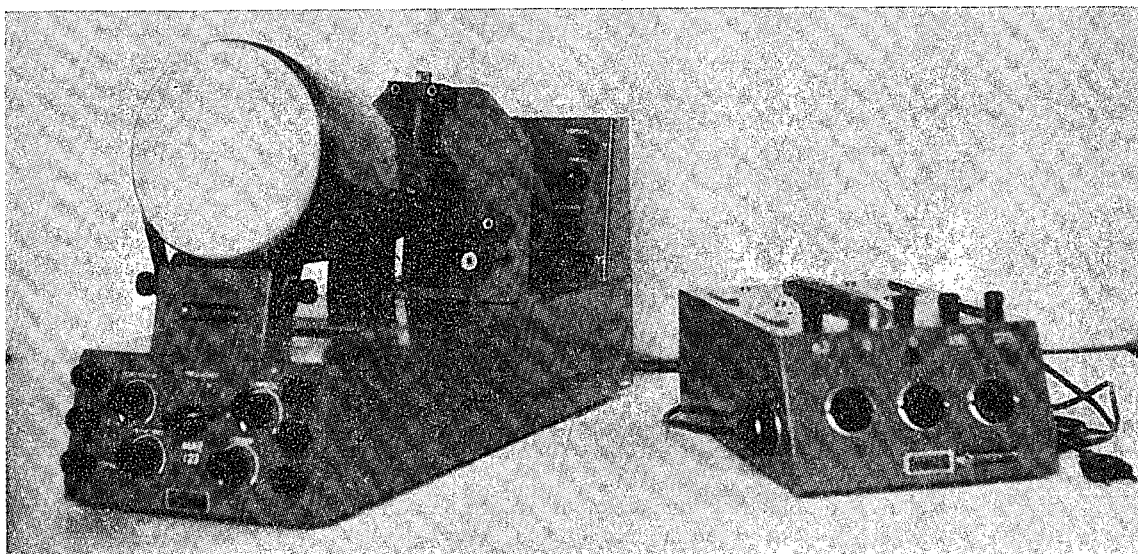


Fig. 2 — Osciloscópio e respectivo bloco de alimentação, do modelo *MAE 123 e* e *128*.

G — Capa de grafite que reveste o interior do tubo catódico na zona situada entre as placas X_1, X_2 e o alvo. Este revestimento, que é efectuado de certo modo particular, presta-se para servir de ânodo e destina-se a provocar uma nova aceleração aos electrões do feixe já prestes a alcançarem o alvo. Esta nova aceleração é vantajosa para aumentar a luminosidade do sinal observado. Chama-se-lhe «pós-aceleração», designando-se por «pré-aceleração» a que é provocada pelos ândos *L* e *A*. A tensão aplicada a este electrodo *G* atinge a ordem dos 3 000 V.

«base de tempo» (pela ordem em que se vêem na figura).

No modelo *MAE* o tubo catódico está desprotegido, o que exige muito cuidado de quem o utiliza para se não quebrar; no modelo *Phywe* está resguardado por uma caixa, que o torna vantajoso. Em contrapartida este modelo, com os seus três blocos, ocupa muito espaço, enquanto o primeiro se presta aos mesmos fins com mais simplicidade. No *MAE* as montagens correspondentes ao bloco de funcionamento e à base de tempo do modelo *Phywe*, estão na própria caixa onde se en-

contra instalado o tubo catódico, conforme se vê na figura 2.

Os blocos de alimentação, de qualquer dos modelos, destinam-se a transformar a corrente alternada de 220 V da rede pública, nas diferentes tensões a que deverão ser elevados os vários eléctrodos do tubo catódico.

No *modelo MAE* sai do tubo um cabo único onde estão reunidos todos os fios que fazem as ligações aos eléctrodos, o

caixa protectora do tubo catódico, a qual caixa se instala directamente na tomada que está ao centro da face frontal do bloco de funcionamento, conforme se vê na figura 3. Para dar mobilidade ao tubo, faz parte deste material um cabo sobresselente que se liga à ficha da caixa protectora e à tomada do tubo no bloco de funcionamento. Deste bloco fazem-se as ligações ao bloco de alimentação, conforme diremos, e por fim deste último sai o cabo

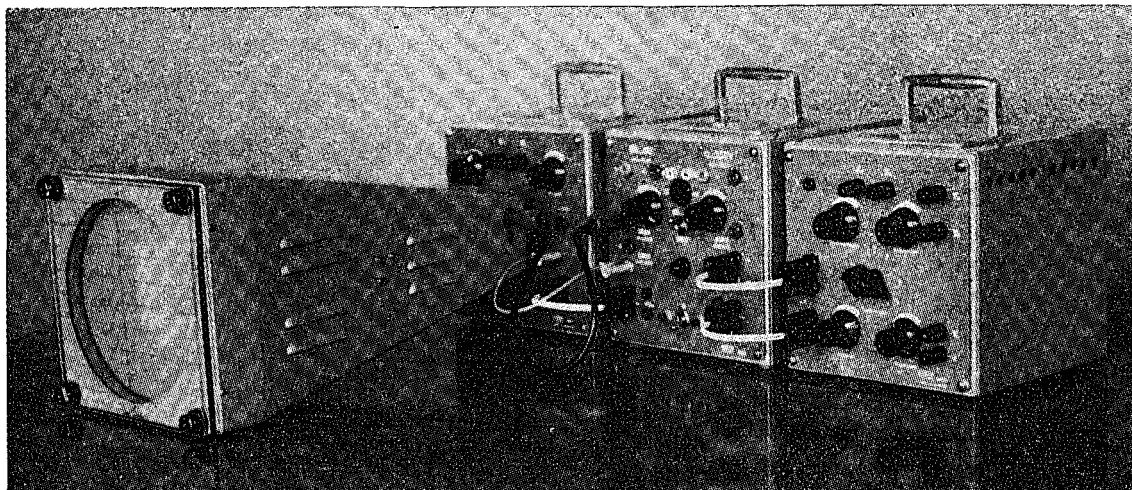


Fig. 3 — Osciloscópio, bloco de funcionamento, bloco de alimentação e base de tempo, do modelo 00730 (*Phywe*).

qual termina numa ficha com oito terminais. Para dispôr o material em condições de funcionamento introduz-se essa ficha no bloco de alimentação (fig. 2), em qualquer das tomadas que ele apresenta (de tipo *octal*, isto é, de oito terminais), *indiferentemente*. A ficha só pode entrar nessas tomadas numa única posição que corresponde ao ajustamento de certa saliência da ficha a um canal correspondente na tomada (fig. 6). Por seu turno o bloco de alimentação também tem um cabo com uma ficha que se liga à tomada da rede pública.

No *modelo Phywe* a ficha das ligações aos eléctrodos está na face posterior da

cujas fichas se ligam à tomada da rede. Não falaremos, por enquanto, do terceiro bloco (base de tempo) do modelo *Phywe* porque o seu uso não interessa à primeira série de experiências que serão descritas.

4. Descrição (parcial) dos painéis que figuram nos dois modelos de osciloscópios.

No *modelo MAE* a caixa onde se encontra montado o tubo catódico apresenta dois painéis, um superior e outro inferior, onde estão instalados vários botões e também terminais para bananas (fig. 2). Para

ÍNDICES DO IV VOLUME

ÍNDICE POR ASSUNTOS

Electricidade

- Teoria e prática da ponte de Wheatstone, por *Rómulo de Carvalho* 207

Electroquímica

- Alguns aspectos das titulações potenciométricas de tióis com eléctrodo de mercúrio-tiol, por *R. E. Pinto* 183

Física Aplicada

- Quelques applications de la diffraction neutronique à l'étude des structures cristallines, por *G. Bastin-Scoffier* 13

Física Atómica

- Acerca da constituição de átomos e moléculas, por *Niels Bohr* 66

Física dos fluídos

- Dedução das equações de Navier-Stokes e suas aplicações, por *C. M. Passos Morgado* 108

Física Nuclear

- Comparaison entre les résultats expérimentaux et théoriques dans le domaine de la conversion interne, por *F. Bragança Gil* 19
Sur quelques propriétés géométriques du groupe des rotations, por *G. Lochak* 136
Uma fonte de neutrões simples e compacta 190

Física — Problemas pedagógicos e profissionais

- Sobre o livro de Física para o 3.º ciclo dos liceus, por *F. Sequeira e J. Sousa Lopes* 129
Novas perspectivas no ensino da Física, por *F. Bragança Gil* 148
Sobre o livro de Física para o 3.º ciclo dos liceus — Análise de uma atitude e comentário de uma crítica, por *José A. Teixeira* 161

Geofísica

- A estrutura interna da Terra, por *R. O. Vicente* 111

História e Antologia

- Em memória de Rutherford, por *P. M. S. Blackett, F. R. S.* 1
O centenário da Análise espectral — Os trabalhos de Bunsen e Kirchoff e as discussões acerca da prioridade dessa descoberta, por *R. A. David Gomes* 33

Progressos recentes em Física corpuscular, por <i>Max Noyaux</i> e <i>Paul Ganz</i>	54, 86, 114 e	217
Prof. Niels Bohr		65
Lev Davidovich Landau (Prémio Nobel de Física de 1962), por <i>J. Sousa Lopes</i>		96
Sur les radiations émises par phosphorescence — Note de <i>M. Henri Becquerel</i> (transcrição de C. R. T. CXXII, ps. 420) (1896)		121
Sur une nouvelle substance fortement radio-active, contenue dans la pechblende—Note de <i>M. P. Curie</i> , <i>M.^{me} P. Curie</i> et <i>M. G. Bémont</i> (transcrição de C. R. T. CX XVII, ps. 1215) (1898).		122
Collision of α particles with light atoms. An anomalous effect in nitrogen, by Prof. Sir <i>E. Rutherford</i> , <i>F. R. S.</i> (transc. de Phil. Mag., S. 6., Vol. 37, n.º 222, June 1919)		144

Mecânica

O ensino elementar da cinemática por meio de gráficos, por <i>Rómulo de Carvalho</i>		97
--	--	----

