

A Física das Baixas Temperaturas

POR JOÃO ANTÓNIO DE BESSA MENESES E SOUSA (*)

(Professor Auxiliar da Faculdade de Ciências do Porto)

1. Introdução.

À expressão «baixas temperaturas» associamos geralmente a palavra «frio», exprimindo vagamente a ideia de uma região de temperaturas abaixo daquela em que vivemos normalmente e na qual efectuamos a maioria das nossas experiências. Em contrapartida, associamos à expressão «altas temperaturas» a ideia de condições favoráveis à produção de energia, reacções químicas, atrito e a existência da vida, em especial a humana.

Trata-se de noções subjectivas e ainda próximas de um empirismo sensorial primitivo, sendo desejável encontrar critérios mais apropriados para definir temperatura. Ocupar-nos-emos aqui apenas do campo das baixas temperaturas, procurando referir um certo número de fenómenos com interesse científico e tecnológico característicos deste campo.

Como ponto de partida, é fundamental o conceito termodinâmico de temperatura, juntamente com algumas noções de base — sistema termodinâmico e natureza das respectivas paredes, equilíbrio e estados termodinâmicos, fontes de calor — de que não nos ocuparemos aqui [1].

O primeiro princípio da Termodinâmica reconhece a existência de uma forma de energia a que se chama calor, e afirma a validade do princípio da conservação

da energia. Por outro lado, todo o sistema físico possui uma energia intrínseca — a sua energia interna U — com um valor bem definido para todos os seus estados de equilíbrio, e de significado físico claro, representando a soma das energias cinética e de interacção de todas as suas partículas constituintes. Assim, se um sistema receber do exterior uma energia ΔQ sob a forma de calor e lhe ceder uma energia ΔW sob a forma de trabalho, o 1.º princípio diz-nos que terá de ocorrer uma variação ΔU na energia interna do sistema, dada por

$$(1) \quad \Delta U = \Delta Q - \Delta W$$

a que corresponde uma alteração do estado do sistema, de A para B , para concretizar. Então $\Delta U = U(B) - U(A)$.

Estamos a empregar as expressões ΔU e ΔQ sem ter verificado se podem medir-se experimentalmente, já que a medida do trabalho, mesmo nas suas formas mais variadas — mecânico, eléctrico, magnético, etc. — não apresenta dificuldades. Felizmente, a relação (1) e as noções-limite de paredes adiabáticas (impermeáveis ao calor) e diatérmicas (per-

(*) O autor é actualmente bolseiro do Instituto de Alta Cultura, colaborando nos trabalhos de investigação do grupo de Física das Baixas Temperaturas do Laboratório de Física da Faculdade de Ciências do Porto.

meáveis ao calor) permitem medir diferenças de energia interna e fluxos de calor à custa da medida de trabalho. Vejamos como:

Se encerrarmos um sistema num recipiente com paredes adiabáticas, permitindo todavia o fornecimento de energia do exterior sob a forma de trabalho (por exemplo, com um pequeno orifício por onde penetra um veio rotativo de muito baixa condutividade térmica), podemos, por fornecimento deste (ΔW), variar a energia interna do sistema, fazendo-o evoluir entre dois estados bem definidos. A relação (1) impõe neste caso ($\Delta Q = 0$, paredes adiabáticas!)

$$\Delta U = -(\Delta W)_{\text{adiabático}}$$

o que mostra ser possível determinar, por este processo, a correspondente variação da energia interna à custa de uma medida de trabalho.

Sabendo medir ΔW e ΔU , de novo a relação (1) permite medir as energias caloríficas postas em jogo nas transformações mais gerais, pois

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta W.$$

Sendo o calor uma forma de energia, pode aproveitar-se para produzir trabalho útil, o que se consegue nas máquinas térmicas. O caso mais simples é o da máquina cíclica que trabalha entre duas fontes de calor, extraíndo uma quantidade de calor Q_1 a uma delas (fonte quente), passando-o para um agente evolucionante que o transforma parcialmente em trabalho útil (W), e cedendo a restante energia à fonte fria, sob a forma de calor (Q_2).

Inferese da experiência que se estes processos forem infinitamente lentos e os fluxos de energia infinitesimais, mais propriamente, se as transformações forem reversíveis, a relação entre o trabalho útil produzido pela máquina (W) e a quantidade de calor (Q_1) fornecida, no

mesmo período de tempo, pela fonte quente ao agente evolucionante, é a mesma para todas as máquinas cíclicas que funcionem entre as duas fontes de calor, independentemente do tipo de máquina, do agente evolucionante e da potência fornecida pela máquina. Isto é um facto verdadeiramente notável! Por outras palavras, é constante o rendimento

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

para todas as máquinas cíclicas que trabalham reversivelmente entre duas fontes de calor bem determinadas.

Afinal, de que depende η ? A experiência mostra que depende das fontes de calor. Da sua natureza fisico-química? A experiência mostra que não: se fizermos trabalhar, em alternância, uma dada máquina entre uma mesma fonte de calor f_0 e várias fontes de diferente natureza, f_1, f_2, \dots , mas previamente em equilíbrio térmico entre si, verifica-se ter sempre o mesmo rendimento, isto é,

$$\eta = \frac{W_1}{Q_1} = \frac{W_2}{Q_2} = \dots = \text{constante}.$$

Se as fontes f_1, f_2, \dots não estiverem inicialmente em equilíbrio térmico entre si, verifica-se que os rendimentos são agora diferentes, e *aproveitam-se precisamente estas diferenças para estabelecer uma escala de temperaturas. Dizemos que as fontes estão, neste caso, a temperaturas diferentes.*

Assim, define-se o quociente entre as temperaturas absolutas, (T_1 e T_2) de duas fontes de calor como a relação entre as quantidades de calor absorvida e cedida por uma máquina cíclica funcionando reversivelmente entre as duas fontes:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{Q_1}{Q_2} \quad (\text{por definição}).$$

É quase tudo o que necessitamos para estabelecer uma escala de temperaturas,

à parte a escolha de um valor (arbitrário) para uma temperatura de referência. No Sistema Internacional toma-se

$$T_0 = 273,16 \text{ K (Kelvin)}$$

para a temperatura da água no seu ponto triplo. Assim, a temperatura absoluta (T) de uma fonte pode determinar-se fazendo funcionar reversivelmente uma máquina térmica cíclica entre esta fonte e uma fonte à temperatura T_0 , medindo as quantidades de calor cedida (Q) pela fonte à temperatura T e recebida (Q_0) pela fonte à temperatura T_0 num mesmo intervalo de tempo, e aplicando a relação:

$$T = 273,16 \cdot \frac{Q}{Q_0} \text{ (Kelvin).}$$

2. Dificuldades na produção das baixas temperaturas.

As crescentes dificuldades que se experimentam quando se pretende reduzir progressivamente a temperatura de um corpo contrastam com a extrema facilidade com que se produzem as altas temperaturas; a mesma tendência se encontra no facto bem conhecido de serem exotérmicas as reacções químicas que se produzem, em geral, com mais facilidade. Por que razão será fácil a produção de altas temperaturas e difícil a produção de baixas temperaturas?

Vejamos o que nos dizem as equações da Termodinâmica quando aplicadas à descrição do funcionamento de uma máquina frigorífica que, funcionando cíclica e reversivelmente entre duas fontes às temperaturas T_1 e T_2 ($T_1 > T_2$), absorve uma quantidade de calor Q_2 à fonte fria (corpo que pretendemos arrefecer ainda mais), cedendo uma quantidade de calor Q_1 à fonte quente à custa do fornecimento de um trabalho do exterior,

$W = Q_1 - Q_2$. Como $Q_1/Q_2 = T_1/T_2$, o trabalho que é preciso fornecer para extrair a quantidade de calor Q_2 à fonte à temperatura T_2 vem dado por

$$\begin{aligned} W = Q_1 - Q_2 &= Q_2 \left(\frac{T_1}{T_2} - 1 \right) = \\ &= Q_2 \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_2}. \end{aligned}$$

Este trabalho é tanto maior quanto maior for a quantidade de calor Q_2 a extrair à fonte quente, como seria de esperar, mas depende ainda de um outro factor que envolve as temperaturas do corpo (T_2) e da fonte (T_1). Assim, se $T_2 \ll T_1$, é necessário fornecer um trabalho muito elevado para extrair calor à fonte quente. Começam pois as primeiras dificuldades... Em particular quando $T_2 \rightarrow 0$, o trabalho necessário para extrair, mesmo uma quantidade infinitesimal de calor, torna-se infinito!