Nomenclatura e simbologia

Novo sistema de unidades físicas — O Sistema Internacional (S. I.), tradução, coordenação e notas marginais de <i>Rómulo de Carvalho</i>		45
Símbolos, unidades e nomenclatura em Física, trad. de <i>J. Sousa Lopes</i>		73

Relatividade

Les vérifications expérimentales de la Relativité générale, por <i>Marie-Antoinette Tonnelat</i>		193
--	--	-----

Noticiário

Reactor Português de Investigação		31
Contador de neutrinos		31
Aceleradores		31
Prémios Nobel	32 e	96
Doutoramentos	32 e	223
Congressos	32, 64, 96 e	158
Investigação	32 e	156
Seminários	64 e	157
Giroscópio subatómico		128
Crítica de livros		128
Cursos.		191
Laboratório Calouste Gulbenkian de Espectrometria de massa e Física Molecular		223

Pontos de exame

Ensino liceal	26 a 31, 62 a 64, 153 a 156
Ensino universitário	124 a 126, 151 a 153
Boletim Bibliográfico	127 e 128, 158 a 160, 192

ÍNDICE POR AUTORES

Blackett (P. M. S), 1	Lopes (J. Sousa), 73, 96, 129
Bastin-Scoffier (Geneviève), 13	Lochak, 136
Bohr (Niels), 66	Morgado (C. M. Passos), 168
Carvalho (Rómulo de), 45, 97, 207	Pinto (R. E.), 183
Gil (F. Bragança), 19, 148	Sequeira (F.), 129
Gomes (R. A. David), 33	Teixeira (J. A.), 161
Ganz (Paul), 54, 86, 114, 217	Tonnelat (Marie-Antoinette), 193
Hoyaux (Max), 54, 86, 114, 217	Vicente (R. O.), 111

ÍNDICE GERAL DO IV VOLUME

Fasc. 1 (Abril 1962)

Em memória de Rutherford (P. M. S. Blackett)	1
Quelques applications de la diffraction neutronique à l'étude des structures cristallines (G. Bastin-Scoffier)	13
Comparaison entre les résultats expérimentaux et théoriques dans le domaine de la conversion interne (F. Bragança Gil)	19
Pontos de exame	26
Noticiário	31

Fasc. 2 (Outubro 1962)

O centenário da Análise Espectral — Os trabalhos de Bunsen e Kirchhoff e as discussões acerca da prioridade dessa descoberta (R. A. David Gomes).	33
Novo sistema de unidades físicas — O Sistema Internacional (S. I.) (trad., coord. e notas marginais por Rómulo de Carvalho)	45
Progressos recentes em Física Corpuscular (M. Hoyaux e P. Ganz)	54
Pontos de exame	60
Noticiário	64

Fasc. 3 (Janeiro 1963)

Prof. Niels Bohr	65
Acerca da constituição de átomos e moléculas (N. Bohr).	66
Símbolos, unidades e nomenclatura em Física (trad. J. S. Lopes)	73
Progressos recentes em Física Corpuscular (cont.)	86
Lev. Davidovich Landau (Prémio Nobel de Física de 1962) (J. S. Lopes).	96
Noticiário	96

Fasc. 4 (Abril 1963)

O ensino elementar da Cinemática por meio de gráficos (Rómulo de Carvalho)	97
A estrutura interna da terra (R. O. Vicente)	111
Progressos recentes em Física Corpuscular (cont.)	114
Antologia	121
Pontos de Exame.	124
Boletim Bibliográfico	127
Noticiário	128

Fasc. 5 (Junho 1963)

Sobre o livro de Física para o 3.º ciclo dos Liceus (F. Sequeira e J. Sousa Lopes)	129
Sur quelques propriétés géométriques du groupe des rotations (G. Lochak)	136
Antologia	144
Novas perspectivas no ensino da Física (F. Bragança Gil)	148
Pontos de exame	151
Noticiário	156
Boletim Bibliográfico	158

Fasc. 6 (Outubro 1963)

Sobre o livro de Física para o 3.º ciclo dos Liceus — Análise de uma atitude e comentário de uma crítica — (José A. Teixeira)	161
---	-----

Dedução das equações de Navier-Stokes e suas aplicações (C. M. Passos Morgado)	168
Alguns aspectos das titulações potenciométricas de tióis com eléctrodo de mercúrio-tiol (R. E. Pinto)	183
Uma fonte de neutrões simples e compacta	190
Noticiário	191
Boletim bibliográfico	192

Fasc. 7 (Janeiro 1964)

Les vérifications expérimentales de la Relativité Générale (Marie-Antoinette Tonnelat)	193
Teoria e prática da ponte de Wheatstone (Rómulo de Carvalho)	207
Progressos recentes em Física Corpuscular (continuação) (Max Hoyaux, Paul Ganz).	217
Noticiário	223
Boletim Bibliográfico	224

a primeira série de experiências que indicaremos, só nos interessa o painel superior (fig. 4).

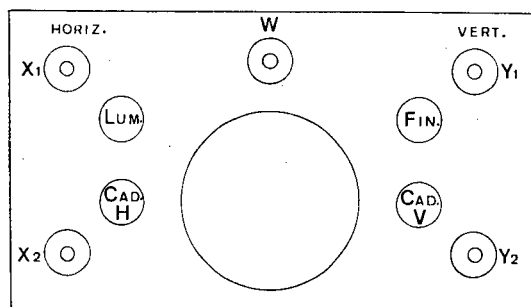


Fig. 4 — Painel superior do osciloscópio do modelo MAE (fig. 2).

Nesse painel encontram-se 4 botões com as indicações seguintes:

Luminosité — botão de comando de um potenciômetro que faz variar a tensão aplicada ao Wehnelt para se obter melhor luminosidade no alvo;

Finesse — (nitidez) — botão de comando de outro potenciômetro que faz variar a tensão aplicada ao eléctrodo de concentração (L , fig. 1) para se obter a mancha luminosa mais reduzida;

Cadrage H e Cadrage V — botões de comando de dois potenciômetros para *enquadramento* da mancha luminosa, que pode não ficar bem centrada no alvo quando se põe o osciloscópio a funcionar. O botão H faz deslocar o sinal luminoso na direcção horizontal; o botão V , na direcção vertical. Manejando-se um e outro torna-se fácil centrar o sinal.

No mesmo painel superior do osciloscópio MAE encontram-se 5 terminais para fichas de banana, com as seguintes indicações:

Wehnelt (W) — que se destina a aplicar, *exteriormente*, uma tensão ao cilindro de Wehnelt, a qual irá actuar sobre a luminosidade do sinal;

X_1 e X_2 — terminais por onde se fazem as ligações às placas X (fig. 1) que provocam desvios horizontais no feixe electrónico. (Recorde-se que X_2 está ligado à Terra);

Y_1 e Y_2 — terminais por onde se fazem as ligações às placas Y (fig. 1) que provocam desvios verticais no feixe (Recorde-se também que Y_2 está ligado à Terra);

No modelo *Phywe* a caixa a que se liga o tubo catódico (bloco de funcionamento)

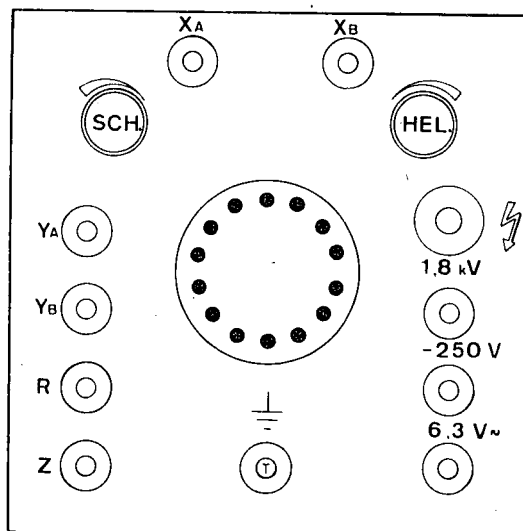


Fig. 5 — Painel do bloco de funcionamento do osciloscópio do modelo *Phywe* (1.ª caixa da figura 3).

comporta, à semelhança do modelo anterior, mas com algumas diferenças, os seguintes botões de comando e terminais para fichas de banana (fig. 5).

Luminosidade (indicada no bloco por *Helligkeit*);

Nitidez (indicada por *Schärfe*);

Wehnelt (letra *Z*);

Placas *X* e *Y* (indicadas por *Xa*, *Xb*, *Ya*, *Yb*);

R, usada para certas experiências de televisão;

Terminal de alta tensão (1,8 kV), negativa em relação à massa e assinalada por uma seta em forma de faísca;

Terminal de 250 V negativos (corrente contínua);

2 terminais de 6,3 V (corrente alternada);

Terminal de terra, *T* (indicado pelo respectivo sinal convencional).

Este modelo não tem botões de comando equivalentes aos do modelo *MAE* para centragem (*cadrage*) do sinal luminoso no alvo.

5. Os blocos de alimentação dos modelos *MAE* e *Phywe*.

No modelo *MAE* o bloco de alimentação (*MAE 128*) que fornece as tensões eléctricas ao tubo electrónico (fig. 6) apresenta, exteriormente, os seguintes pormenores:

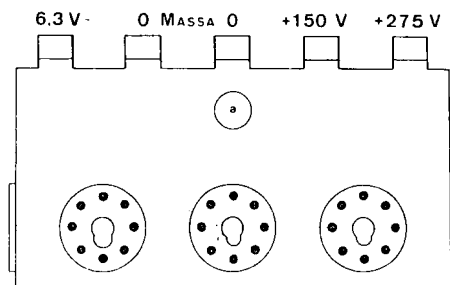


Fig. 6 — Painel do bloco de alimentação do osciloscópio do modelo *MAE* (fig. 2).

5 tomadas do tipo octal, das quais três na face frontal da caixa e uma em cada face que a ladeia, que servem, *indiferentemente*, para introdução da ficha do cabo que vem do tubo catódico, como já foi dito;

5 terminais de banana, na face superior da caixa, que se destinam às seguintes ligações (indicadas da esquerda para a direita):

- 6,3 V, corrente alternada, de 3 A, destinada ao aquecimento do cátodo do tubo electrónico;
- terminal para ligação à massa, com indicação 0;
- outro terminal para o mesmo efeito, *idem*;
- 150 V, positivos (tensão estabilizada por lâmpada de neo), corrente contínua, de 0,03 A;
- 275 V, *idem*, *idem*, de 0,1 A.

As tensões indicadas no bloco podem ser utilizadas independentemente do seu emprego com o osciloscópio, para o que basta fazer as ligações a um dos terminais 0 (massa) e ao outro cuja tensão se pretende. Quando, porém, se utiliza o bloco ligado ao osciloscópio, e queremos utilizar uma das tensões referidas para funcionamento do tubo catódico, não é necessário fazer qualquer ligação aos terminais 0 (massa), porque os fios do cabo entre o tubo e o bloco já põem em comunicação as massas dos dois aparelhos por intermédio da tomada octal.

Na face anterior do bloco existe também uma vigia, *a*, que assinala se o aparelho está sob tensão desde que acenda uma luz vermelha.

Da face posterior do bloco sai o cabo condutor com a ficha que se ligará à tomada dos 220 V alternados da rede pública. Nessa mesma face está instalado o interruptor do bloco, e aí se encontra também

um disco com cinco orifícios com as indicações 110, 125, 145, 220 e 245. Estes números referem-se às tensões que se podem utilizar para funcionamento dos circuitos interiores do bloco. Utilizando a tensão da rede, de 220 V, alternados, é necessário que uma patilha, que está aparafusada nesse disco, externamente, ligue o centro do disco ao orifício onde se lê a indicação 220.

No modelo *Phywe* o bloco de alimentação, que também pode ser utilizado para trabalhos independentes do osciloscópio, permite mais possibilidades de emprego do que o *MAE*. No painel frontal apresenta (fig. 7):

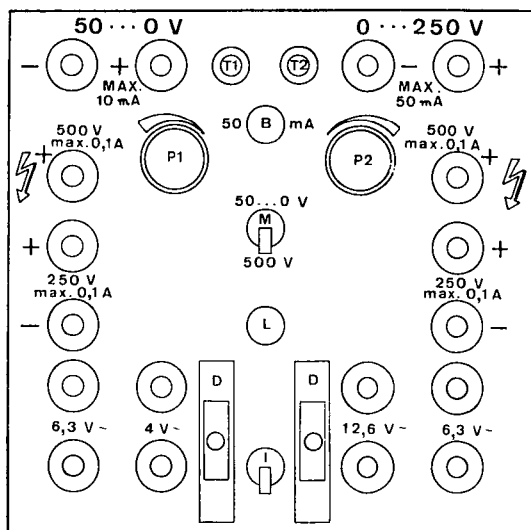


Fig. 7 — Painel do bloco de alimentação do osciloscópio do modelo *Phywe* (2.^a caixa da figura 3).

2 terminais (+ e —) (ao alto, à esquerda) que fornecem tensões contínuas, variáveis de 0 V a 50 V, com a intensidade máxima de 10 mA;

botão de potenciômetro (P 1), situado abaixo dos terminais anteriores, para comando das referidas tensões;

2 terminais (+ e —), (ao alto, à direita) que fornecem tensões contínuas, variáveis de 0 V a 250 V, com a intensidade máxima de 50 mA;

botão de potenciômetro (P 2) para comando destas tensões;

2 terminais, ambos positivos, um à esquerda e outro à direita do painel, para tensão contínua, fixa, de 500 V e intensidade máxima 0,1 A, assinalados com a seta que simboliza alta tensão;

2 pares de terminais (+ e —), um à esquerda e outro à direita do painel, que fornecem tensões fixas, alternadas, de 6,3 V;

1 par de terminais, à esquerda, que fornece a tensão alternada fixa, de 4 V;

1 par de terminais, à direita, que fornece a tensão alternada, fixa, de 12,6 V.

Na linha média do painel, e de cima para baixo, encontra-se:

1 botão (B) que tapa a entrada do canal onde se instala um fusível de 50 mA;

1 manípulo (M) que deve estar desviado para cima ou para baixo conforme se trabalha com tensões até 50 V ou até 500 V;

avisador de luz vermelha (L) para indicar que o bloco está sob tensão;

o interruptor do bloco (I) com o qual se estabelecem os circuitos levantando (EIN) o manípulo, ou se interrompem baixando-o (AUS);

2 disjuntores (D), que ladeiam o interruptor.

Na primeira linha horizontal do painel existem mais 2 terminais (T 1 e T 2), além

dos que fornecem as tensões 0 V a 50 V e 0 V a 250 V. Ligando esses dois terminais por um fio condutor ou por uma ficha apropriada, pode-se utilizar uma tensão de 0 V a 300 V ($= 50 \text{ V} + 250 \text{ V}$), variável, recorrendo aos dois terminais extremos do conjunto.

6. Montagem dos osciloscópios para a realização de experiências

Modelo MAE:

- a) Ligar a ficha do osciloscópio a qualquer dos octais do bloco de alimentação, e a ficha deste à tomada da rede pública.
- b) Rodar um pouco o botão da luminosidade para tornar mais visível o sinal luminoso quando aparecer.
- c) Fechar o interruptor do bloco (acende-se o avisador vermelho) e esperar cerca de 40 segundos para que o cátodo aqueça e apareça no alvo o sinal luminoso.
- d) Aperfeiçoar o sinal movendo os botões da luminosidade e da nitidez, de modo a obtê-lo o mais pequeno e mais brilhante possível.
- e) Centrar o sinal no alvo por meio dos botões de enquadramento horizontal e vertical.

Notas:

- 1) Não se deve deixar ficar parado o sinal luminoso, sobre o alvo, durante muito tempo, porque altera a substância fluorescente onde os electrões embatem. No intervalo entre duas experiências, em que não seja necessário observar o sinal luminoso, rodar-se-á um pouco o botão de nitidez para aumentar o

diâmetro da mancha e lhe diminuir a luminosidade.

- 2) Convém afastar o bloco de alimentação, tanto quanto puder ser, do tubo electrónico, para evitar possíveis acções magnéticas sobre o feixe catódico. O mesmo se diz relativamente a quaisquer dispositivos próximos que produzam campos magnéticos.

Modelo Phywe:

- a) Instalar o tubo catódico no bloco de funcionamento, ou ligá-lo a este por meio do respectivo cabo.
- b) Pôr em comunicação os blocos de funcionamento e de alimentação conforme se vê na figura 3 (ligando, entre os dois blocos, os terminais da tensão alternada de 6,3 V e os terminais de -250 V).
- c) Ligar o tubo catódico ao bloco de alimentação pelos terminais que indicam 500 V (fig. 3).
- d) Dispensar o terceiro bloco, (base de tempo) que se vê na figura 3.
- e) Ligar a ficha do cabo do bloco de alimentação à tomada da rede pública.
- f) Proceder conforme se indica nas alíneas b), c) e d) relativos ao modelo MAE.
- g) Dar atenção às notas 1 e 2 relativas ao modelo MAE apenas com a reserva de que o bloco de alimentação não pode ser afastado do tubo catódico quando este se encontra instalado, directamente, no bloco de funcionamento.

Temos agora o material preparado para a realização de experiências, que dividiremos em dois grupos: I — Experiências sem utilização da base de tempo. II — Experiências com utilização da base de tempo.

Pulsações na gravitação universal(*)

por FREDERICO MACHADO

(Junta de Investigações do Ultramar)

1. Introdução

Alguns fenómenos geológicos têm carácter periódico (cf. Machado, 1968). Uns apresentam pulsação com período aproximado de 200 milhões de anos; são nomeadamente os seguintes:

- Variação (à escala mundial) do nível do mar;
- Grandes variações climáticas;
- Ciclos orogénicos.

Outros parecem ter período muito mais curto, cerca de 11 anos apenas, e compreendem os fenómenos tectónicos actuais (abertura dos riftes médios dos oceanos e contracção das cadeias de montanhas) e a actividade sísmica e vulcânica associada.

Uma variação da gravitação universal (equivalente à variação da «constante» gravitacional) explicaria todos estes fenómenos pulsantes. Com efeito, daí resultaria uma variação de pressão e portanto do volume do interior da Terra. Isto iria aumentar ou diminuir a área dos oceanos, fazendo assim oscilar o nível «médio» do mar.

A expansão do interior faria também abrir os riftes e a contracção produziria os enrugamentos das montanhas. Embora estes fenómenos possam ser produzidos por uma pulsação com período de 11 anos, a pulsação de longo período parece influir de modo decisivo na respectiva intensidade.

Por outro lado, as variações da gravitação influem na radiação solar e explicariam também as variações climáticas.

A título de exemplo, apresentam-se na figura 1 as grandes oscilações do nível do mar (baseadas em dados de Belousov, 1962) e na figura 2 a variação da frequência dos sismos em ilhas dos Açores que ficam junto ao rift médio do Atlântico. Na primeira figura nota-se a pulsação de longo período (200 milhões de anos) e na última uma periodicidade de 11 anos.

As variações da gravitação (no sentido em que são aqui interpretadas) parecem compatíveis com a teoria da Relatividade Geral, o que constitui um aspecto de certo interesse para a Física Relativista.

2. Massa inerte e massa gravitacional

Como se sabe, a massa inerte dum corpo é o cociente da força aplicada a esse corpo pela aceleração que ela lhe imprime. A massa gravitacional é a que figura na expressão da atracção newtoniana dos corpos.

A priori nada obrigava a identificar as duas espécies de massa, mas experimentalmente não tem sido possível encontrar diferença entre elas. Pode-se portanto considerar como um facto experimental a identidade entre massa inerte e massa gravitacional.

Einstein (1958, p. 125) sugeriu que a massa inerte pudesse variar proporcionalmente ao potencial devido às outras massas do Universo. Este postulado deverá

(*) O presente artigo é o resumo dum seminário realizado no Serviço de Investigação de Física da Junta de Energia Nuclear.

portanto estender-se igualmente à massa gravitacional.

Podemos então admitir que a massa dum corpo é

$$(1) \quad M = \mu m$$

onde μ é um factor vizinho da unidade e m a massa do corpo quando $\mu = 1$.