Observa-se que é a relação (T_1/T_2) e não a diferença ($T_1 - T_2$) que interessa considerar para ajuizar da dificuldade em reduzir a temperatura de um corpo. Assim, um arrefecimento desde 600 K até 300 K ($\Delta T = 300 \text{ K}$) é muito mais fácil de obter que o arrefecimento desde 100 K a 1 K ($\Delta T = 99 \text{ K}$); isto apenas sob o ponto de vista energético, pois há «outras dificuldades», associadas ao isolamento térmico às baixas temperaturas.

3. Conceito estatístico de temperatura

É conveniente completar o conceito termodinâmico de temperatura com uma interpretação estatística, naturalmente de maior riqueza física e mais adaptada à análise de algumas questões que apresentaremos adiante. Por simplicidade, ilustramos este conceito tomando o exemplo de um gás perfeito formado por N par-

tículas independentes, de dimensões muito reduzidas relativamente à sua separação, e encerradas num recipiente de volume V . A experiência mostra que o gás exerce sobre as paredes uma pressão p tanto maior quanto mais elevada for a sua temperatura, de acordo com a equação

$$(2) \quad pV = NKT$$

onde K é a constante de Boltzmann.

Por outro lado, como a pressão depende dos choques das partículas com as paredes do recipiente, e os efeitos destes dependem do seu número ($\propto N$), da massa de cada partícula (m) e da respectiva velocidade (v), é fácil relacionar p com estas grandezas, encontrando-se [2]

$$(3) \quad pV = \frac{1}{3} m N \langle v^2 \rangle$$

onde $\langle v^2 \rangle$ é o valor médio de v^2 .

O confronto das expressões (2) e (3) mostra que a temperatura depende, neste caso, apenas da energia cinética das partículas constituintes do gás, de acordo com a relação

$$\frac{3}{2} KT = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \langle \frac{1}{2} m v^2 \rangle.$$

Elevar a temperatura do gás significa, pois, aumentar a energia cinética média das suas partículas constituintes.

4. Baixas temperaturas e fenómenos dissipativos

Embora, como vimos, seja progressivamente mais difícil conseguir a redução da temperatura, há boas razões para usar a zona das baixas temperaturas, e uma delas, a que agora nos referimos, está associada à notável redução dos efeitos dissipativos nas suas formas mais gerais: biológica, química, eléctrica, etc.

4.1. Degradação biológica

O azoto líquido ($T \approx 77K$) pode usar-se para conservar a matéria viva, como vírus, bactérias e culturas de tecidos, mantendo-a num estado de quase total inactividade biológica por longos períodos de tempo. Se o arrefecimento for feito de maneira adequada, podem preservar-se as características típicas da matéria viva, bastando um aquecimento posterior apropriado para que elas se manifestem de novo em toda a sua plenitude. A inseminação artificial, hoje largamente utilizada com sucesso no apuramento das raças animais e no sector da pecuária, constitui um exemplo ilustrativo do que acabamos de dizer.

Observemos porém que há dificuldades a vencer na conservação de vários tipos de tecidos biológicos, pois nem todos podem ser ainda preservados com esta técnica.

Como é natural, a simples ideia de poder vir a ser um dia possível a preservação da vida por períodos ilimitados de tempo, por meio do frio, presta-se ao florescimento das mais variadas considerações especulativas, com interessantes implicações de natureza religiosa, social, económica e filosófica.

4.2. Actividade química

A redução da actividade química com o decréscimo da temperatura é um facto bem conhecido de todos: as reacções químicas cessam, quase por completo, quando a temperatura baixa aquém de valores característicos de cada tipo de reacção. Por mera curiosidade citamos o facto de ser hoje prática corrente nos bons laboratórios fotográficos a conservação das películas fotográficas em frigoríficos apropriados, a fim de se reduzir a sua taxa de «decomposição» devida às reacções químicas.

A explicação destes factos reside no significado estatístico da temperatura, directamente associada à energia média de agitação das partículas constituintes da matéria.