O factor μ pode definir-se pela equação

$$(2) \quad \mu^2 = 1 + 2(U - U_0)/c^2$$

tante U_0 pode então determinar-se pela relação

$$(4) \quad 1 - 2U_0/c^2 = 0$$

o que permite simplificar (2) para

$$(5) \quad \mu^2 = 2U/c^2.$$

Quanto ao campo de integração de (3), deveria estender-se, em princípio, a todo o Universo. Admite-se porém actualmente que o Universo está em permanente ex-

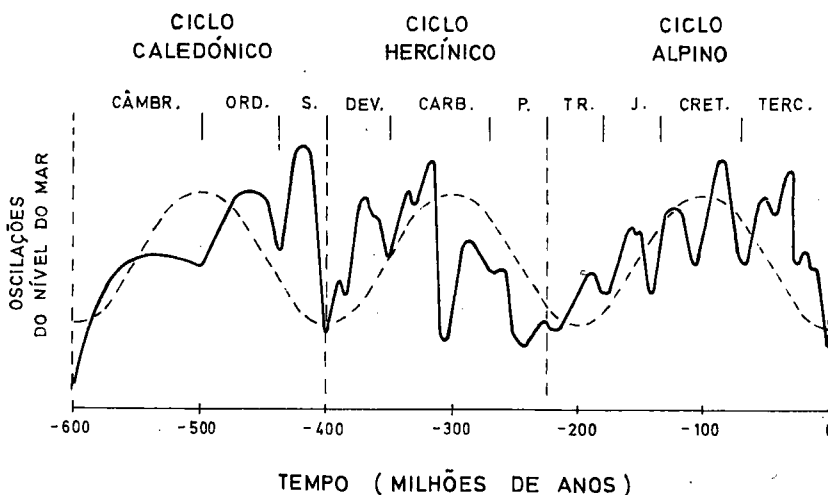


Fig. 1 — Variação do nível do mar ao longo dos tempos geológicos (reproduzida de Machado, 1968)

onde c é a velocidade da luz, U_0 uma constante e U o potencial newtoniano

$$(3) \quad U = f \int_{\Omega} \frac{\mu \rho + W/c^2}{r} d\Omega.$$

Aqui $\mu \rho$ (massa gravitacional) é a densidade do elemento de volume $d\Omega$ situado à distância r ; W é a energia por unidade de volume; e f a constante da gravitação universal. O termo W/c^2 foi introduzido de acordo com as ideias da Relatividade Restrita.

Segundo o princípio de Mach, a massa (e portanto μ) deverá anular-se num universo vazio onde seria $U = 0$. A cons-

pansão, cada galáxia afastando-se com uma velocidade

$$(6) \quad v = Hr$$

onde H é a constante de Hubble ($H \cong 2,4 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1}$) e r a distância da galáxia ao ponto de observação. A velocidade da luz será atingida a uma distância c/H e parece razoável admitir que as massas exteriores a essa fronteira já não contribuem para o integral de (3).

Fica assim definido um universo «visível» de forma esférica com raio $c/H \cong 1,2 \times 10^{23} \text{ km}$.

Embora em larga escala a distribuição

de massa no Universo seja sensivelmente uniforme, é de esperar que os vários pontos do Universo tenham «universos visíveis» ligeiramente diferentes, correspondendo-lhes assim valores de μ também diferentes.

O movimento duma partícula (que teria massa unitária quando fosse $\mu = 1$) será descrito pela equação de Newton

$$(7) \quad \frac{d}{dT} \left(\mu \frac{dX_i}{dT} \right) = \mu \frac{\partial U}{\partial X_i}$$

onde T é o tempo e X_i ($i = 1, 2, 3$) as coordenadas espaciais (locais); as veloci-

têm influência apreciável no valor de μ , este pode considerar-se constante dentro da cavidade. Então (atendendo a (3) e desprezando W/c^2) o segundo membro de (7) que representa a atracção newtoniana é proporcional ao valor local de μ^2 e tudo se passa (dentro da aproximação considerada) como se tivéssemos uma constante de gravitação $f\mu^2$ que seria assim variável de ponto para ponto.

3. Deslocação galáctica do sistema solar

Ficou delineado um mecanismo capaz de fazer variar a atracção gravitacional

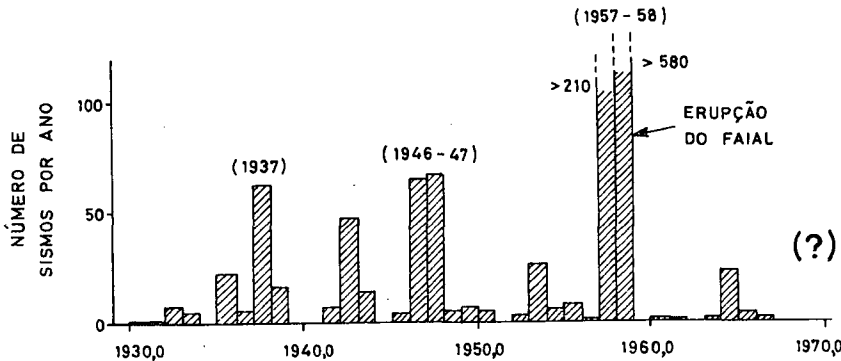


Fig. 2 — Frequência dos abalos de terra nas ilhas Faial e Pico, Açores (reproduzida de Machado, 1968).

dades dX_i/dT deverão ser pequenas em relação a c .

Podemos admitir que estamos dentro duma cavidade esférica concêntrica do nosso «universo visível». Supondo que fora da cavidade a densidade é sensivelmente constante, as massas exteriores produzirão na cavidade um potencial uniforme. Virá

$$(8) \quad \frac{\partial U}{\partial X_i} = \frac{\partial}{\partial X_i} (U_{\text{int}} + U_{\text{ext}}) = \frac{\partial U_{\text{int}}}{\partial X_i}$$

sendo U_{int} e U_{ext} , respectivamente, o potencial das massas interiores e exteriores à cavidade.

Supondo também que no interior da cavidade há apenas «partículas» que não

no sistema solar desde que o Sol e os planetas, ao longo da história geológica, vão ocupando sucessivamente posições diferentes no Universo.

Como se sabe, o Sol faz parte da galáxia Via Láctea, parecendo que descreve em torno do núcleo galáctico uma órbita sensivelmente circular (Fig. 3). Se a velocidade actual ($\cong 230$ km/s) for constante, uma rotação completa deve durar 230 milhões de anos. É razoável associar esta deslocação galáctica com a pulsação de longo período (cerca de 200 milhões de anos) verificada nos fenómenos geológicos.

Surge porém uma dificuldade: as pulsações geológicas sugerem uma variação $\delta U/U \cong 0,05$ e pela conservação da energia

(a energia potencial é $-U$) deverá ser, atendendo a (5) com $\mu \approx 1$,

$$(9) \quad \frac{1}{2} \delta(V^2) = \delta U \approx \frac{c^2}{2} \frac{\delta U}{U}$$

onde V é a velocidade do Sol na órbita galáctica.

A época actual parece corresponder a um mínimo de U . Do lado oposto da

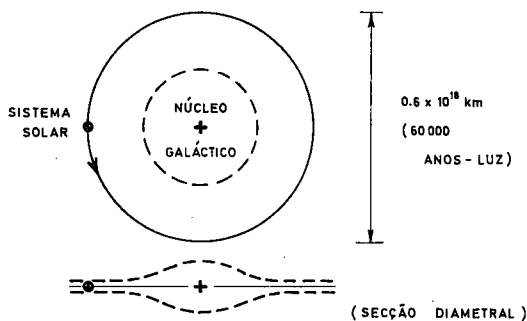


Fig. 3 — Esquema da órbita galáctica do sistema solar.

Galáxia, onde U tivesse um aumento de 5%, a velocidade do Sol atingiria valores de cerca $c/5$ (60 000 km/s). As variações de U serão talvez inferiores a 5%, mas em qualquer caso parecem de esperar, do lado oposto da Galáxia, velocidades bastantes elevadas. Essas velocidades devem aparecer não só no Sol mas em todas as estrelas que passem na região; infelizmente o núcleo galáctico impede a observação das estrelas que se encontram do outro lado. Em zonas mais próximas não têm sido observadas velocidades muito superiores à velocidade actual do Sol.

A repetição aproximada dos ciclos indicados na figura 1 faz supor que a estrutura do Universo (em especial a densidade de cada «universo visível») pouco varia durante rotações sucessivas da Galáxia. Em primeira aproximação aquela estrutura pode considerar-se independente do tempo.

Esta constância aproximada da densidade média dum Universo em expansão implica uma criação mais ou menos con-

tínua de matéria, hipótese um tanto ousada que foi sugerida por Hoyle (1955).

Quanto à pulsação com período de 11 anos, pode ser explicada por uma oscilação do Sol perpendicular ao plano galáctico, se admitirmos que esse plano (independentemente das massas próprias da Galáxia) corresponda a valores de U ligeiramente mais altos do que no espaço vizinho.

Com hipóteses plausíveis (cf. Machado, artigo no prelo) é fácil imaginar uma oscilação com período de 22 anos (que dá, em cada período, dois máximos de μ correspondentes às duas passagens pelo plano galáctico).

O sistema solar descreveria em torno da Galáxia uma órbita sinusoidal, conforme vai esquematizado na figura 4. Esta hipotética oscilação transversal pode certamente ser investigada por observações astronómicas.

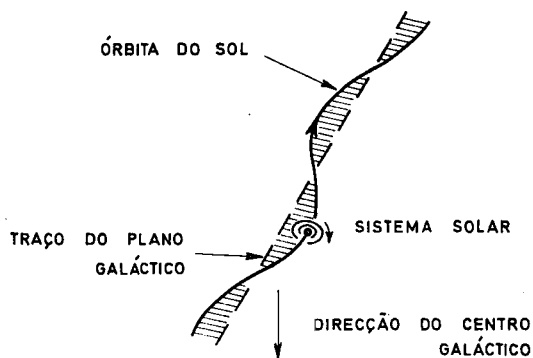


Fig. 4 — Possível oscilação transversal na órbita galáctica do sistema solar.

4. Consequências na Relatividade Geral

Como é sabido, a teoria da Relatividade Geral considera no Universo um sistema de coordenadas riemannianas a 4 dimensões. Com suficiente aproximação, estas coordenadas podem considerar-se ortogonais, sendo então a métrica (que é definida pela diferencial de arco ds)

$$(10) \quad ds^2 = g_{44} (dx^4)^2 + \sum_i g_{ii} (dx^i)^2.$$

Aqui x^4 é a coordenada de tipo tempo e x^i ($i=1,2,3$) são as coordenadas de tipo espaço (os índices superiores significam que as coordenadas são contravariantes e não covariantes).

A partir dos coeficientes da métrica, g_{44} e g_{ii} , podem determinar-se as linhas geodésicas que, segundo Einstein, devem descrever neste complexo riemanniano o movimento duma partícula unitária. Por outro lado, aqueles coeficientes terão de satisfazer às chamadas equações do campo (veja-se, por exemplo, McVittie, 1965).

Na vizinhança de cada ponto é possível definir um sistema «local» de coordenadas ortogonais, chamadas de Minovski, cuja métrica é

$$(11) \quad ds^2 = dT^2 - \frac{1}{c^2} \sum_i dX_i^2.$$

Basta, com efeito, fazer

$$(12) \quad dT = \sqrt{g_{44}^0} dx^4 \quad \text{e} \quad dX_i = c \sqrt{-g_{ii}^0} dx^i$$

sendo g_{44}^0 e g_{ii}^0 os valores de g_{44} e g_{ii} no ponto central considerado. Os X_i são aqui coordenadas cartesianas ortogonais (em que já não há distinção entre covariância e contravariância).

Para que as geodésicas (reduzidas a coordenadas locais) tomem com suficiente aproximação (caso de velocidades pequenas em relação a c) a forma da equação (7), os coeficientes da métrica deverão ser

$$(13) \quad g_{44} = e^{-(\mu^2-1)}, \quad g_{ii} = -\mu^2/c^2$$

com μ definido por (5).

Admite-se que em primeira aproximação U é independente de x^4 e que μ é sempre vizinho da unidade. Nesse caso, as equações do campo, com hipóteses plausíveis sobre a distribuição das energias interna e gravitacional, conduzem aproximadamente às equações (Machado, artigo no prelo)

$$(14) \quad \sum_i \frac{\partial^2 U}{\partial X_i^2} = -4\pi f(\mu\rho + W/c^2)$$

$$(15) \quad \mu^2 - 1 = \frac{15}{2c^2} \cdot \frac{p}{\mu\rho}$$

onde p é a pressão.

A primeira é a equação de Poisson para uma distribuição de «massa» $\mu\rho + W/c^2$. A segunda é equivalente à equação dum gás em repouso e em regime adiabático

$$(16) \quad U - U_0 = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \cdot \frac{p}{\mu\rho}$$

se a razão dos calores específicos a pressão e a volume constantes for $\gamma = 15/11$. Aceitando que a massa do Universo, em larga escala, se pode considerar equivalente a um gás, os coeficientes (13) verificam com suficiente aproximação as equações do campo.

Supondo ainda que a massa do Universo pode ser assimilada a um gás perfeito, a equação (15) dá

$$(17) \quad \mu^2 - 1 = \frac{15}{2c^2} \cdot \frac{RT}{M}$$

sendo agora T a temperatura absoluta, M a massa molecular e R a constante dos gases perfeitos.

A equação (17) mostra que o zero absoluto de temperatura seria atingido nos pontos onde fosse $\mu = 1$. Isso poderá ser impedido (apesar da expansão do Universo) pela criação de matéria nesses pontos.

A criação de matéria volta a aparecer como hipótese necessária para esta teoria de variações da gravitação.

BIBLIOGRAFIA

- V. V. BELOUSSOV, *Basic Principles of Geotectonics*, Mc Graw Hill, New York (1962).
 A. EINSTEIN, *O Significado da Relatividade*, Amado, Coimbra (1958).
 F. HOYLE, *Frontiers of Astronomy*, Heinemann, Londres (1955).
 F. MACHADO, *Sobre a pulsação de fenómenos geológicos*, Bol. Soc. Geol. Port., Vol. 16, p. 253 (1968).
 ———, *Variações da gravitação na Relatividade Geral*, Rev. Fac. Ciên., Lisboa (no prelo).
 G. C. McVITTIE, *General Relativity and Cosmology*, 2.ª ed., Chapman and Hall, Londres (1965).

Uma experiência elementar evidenciando os efeitos macroscópicos da quantificação da energia

por J. A. BESSA M. SOUSA

(Laboratório de Física da Faculdade de Ciências do Porto)

1. A ideia da quantificação

A ideia da quantificação veio a revelar-se uma das mais fecundas no campo da Física, tornando-se relevante para a compreensão de um elevado número de fenómenos físicos, dos mais diversos. Na sua generalidade e num sentido lato, a quantificação abrange não só a própria matéria, nos seus átomos e partículas constituintes — os *quanta* de matéria — mas ainda a energia, constituída por corpúsculos energéticos — os *quanta* de energia — a carga eléctrica, um múltiplo inteiro do valor absoluto da carga e do electrão, e até o próprio fluxo magnético, que se pode apresentar quantificado em termos de um fluxo elementar φ_0 — o *quantum* de fluxo magnético. A quantificação está assim ligada à natureza discreta das grandezas físicas e ao carácter atomístico da sua estrutura intrínseca.

Devido à extrema pequenez dos *quanta* acima referidos (a massa m dos átomos oscila entre $\sim 10^{-24}$ g e $\sim 10^{-21}$ g, os *quanta* de energia correspondentes, por exemplo, à luz visível têm valores da ordem de 10^{-19} joule, a carga do electrão vale apenas $\sim 10^{-19}$ coulomb e o quantum de fluxo magnético é da ordem de 10^{-15} weber) a natureza discreta do mundo físico passa muitas vezes despercebida nas suas manifestações macroscópicas. Por isso uma grande parte das experiências sobre quantificação envolve aparelhagem complexa

ou a criação de condições muito especiais na matéria em observação, como o seu arrefecimento a temperaturas muito baixas, da ordem de alguns Kelvin (*).

Daí que quando se fala em experiências sobre quantificação ocorram ao espírito ideias como espectroscopia atómica, para verificar a quantificação da energia nos átomos; efeito fotoeléctrico, para verificar a quantificação da energia nos campos electromagnéticos; supercondutividade, para se observar uma quantificação do fluxo magnético em unidades φ_0 ; etc. Pode pois ficar a impressão de que a quantificação é algo de «especial» na matéria que só pode ser detectado por meio de delicados métodos experimentais.

É nosso propósito chamar a atenção para o facto de a quantificação poder também estar à vista em manifestações macroscópicas correntes, como, por exemplo, no comportamento da radiação existente no interior de uma simples fornalha fechada e aquecida, que só pode ser explicado em termos da quantificação da energia; em condições favoráveis, os efeitos da quantificação manifestam-se exuberantemente mesmo nas condições normais de pressão e temperatura, e em grandezas tão familiares como os calores específicos dos sólidos. Será a este último caso que dedicaremos a nossa atenção daqui em diante.

(*) O Kelvin é a designação actual para a antiga expressão «grau Kelvin».

2. A quantificação da energia nos sólidos

Seguindo Mendelssohn (1), diremos que um sólido é constituído por átomos dispostos ordenadamente numa rede cristalina, na qual cada átomo é mantido na sua posição pelas forças de interacção com os átomos vizinhos. Nesta posição cada átomo pode ainda mover-se (até certo ponto), embora não tão livremente como o fazem os átomos de um gás ou líquido.

Num modelo grosseiro, podemos imaginar um cristal como constituindo uma estrutura regular de esferas rígidas ligadas umas às outras por pequenas «molas», como se mostra na figura 1, na qual cada mola pretende representar as forças

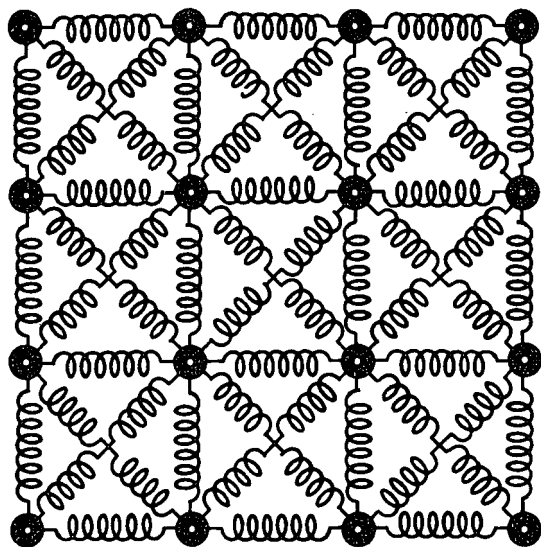


Fig. 1 — Rede cristalina em que se representam por molas as forças de ligação entre átomos vizinhos.

de ligação entre os átomos vizinhos. Se, neste modelo, deslocarmos um dos átomos de uma pequena distância em relação à sua posição de equilíbrio, e depois o deixarmos livre, ele vibrará sob a acção das forças elásticas.

Em primeira aproximação o movimento de cada átomo pode considerar-se vibra-

tório harmónico, uma vez que a sua posição de equilíbrio corresponde a um mínimo da sua energia potencial U ; para pequenos afastamentos do átomo em relação a esta posição (afastamentos segundo o eixo dos x , por exemplo) esta energia pode escrever-se na forma

$$U(x) = U(0) + \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)_{x=0} x + \frac{1}{2!} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right)_{x=0} x^2 + \dots \approx U(0) + \frac{1}{2} \alpha \cdot x^2$$

visto que $(\partial U / \partial x)_{x=0} = 0$ (trata-se de um mínimo de U); α é uma constante igual a $(\partial^2 U / \partial x^2)_{x=0}$, tendo-se desprezado termos de ordem superior à de x^2 . Daqui deduz-se o valor da força a que fica sujeito o átomo,

$$f_x = - \frac{\partial U}{\partial x} = -\alpha x.$$

Trata-se de uma força quase elástica, que conduz a um movimento vibratório harmónico de frequência ν dada por

$$\nu = (1/2\pi) \sqrt{\alpha/m}.$$

Num cristal real todos os átomos vibram constantemente em volta das suas posições de equilíbrio, e este movimento representa afinal uma medida da temperatura. Com efeito, mostra-se na Mecânica Estatística Clássica (2) que a energia média de vibração por átomo, $\langle \epsilon \rangle$, é dada neste caso por

$$(1) \quad \langle \epsilon \rangle = K T$$

onde K é a constante de Boltzmann ($K = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$) e T a temperatura absoluta a que se encontra o sólido.