«Reagir» significa, para uma dada partícula — átomo, ião ou molécula — a sua ligação atómica ou molecular a uma ou mais das outras partículas presentes, formando-se em geral estruturas mais complexas, os «produtos da reacção». A ligação dos átomos ou moléculas não é em geral espontânea, mas requiere uma energia inicial de formação que é, na maioria dos casos, fornecida pelos choques entre as partículas reagentes; e é aqui que a temperatura desempenha um papel relevante. Se for elevada, haverá suficiente energia cinética em cada uma das partículas reagentes para ser possível, por choque, converter parte da sua energia cinética em energia útil para a efectivação da ligação química. Claro que por vezes está em causa o processo inverso, que leva à «dissociação» de estruturas químicas complexas por efeito da temperatura. A actividade química é pois favorecida pela elevação da temperatura e contrariada pela sua redução.

4. 3. Dissipação eléctrica

a) *Condutores normais* — Um dos mecanismos mais efectivos da dissipação de energia nos circuitos eléctricos é o efeito Joule. Estas perdas põem hoje sérios problemas no transporte e utilização maciça da energia eléctrica, cada vez mais prementes para fazer face às crescentes necessidades energéticas dos grandes aglomerados industriais e urbanos. O problema não é apenas económico, mas também técnico, pois o desenvolvimento de calor nas máquinas eléctricas agrava logo as respectivas características de funcionamento, como potência máxima, rendimento, desgaste mecânico, etc.

Estes factores inconvenientes podem ser atenuados com a utilização de tensões eléctricas muito elevadas. A tensão não pode, contudo, elevar-se indefinidamente, devido às crescentes dificuldades de isolamento eléctrico e, nos regimes de corrente alternada, às perdas dieléctricas nos isoladores, originadas pelos intensos campos eléctricos que aí se criam.

A próxima acção complementar para contrariar a subida da temperatura dos condutores é usar sistemas de refrigeração. Embora custe dinheiro e energia o estabelecimento e manutenção de zonas arrefecidas, não há nada que impeça que esta despesa extra seja mais do que compensada pelo aumento de rendimento da unidade eléctrica em causa, qualquer que esta seja. A questão reside simplesmente no cálculo do custo dos diferentes graus de refrigeração possíveis e na sua comparação com as reduções nas correspondentes despesas com as perdas eléctricas.

Exemplos destas acções podem encontrar-se na adopção de potentes sistemas de refrigeração forçada nas máquinas eléctricas de grande potência. A mesma finalidade se tem em vista quando se faz o transporte maciço de energia por cabos aéreos, onde o agente refrigerante é a própria atmosfera envolvente. De qualquer das formas, todas estas soluções encontram um limite no seu campo de aplicabilidade.

b) *Criocondutores* — Resta uma solução radical do problema: a causa primária do efeito Joule é o valor finito da resistividade eléctrica dos condutores eléctricos, e é aqui que se deve actuar; uma vez mais, ganha relevância o campo das baixas temperaturas.

Efectivamente, com a descida da temperatura a resistividade eléctrica da generalidade dos metais desce continuamente, podendo tornar-se extremamente baixa a

temperaturas da ordem ou inferiores a 20 K . O metal apresenta então a sua «resistividade residual» que é constante e depende essencialmente da existência de irregularidades na sua rede cristalina e da presença de impurezas. Com a moderna tecnologia de preparação e purificação de metais consegue-se reduzir a resistividade eléctrica residual a valores que chegam a ser, por vezes, 10000 vezes menores que a correspondente resistividade eléctrica à temperatura ambiente! É esta uma alternativa para resolver os problemas da dissipação calorífica, sendo o alumínio um dos metais mais promissores neste campo. É corrente designar estes metais pelo nome de «criocondutores».

c) *Supercondutores* — Uma outra solução mais radical aproveita o espectacular fenómeno da supercondutividade, descoberto por Kamerlingh Onnes em 1911, quando estudava o comportamento da resistividade eléctrica do mercúrio às baixas temperaturas: a sua resistividade, depois de seguir o comportamento esperado e atingir o seu valor residual, anulava-se bruscamente ao atingir-se uma temperatura característica de $4,15\text{ K}$, mantendo-se nula a temperaturas inferiores. Este inesperado fenómeno tomou por isso o nome de supercondutividade, tendo sido posteriormente observado em muitos outros metais, ligas, compostos e soluções sólidas metálicas, ocorrendo a transição do estado normal ao estado supercondutor de um modo brusco e a temperaturas críticas características de cada material, até hoje inferiores a $\sim 21\text{ K}$. De novo adquire relevância especial o campo das baixas temperaturas.