Até aqui restringimos a nossa atenção ao movimento segundo um só eixo, mas na realidade cada átomo pode vibrar se-

gundo três direcções distintas, obtendo-se então,

$$(2) \quad \langle \varepsilon \rangle = 3KT.$$

Para um sólido com N átomos, teremos portanto de fornecer a seguinte energia de vibração para o levar à temperatura T ,

$$(3) \quad E = \langle \varepsilon \rangle \cdot N = 3KT \cdot N$$

donde se tira que o calor específico molar do sólido vale (a volume constante)

$$(4) \quad C_{\text{molar}} = \frac{dE}{dT} = 3N_0K = 3R$$

onde pusemos $N = N_0 = n.^{\circ}$ de Avogadro, e R é a constante dos gases perfeitos ($= 8,314 \text{ J. K}^{-1} \text{ mole}^{-1}$). Todos os sólidos têm pois o mesmo calor específico molar. Esta é a célebre lei de Dulong e Petit a que obedecem, à temperatura ambiente e temperaturas mais elevadas, a maioria dos sólidos conhecidos. Contudo, esta lei falha redondamente às baixas temperaturas para todos os sólidos, e no caso excepcional do carbono nas suas variedades de diamante e grafite ocorrem já desvios espectaculares à temperatura ambiente. Em todos estes casos o calor específico (C) é significativamente menor que o valor clássico de $3R$ por mole, tanto mais quanto mais baixa for a temperatura, acabando C por tender para zero com T . Estes factos são uma consequência macroscópica da quantificação da energia de vibração dos átomos nas redes cristalinas, como mostrou Einstein pela primeira vez em 1907 (3).

Vejamus então o que acontece se a energia de cada átomo estiver quantificada em unidades discretas — ε_0 , os quanta de energia — isto é, se apenas puder tomar os valores $0, \varepsilon_0, 2\varepsilon_0, 3\varepsilon_0, \dots, n\varepsilon_0, \dots$. De acordo com a Mecânica Estatística (4), cada átomo tem a seguinte

probabilidade (p_n) de possuir uma energia ε_n ,

$$(5) \quad p_n = A e^{-\varepsilon_n/KT}$$

quando o sólido está em equilíbrio termodinâmico à temperatura T . Como é certo que cada átomo se encontra sempre num dos seus estados possíveis, a soma das probabilidades p_n correspondentes a todos os valores possíveis da energia ε_n ($n = 0, 1, \dots, \infty$) é igual à unidade,

$$\sum_{n=0}^{\infty} p_n = 1$$

condição que conduz ao seguinte valor de A :

$$A = (1 - e^{-\varepsilon_0/KT}).$$

Podemos agora calcular o valor médio da energia de cada átomo quando o sólido está à temperatura T ,

$$\langle \varepsilon \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \cdot p_n$$

obtendo-se, feitas as contas, (*)

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\varepsilon_0}{e^{\varepsilon_0/KT} - 1}$$

As altas temperaturas ($KT \gg \varepsilon_0$) o argumento da exponencial é muito menor que a unidade, podendo usar-se a expressão aproximada,

$$e^{\varepsilon_0/KT} \approx 1 + (\varepsilon_0/KT)$$

(*) Basta pôr $e^{-\varepsilon_0/KT} = x$, observar que se obtêm progressões geométricas de razão x , e usar os resultados conhecidos: $\sum_{n=0}^{\infty} x^n = (1-x)^{-1}$

e $\sum_{n=0}^{\infty} n x^{n-1} = (1-x)^{-2}$.

obtendo-se para $\langle \varepsilon \rangle$ o resultado clássico,

$$\langle \varepsilon \rangle \approx KT$$

e para C

$$C_{\text{Clássico}} = \frac{dE}{dT} = \frac{d}{dT} (3N \langle \varepsilon \rangle) = 3NK.$$

Para baixas temperaturas ($KT \ll \varepsilon_0$) a exponencial predomina em face da unidade no denominador, obtendo-se,

$$\langle \varepsilon \rangle \approx \varepsilon_0 e^{-\varepsilon_0/KT} \ll \varepsilon_0$$

isto é, cada átomo possui, em média, uma energia muito menor que ε_0 . Isto significa que só um número muito restrito de átomos contribui, às baixas temperaturas, para a energia térmica do sólido, obtendo-se assim um baixo valor para o calor específico. Atendendo também ao facto de cada átomo poder vibrar em três direcções distintas temos neste caso:

$$C = \frac{dE}{dT} = \frac{d}{dT} (3N \langle \varepsilon \rangle) \approx 3NK \left(\frac{\varepsilon_0}{KT} \right)^2 e^{-(\varepsilon_0/KT)} \quad (KT \ll \varepsilon_0).$$

Quando $T \rightarrow 0$, $C \rightarrow 0$, como é fácil verificar.

No caso geral teremos, como é fácil deduzir

$$(6) \quad C(T) = C_{\text{Clássico}} \cdot \frac{(\varepsilon_0/KT)^2 \cdot e^{\varepsilon_0/KT}}{[e^{\varepsilon_0/KT} - 1]^2}.$$

O calor específico de cada substância a uma dada temperatura T fica portanto determinado pelo valor de um parâmetro característico ε_0 , precisamente o valor do quanto de energia de vibração dos átomos dessa substância. A experiência mostra que ε_0 tem valores muito elevados nos sólidos de elevada dureza, como o diamante, e valores baixos nos sólidos de baixa dureza, como o chumbo. Se recordarmos que

a dureza de um sólido é essencialmente imposta pelo valor da constante elástica (α) das respectivas forças interatómicas, concluímos que ε_0 e α variam no mesmo sentido. Em vez de α , é mais conveniente falar em termos da frequência clássica da vibração dos átomos, $\nu = (1/2\pi)\sqrt{\alpha/m}$, concluindo-se daqui que ε_0 e ν variam também no mesmo sentido. A experiência indica que ε_0 é directamente proporcional a ν ,

$$\varepsilon_0 = \text{const} \times \nu$$

tendo a constante de proporcionalidade um valor universal, $h = 6,6256 \times 10^{-34} \text{ J.s}$, que se designa por constante de Planck. Então

$$(7) \quad \varepsilon_0 = h\nu.$$

Vemos agora a razão para as grandes discrepâncias verificadas no diamante. Os valores muito elevados de α , logo de ν e ε_0 , devidos à excepcional dureza deste sólido, fazem com que a energia térmica KT seja, à temperatura ambiente, consideravelmente inferior ao valor do quanto de energia ε_0 , o que faz com que o sólido esteja já no regime quântico, para o qual $C \ll C_{\text{Clássico}}$.

Para materiais sólidos de baixa dureza ε_0 é baixo comparado com o valor de KT à temperatura ambiente, e os sólidos estão ainda no regime clássico, exibindo um calor específico dado pela lei de Dulong e Petit.

A finalizar, mostra-se na figura 2 a curva do calor específico em função da temperatura, como prevê esta teoria (de Einstein), para diferentes valores do parâmetro ε_0 .

3. Medida do calor específico da grafite

Será conveniente comprovar estes factos devidos à quantificação da energia com uma medida directa do calor específico em função da temperatura, feita em

material apropriado. Em face do que atrás se disse, seria interessante empregar para tal fim o carbono, e por imperativos de ordem económica preferiu-se a variedade grafite ao diamante.

Usando grafite em pó e humedecida com água, preparou-se um bloco com cerca de 1 kg de massa no interior de

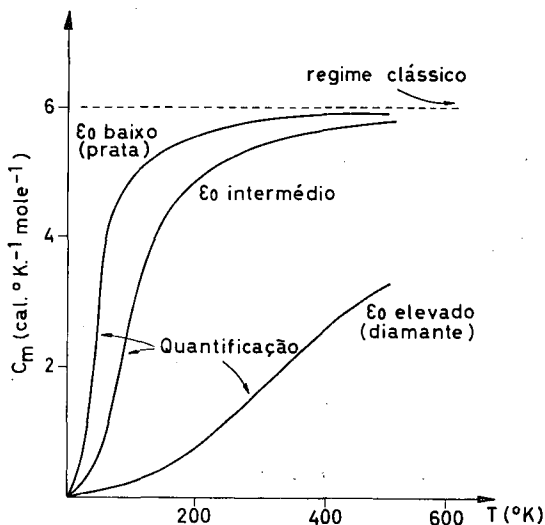


Fig. 2 — Variação do calor específico dos sólidos com a temperatura absoluta.

uma simples lata cilíndrica de latão. No interior do bloco havia-se colocado um aquecedor eléctrico de 350 W improvisado a partir de uma resistência comercial para ferros de soldar eléctricos; os fios para a corrente foram devidamente protegidos do contacto com a grafite por meio de uma fiavel de anéis de porcelana vulgarmente usados nos aquecedores eléctricos de resistência. Num furo vertical praticado através do bloco introduziu-se um termómetro com escala desde 0 °C até 500 °C, graduado em graus. O conjunto foi cuidadosamente prensado até adquirir uma estrutura compacta. Seguiu-se um aquecimento prolongado do bloco, embora suave, até se eliminarem os últimos vestígios da água utilizada na sua preparação. A lata com o bloco foi

então colocada sobre uma placa isoladora do calor, de amianto.

Para alimentar o aquecedor, usámos um transformador do tipo Variac, capaz de debitar correntes até 5 A, e dando tensões continuamente ajustáveis desde 0 até 220 V; um simples reóstato seria também apropriado. Para medir a tensão V aplicada ao aquecedor e a corrente I, usámos dois multimetros correntes. Vejamos o método de medida adoptado (5).

Se aquecermos o bloco de grafite até uma temperatura inicial θ_i e em seguida interrompermos o aquecimento, deixando-o arrefecer, ocorre um decréscimo da sua temperatura com o tempo, tanto maior quanto maiores forem as perdas de calor na unidade de tempo (\dot{q}) e menor for a capacidade calorífica C do bloco, isto é,

$$(8) \quad \frac{d\theta}{dt} = -\frac{1}{C} \dot{q}$$

As perdas (\dot{q}) de calor de um corpo a uma dada temperatura (θ) dependem da diferença entre θ e a temperatura ambiente θ_0 , e da natureza e estado da sua superfície, etc, factores que caracterizamos genericamente por um parâmetro ξ . Então,

$$\dot{q} = \dot{q}(\theta; \theta_0, \xi).$$

Para $\theta = \theta_0$ ter-se-á, necessariamente, $\dot{q} = 0$.

Como a capacidade calorífica de cada corpo depende da sua temperatura, vem

$$(9) \quad C(\theta) = -\frac{\dot{q}(\theta; \theta_0, \xi)}{(d\theta/dt)_\theta}.$$

Claro que $C(\theta) > 0$, pois $(d\theta/dt) < 0$ no arrefecimento.

Podemos assim determinar C a qualquer temperatura θ se medirmos a taxa de variação da sua temperatura, $d\theta/dt$ (o que é fácil com o uso de um termómetro e um cronómetro) e se conhecer-

mos as perdas de calor \dot{q} sofridas pelo corpo a esta temperatura. Estas poderão determinar-se do modo seguinte:

Usando uma potência de aquecimento constante e conhecida, P_1 , ocorre um aquecimento do bloco com uma taxa de elevação da temperatura dada por

$$C \frac{d\theta}{dt} = (P_1 - \dot{q})$$

pois só a parte $(P_1 - \dot{q})$ é gasta no aquecimento do bloco, perdendo-se a potência \dot{q} para o exterior (perdas). Esta última é, como vimos, função de θ , θ_0 e ξ , crescendo com a diferença $\theta - \theta_0$. Como P_1 é constante, a taxa de aquecimento vai diminuindo até que o corpo atinge uma temperatura de equilíbrio θ_1 (que se mede), quando \dot{q} iguala P_1 , isto é,

$$\dot{q}(\theta_1; \theta_0, \xi) = P_1.$$

Repetindo esta experiência para outras potências P_i de aquecimento (sempre com a mesma temperatura ambiente e com a superfície do bloco nas mesmas condições, para podermos usar os mesmos θ_0 e ξ) obtemos uma série de valores de \dot{q} :

$$\dot{q}(\theta_i; \theta_0, \xi) = P_i$$

a partir dos quais podemos traçar uma curva da forma $\dot{q}(\theta; \theta_0, \xi) = P(\theta)$.

Como $P(\theta)$ se pode medir facilmente com um voltímetro e um amperímetro ($P = VI$), podemos calcular a capacidade calorífica desejada

$$(10) \quad C(\theta) = - \frac{P(\theta)}{(d\theta/dt)_\theta}.$$

As figuras 3 e 4 mostram, respectivamente, a curva de perdas, $\dot{q} = P(\theta)$, e de

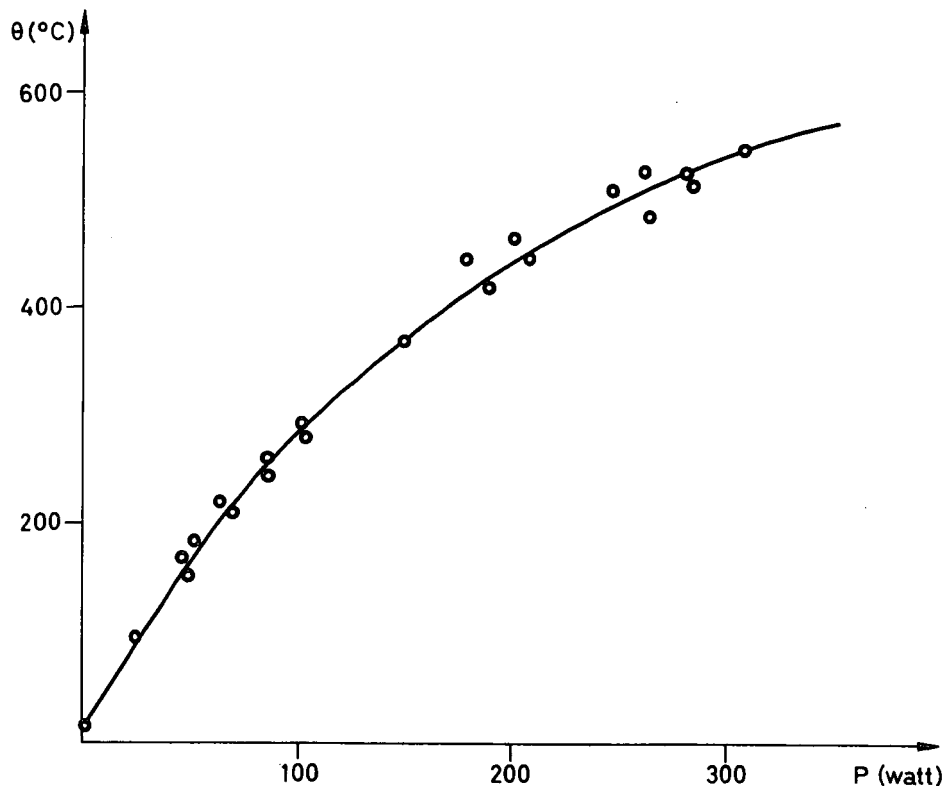


Fig. 3 — Valores experimentais de θ em função de P para um bloco de grafite (v. texto).

arrefecimento, $\theta = \theta(t)$, para o bloco de grafite utilizado. Esta última foi usada para conhecer, a cada temperatura θ , a respectiva taxa de arrefecimento do bloco, $(d\theta/dt)_\theta$, por derivação.

Usando em seguida a relação (10), obtivemos a dependência térmica da ca-

mínio de uma situação clássica, enquanto na grafite há já um regime quântico.

É evidente que para medidas precisas do calor específico, teríamos de fazer correcções aos nossos resultados, como por exemplo, deduzir a capacidade calorífica do aquecedor eléctrico, do invólucro

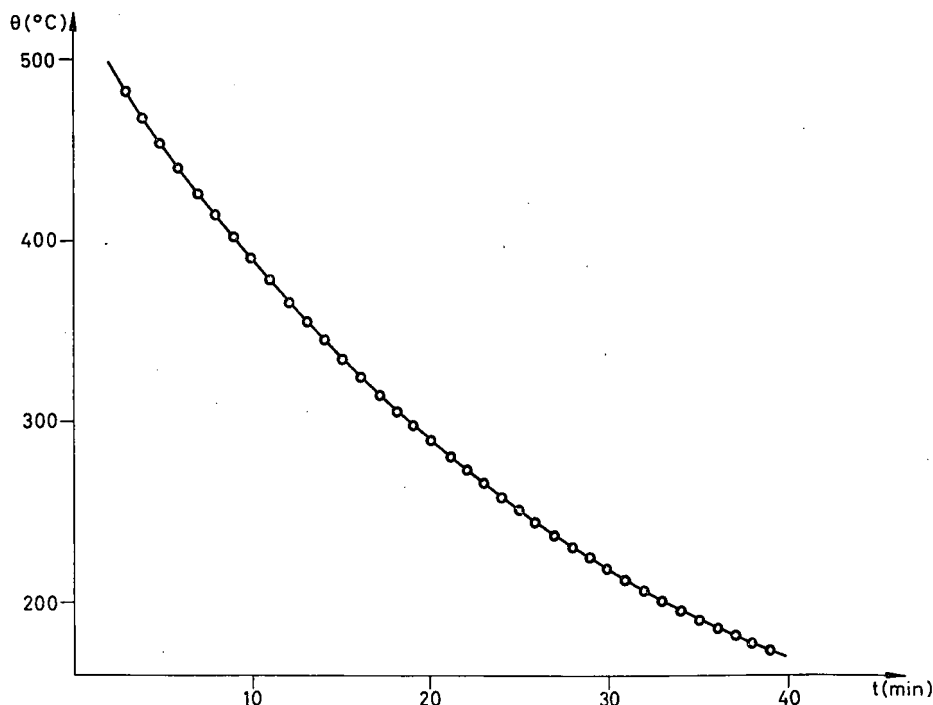


Fig. 4 — Curva de arrefecimento $\theta = \theta(t)$ para um bloco de grafite (v. texto).

pacidade calorífica do bloco de grafite, que se mostra na figura 5. Como é óbvio, o calor específico será proporcional aos valores obtidos. Vê-se claramente a *redução pronunciada do calor específico da grafite com o decréscimo da temperatura, devida à progressiva importância da quantificação da energia de vibração dos átomos do sólido.*

Seria interessante completar este estudo com a medida do calor específico de um sólido como o chumbo, para o qual se deverá obter um valor constante para o calor específico à temperatura ambiente, em contraste com o que se passa com a grafite. No primeiro caso temos o pred-

metálico e do termómetro; foi com o objectivo de reduzir a importância destas correcções que usámos deliberadamente um bloco de grafite com uma massa elevada. O método simples que descrevemos deverá no entanto ser usado apenas para dar indicações qualitativas correctas e indicações semiquantitativas do comportamento do calor específico com a temperatura.