O grande interesse tecnológico dos supercondutores advém da ausência total da resistividade eléctrica em regime de corrente contínua e a consequente ausência de calor por efeito Joule. Reportan-

do-nos apenas ao problema da corrente contínua temos as seguintes vantagens:

— Aumento das correntes máximas utilizáveis, o que permite, por exemplo, o transporte maciço da energia eléctrica sem perdas ou a produção de campos magnéticos intensíssimos, de grande interesse não só na investigação da Física das altas energias, mas também no domínio das máquinas eléctricas — motores ou geradores de corrente.

— Redução drástica das dimensões dos aparelhos e máquinas, visto ser possível a circulação de elevadas correntes eléctricas em zonas de reduzidas dimensões, sem que isso implique dissipação calorífica. Advém daqui uma economia notável em materiais estruturais para as máquinas supercondutoras.

— Ainda devido à possível redução das dimensões, poderá ser incrementada a miniaturização de circuitos, de especial relevância no caso da indústria dos computadores, para os quais existe já um limite imposto ao grau de miniaturização pela libertação de calor por efeito Joule.

A contrapor a esta lista de vantagens (potenciais) há evidentemente a lista das desvantagens, que passamos a referir:

— O fenómeno da supercondutividade só se tem manifestado a muito baixas temperaturas, o que exige o arrefecimento em líquidos criogénicos apropriados, o hélio líquido quase em exclusivo. O preço elevadíssimo deste, o custo da sua liquefacção e manejo, o super-isolamento térmico necessário e os dispositivos de segurança imprescindíveis tornam muito oneroso o funcionamento dos supercondutores. Daqui a necessidade de tentar elevar a temperatura à qual começa a manifestar-se, em cada caso, o fenómeno da supercondutividade, pela investigação criteriosa dos factores intervenientes no fenómeno.

— A circulação de elevadas densidades de corrente eléctrica num supercondutor

gera intensos campos magnéticos. Estes têm o pernicioso efeito de destruir o próprio estado supercondutor quando excedem determinados valores críticos. Ocorre então a dissipação calorífica com a concomitante subida de temperatura. Daqui a necessidade de investigar os factores que afectam o valor do campo magnético crítico, tentando elevar os seus valores máximos.

— Se, por qualquer flutuação local, uma dada porção de material supercondutor passar ao estado normal, entrando portanto no estado de dissipação calorífica, há uma tendência para a subida de temperatura que agrava a situação, favorecendo a persistência do estado dissipativo. Há assim um círculo irreversível (dissipação → calor → elevação da temperatura → dissipação adicional de calor, etc.), dando-se o alastramento do efeito da perturbação a todo o supercondutor, que deixa de o ser na sua totalidade. Há pois que investigar os factores que favorecem a existência de flutuações e também os mecanismos que podem contrariar o alastramento dos seus efeitos. Trata-se portanto de estudar as condições de estabilidade do supercondutor.

— Por último referimos que embora um supercondutor não possua qualquer resistividade eléctrica em regime de corrente contínua, ele apresenta já uma dissipação considerável quando em regime de corrente alternada. É este o mais sério inconveniente que tem obstado ao uso generalizado dos supercondutores em regime de corrente alternada. Há pois que investigar os factores que controlam o nível de dissipação calorífica nos supercondutores, tentando minimizá-la.

d) Ruído térmico — Todos os casos que atrás referimos põem em foco essencialmente os aspectos económicos e quantitativos ligados à ocorrência de perdas. Em muitas situações não é a «quantidade»

que está em jogo mas a «qualidade» de funcionamento dos circuitos, podendo mesmo tolerar-se situações economicamente desfavoráveis para conseguir uma melhoria substancial da qualidade de funcionamento dos circuitos. Está neste caso toda a aparelhagem electrónica de precisão, ou adaptada a fins muito específicos. A redução da temperatura tem aqui duas vantagens essenciais — a diminuição do «ruído Johnson» e o aumento da «rapidez» de resposta dos circuitos.