A finalizar diremos que os resultados obtidos com métodos mais precisos reproduzem os detalhes básicos das curvas previstas na teoria de Einstein, desde que se ajuste convenientemente em cada caso

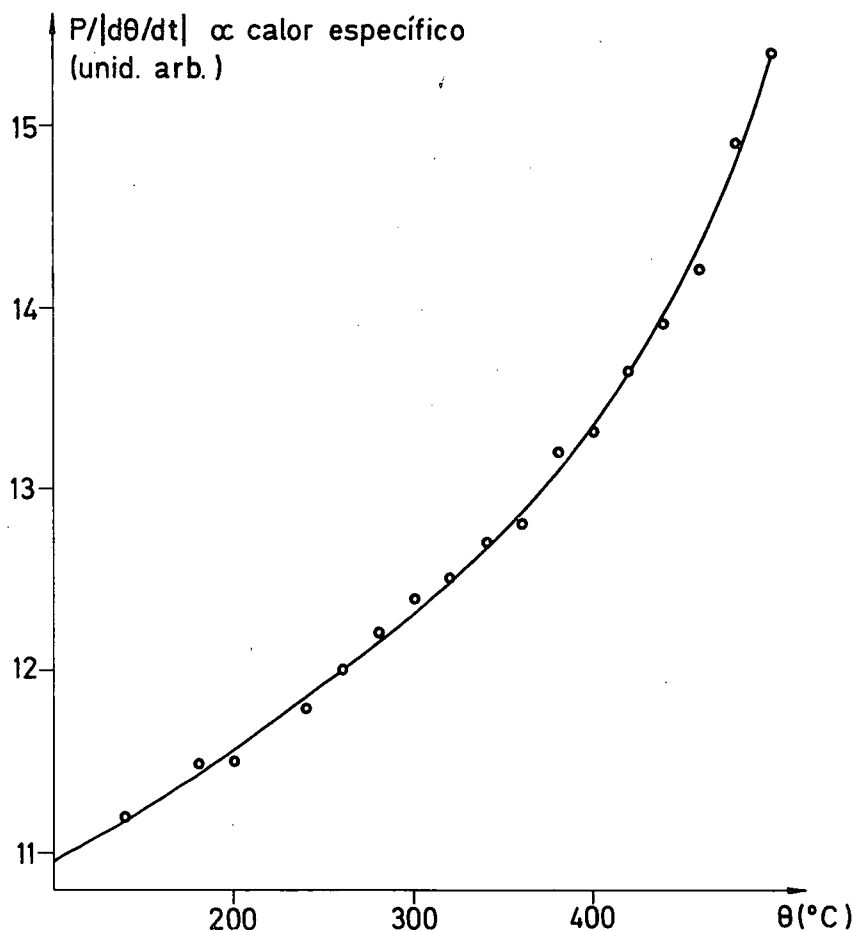


Fig. 5 — Pontos experimentais que mostram a variação do calor específico da grafite com a temperatura.

o valor do parâmetro ϵ_0 . Algumas discrepâncias que ocorrem em especial na região das temperaturas muito baixas (T abaixo de algumas dezenas de Kelvin), são o resultado do modelo de sólido extremamente simples usado por Einstein, podendo melhorar-se o acordo quantitativo desde que se use um modelo mais realista do sólido (modelo de Debye, dentre outros). A diferença mais importante resulta da existência de um número muito elevado de frequências de vibração para os átomos do sólido real, em contraste com a frequência única admitida no modelo de Einstein. O leitor interessado poderá consultar as referências (1) e (6), (7), (8).

4. Referências bibliográficas

- (1) K. MENDELSSOHN, *The Quest for Absolute Zero*, Word University Library, 1966, cap. 6, pág. 113 (tradução portuguesa: Editorial Inova).
- (2) G. JOOS, *Theoretical Physics*, Blackie and Son, 1960, cap. XXXV, pág. 595.
- (3) Ver, por exemplo, Max Born, *Física Atômica*, ed. Calouste Gulbenkian, 1965, cap. II, pág. 285.
- (4) ERWIN SCHRÖDINGER, *Statistical Thermodynamics*, Cambridge University Press, 1964, cap. II, pág. 5.
- (5) E. V. SMITH, *Manual of Experiments in Applied Physics*, Butterworths, 1970, pág. 386.
- (6) R. G. SCURLOCK, *Low Temperature Behaviour of Solids*, Dover Publications, Solid State Physics, 1966, cap. 2, pág. 10.
- (7) F. J. BLATT, *Physics of Electronic Conduction in Solids*, McGraw-Hill Book Co., 1968, cap. II, pág. 39.
- (8) J. DE LAUNAY, *Theory of Specific Heats and Lattice Vibrations*, Solid State Physics, 1956, vol. 2, pág. 219.

NOTICIÁRIO

Colóquio internacional sobre a dispersão inelástica de neutrões lentos

Nos passados dias 6 a 10 de Março decorreu em Grenoble, nas instalações do Centro Nuclear ali existente, o 5.º Colóquio organizado pela Agência Internacional de Energia Atómica sobre o tema «Dispersão Inelástica de Neutrões». Tomaram parte nos trabalhos 210 investigadores de 24 países e 2 organismos internacionais — Eurátomo e Centro de Investigação Nuclear de Dubna (JINR: Joint Institute for Nuclear Research), este último, um organismo conjunto de investigação dos países socialistas da Europa Oriental.

A dispersão inelástica dos neutrões de baixa energia é um dos métodos mais poderosos de investigação da estrutura dinâmica dos agregados materiais, sólidos ou líquidos, ou seja, das forças de ligação e dos movimentos característicos nesses agregados, dos átomos ou grupos de átomos (moléculas) que os constituem. No capítulo do magnetismo os neutrões são o único meio correntemente usado para estudar experimentalmente a distribuição ordenada de momentos magnéticos atómicos no seio de sólidos cristalinos (estruturas magnéticas) e a propagação de ondas magnéticas nos cristais (os magnões ou ondas de spin).

Quase doze anos decorridos sobre o primeiro Colóquio, reunido em Viena em Outubro de 1960, o carácter pluridisciplinar do campo abrangido pelas comunicações apresentadas acentuou-se e parece dever acentuar-se mais ainda no futuro. Efectivamente, o desenvolvimento das fontes de neutrões — os reactores nucleares — foi acompanhado do aperfeiçoamento constante dos instrumentos e métodos de trabalho e concomitante alargamento do campo dos problemas susceptíveis de serem atacados pelo método da dispersão

de neutrões. Esta evolução pode seguir-se pela leitura do sumário das comunicações apresentadas nos sucessivos colóquios organizados pela AIEA, com o objectivo de contribuir para auxiliar os países membros da organização, entre os quais se conta Portugal, a promover uma utilização conveniente dos reactores nucleares de que dispõem. O Colóquio de Março dividiu-se em 7 sessões, A a G, com os seguintes títulos: *A* — Fonões (em sólidos); *B* — Cristais Moleculares; *C* — Polímeros e Química; *D* — Líquidos; *E* — Magnetismo; *F* — Instrumentação; *G* — Transições de Fase. Foram apresentadas, no total, 69 comunicações, das quais 15 respeitantes a «Fonões» e 15 a «Magnetismo».

As sessões A a G acima referidas foram abertas em regra com exposições de especialistas nos diferentes domínios, em que era feito o ponto da situação actual da investigação em cada um deles. As sessões B — Cristais Moleculares e C — Polímeros e Química, sublinharam o interesse da aplicação do método da dispersão de neutrões a problemas até aqui pouco explorados, tais como: dinâmica de cristais moleculares, em particular, o estudo de cristais plásticos; dinâmica de cadeias de polímeros; química de superfície e mecanismos de catálise.

A margem dos trabalhos foi possível visitar o recentemente construído reactor franco-alemão de alto-fluxo de Grenoble, integrado no Instituto Laue-Langevin de que é actual director o prof. Rudolf Mössbauer. Trata-se do reactor de investigação mais recente e o primeiro a ser projectado de raiz com o objectivo expresso de servir exclusivamente a experimentação em Física da Matéria Condensada (80%) e em Física Nuclear de Baixa Energia (20%). Os custos de investimento da instalação orçaram pelo milhão e meio de contos, suportados em partes iguais, por fundos públicos alemães e franceses.

F. G. C.

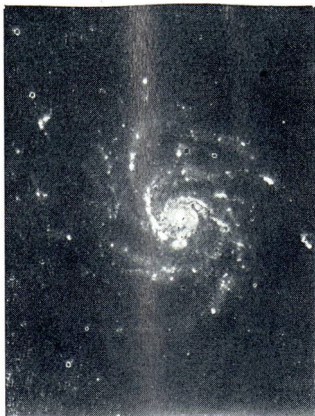
NOTAS PARA OS AUTORES

A Gazeta de Física convida os seus leitores a contribuir com originais para publicação. Embora o conteúdo dos trabalhos publicados seja da responsabilidade dos autores, os originais apresentados para publicação são previamente sujeitos a uma leitura crítica por um especialista da matéria versada. Os originais não publicados serão devolvidos e acompanhados da respectiva justificação.

Recomenda-se aos autores que, na medida do possível, sigam as normas seguintes:

- 1 — Indicar, sob o título do trabalho, o nome dos autores na forma em que estes desejam subscrever a sua colaboração e, facultativamente, o nome da instituição a que eventualmente estejam ligados. Por outro lado, deverão sempre indicar o endereço para o qual serão enviadas as provas tipográficas.
- 2 — Os originais deverão ser dactilografados a dois espaços.
- 3 — O texto e as figuras deverão ser apresentados sob forma definitiva para publicação. Não é desejável introduzir alterações profundas durante o processo de composição tipográfica. As provas tipográficas destinam-se a permitir aos autores a correcção de «gralhas» e, se estritamente indispensável, a introdução de ligeiras alterações ou adições.
- 4 — As figuras deverão ser executadas, separadamente, a tinta da china e com o rigor necessário à sua reprodução definitiva. Todos os seus detalhes, e os símbolos em especial, deverão ser de dimensões compatíveis com a redução a que a figura será sujeita para publicação, tendo em atenção que qualquer alteração numa figura implica a execução de uma nova fotogravura. Quando se trate de fotografias estas deverão ser a preto e branco sobre papel brilhante.
- 5 — Deverá ser apresentada, em separado, uma lista das figuras com as respectivas legendas.

A Gazeta de Física oferecerá aos autores 50 separatas de cada artigo publicado. Para tal, os autores deverão solicitá-lo aquando da revisão das provas.



GRAVURA DA CAPA

Fotografia de uma galáxia espiralada. Um observador, habitando um sistema solar localizado sobre um dos braços da galáxia, experimentará uma pulsação do campo gravítico creado pelo universo visível, com uma periodicidade igual ao período de rotação da galáxia.

(Ver artigo pág. 153)