O «ruído Johnson» é uma sobreposição de tensões eléctricas com as mais variadas frequências, não coerentes, resultantes de impulsos eléctricos devidos à agitação térmica dos átomos e electrões, logo devidos à temperatura. Assim, se for T a temperatura do condutor e R a sua resistência eléctrica, verifica-se que o valor médio do quadrado da tensão eléctrica (V) correspondente à sobreposição das tensões eléctricas com frequência (ν) numa banda de largura $\Delta\nu$ é dado por

$$\langle V^2 \rangle = (4K)R \cdot \Delta\nu \cdot T.$$

onde K é a constante de Boltzmann. Por exemplo, numa resistência de $100 \text{ k}\Omega$ aparecem cerca de $0,2 \mu V$ de ruído (pico a pico) à temperatura de 300 K , numa banda de largura $\Delta\nu = 1 \text{ Hz}$. A mesma resistência à temperatura do hélio líquido ($T \sim 4 \text{ K}$) apresenta apenas um ruído de $\sim 0,02 \mu V$. Daqui o interesse das baixas temperaturas para melhorar estes factores.

O aumento da rapidez de resposta dos circuitos, vital no domínio da computação, está ligado à diminuição da resistência eléctrica (R) dos circuitos, com a concomitante redução dos tempos de relaxação característicos ($\tau \approx R/L$ na self L ; $\tau \approx RC$ no condensador C ; logo $\tau \propto R$).

Depois destas considerações um pouco do foro da Engenharia Electrotécnica vol-

temos novamente a domínios mais específicos da Física.

5. Baixas temperaturas e ordem atómica

Vimos haver uma diferença essencial entre baixas e altas temperaturas, e isto é uma consequência do segundo princípio da Termodinâmica que estabelece uma importante assimetria nas transformações de calor em trabalho e vice-versa. A escala de temperaturas é também a escala da ordem atómica e molecular da matéria, quando tomada em sentido inverso, isto é, no sentido das temperaturas decrescentes.

Altas temperaturas significam agitação molecular e desordem, e a desordem, infelizmente, acontece facilmente a todos nós no dia a dia das nossas vidas. Em contrapartida, a produção de ordem é difícil. Por exemplo — e seja-nos permitida esta divagação — a arrumação de um aposento exige trabalho, paciência, método e cuidado, e quanto mais arrumado está mais difícil se torna arrumá-lo melhor; no entanto é extremamente fácil desarrumar o mesmo aposento. É que há um número infinito de maneiras de produzir desordem, mas é estatisticamente muito mais difícil produzir ordem.

Baixas temperaturas significam menor vibração dos átomos no interior da matéria, logo posições mais bem definidas destes, e consequentemente o aparecimento de estruturas progressivamente mais ordenadas, ao reduzir-se a temperatura, com a passagem dos gases a líquidos, primeiro, e destes a sólidos a temperaturas mais baixas. Não é pois de estranhar que os sólidos apresentem, em geral, uma estrutura atómica extremamente regular, com redes cristalinas de elevado grau de simetria. Pelo terceiro princípio da Termodinâmica postula-se ser o zero absoluto de temperatura inatingível, o que equivale a dizer que não

é possível obter-se uma ordem atómica perfeita. No entanto, há boas razões para caminhar, muitas vezes, no sentido das baixas temperaturas: é que a desordem está intimamente ligada à ineficiência e à degradação da energia, como vamos ver.

Antes de o fazer, observemos que todas as formas «nobres» de energia, isto é, outras que não a de calor, estão sempre directa ou indirectamente associadas a um tipo característico de ordem introduzido na matéria. Por exemplo, uma corrente eléctrica não significa apenas um movimento de cargas eléctricas; basta observar que os metais possuem sempre electrões livres animados de velocidades típicas da ordem de $\approx 10^8$ cm/s, e no entanto não há neles quaisquer correntes eléctricas macroscópicas, quando em equilíbrio. Estas correntes só surgem quando se introduz, para além da velocidade, uma ordem direccionada nos movimentos electrónicos e isso pode conseguir-se, por exemplo, pela aplicação de um campo eléctrico que causa o aparecimento de uma velocidade de arrastamento comum a todos os electrões livres, sobreposta à sua velocidade inicialmente desordenada. É nesta velocidade de arrastamento comum que reside a «ordem» responsável pelo aparecimento da corrente eléctrica e dos seus efeitos associados. Está também neste caso a criação de campos magnéticos macroscópicos pelas correntes eléctricas. Em resumo, não basta que os electrões se movam, pois se os seus movimentos forem caóticos não haverá efeitos eléctricos e magnéticos macroscópicos associados.

Vejamos então como é que a temperatura favorece a degradação das formas de energia mais nobres, convertendo-as em calor. Como exemplo, seja o caso de uma corrente eléctrica circulando numa amostra de um metal idealmente puro, isto é, constituído apenas por átomos desse metal, sem impurezas portanto. Mesmo neste caso limite, infere-se da

experiência que não é possível manter indefinidamente, sem ter de realizar trabalho do exterior, a circulação de uma corrente eléctrica numa espira desse metal se a sua temperatura for finita: ocorre sempre a conversão da energia (ordenada) da corrente eléctrica em energia calorífica. Os agentes causadores desta degradação são principalmente as vibrações dos átomos da rede cristalina do metal. Na verdade, a temperaturas finitas, os átomos não ocupam exactamente as posições definidoras de uma rede cristalina geomêtricamente perfeita mas vibram em volta dessas posições. E os electrões, que se podem mover livremente em estruturas perfeitamente periódicas, devido a um efeito puramente ondulatório (as partículas materiais têm sempre uma onda associada), deixam de o fazer em estruturas desordenadas, tanto mais quanto maior for o grau de desordem, no caso presente a amplitude das vibrações atómicas, directamente ligada à temperatura.

A interacção dos electrões com a rede cristalina do metal resulta assim numa alteração mais ou menos caótica das suas velocidades, que leva à progressiva atenuação e extinção final da velocidade de arrastamento, logo da própria corrente eléctrica. A energia cinética outrora associada a esta velocidade de arrastamento (forma ordenada) converte-se então em energia desordenada, associada a movimentos desordenados dos átomos da rede cristalina e dos próprios electrões. Não mais é possível o transporte efectivo de carga eléctrica em quantidades macroscópicas, nem tão pouco se manifestam, à escala macroscópica, os efeitos magnéticos associados aos movimentos das cargas eléctricas. Deu-se a degradação da energia eléctrica, desaparecendo os seus efeitos macroscópicos característicos: transporte de carga eléctrica, criação de campos magnéticos, etc.

6. Ordem, desordem e entropia.

Todas estas ideias de ordem e desordem de que vimos falando se podem apresentar em termos mais condensados, necessariamente matemáticos, com a introdução de uma função S , característica de cada estado do sistema, a chamada entropia do sistema, directamente ligada ao correspondente grau de ordenamento interno. Este assunto, para ser tratado em profundidade, daria certamente para escrever um livro e alguns lhe têm sido dedicados exclusivamente. Assim, não poderemos senão fazer um esforço para tornar plausível o conceito de entropia.

A primeira ideia a reter é a de que o mesmo estado macroscópico de um sistema físico pode ser «realizado», ao nível microscópico, por um número, em geral elevado, de diferentes maneiras. Por exemplo, dada a indistinguibilidade dos átomos de uma mesma substância, não se alteram os seus estados macroscópicos se trocarmos, entre si, as posições de dois átomos ou se permutarmos mesmo a sua totalidade.

Tomemos um sistema simples, com estados macroscópicos caracterizados pelo número N de partículas constituintes (supostas iguais), energia interna U e volume V , este suposto constante, por simplicidade. Para um dado conjunto de valores numéricos (N, U, V), isto é, para cada estado macroscópico, há um número elevado de configurações microscópicas possíveis, que correspondem às várias maneiras possíveis de distribuir a energia U pelas N partículas e pelos estados quânticos em que cada uma destas se pode encontrar, com energias $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots$, ou, genêricamente, ϵ_i . Para uma dada configuração do sistema, j por exemplo, na qual há n_i partículas com energia ϵ_i , terá de ser satisfeita a condição

$$\sum_i n_i(j) \epsilon_i = U.$$

É óbvio que os próprios números $n_i(j)$, onde o índice j indica explicitamente que estamos a falar da configuração j , deverão satisfazer a relação

$$\sum_i n_i(j) = N.$$

É também claro que para cada configuração (j) do sistema, em que há $n_i(j)$ partículas com energia ε_i , há ainda muitas maneiras de fazer a correspondente distribuição de partículas; por exemplo, são fisicamente equivalentes as permutações das $n_i(j)$ partículas com a mesma energia ε_i . Com efeito, a Mecânica Estatística mostra que apesar de todas as configurações (j) conduzirem à mesma situação macroscópica do sistema, nem todas têm a mesma probabilidade de ocorrência, tudo dependendo do número de diferentes maneiras microscópicas possíveis de realizar uma dada configuração.

Para os sistemas em equilíbrio termodinâmico, é possível encontrar a configuração que pode ser realizada microscópicamente por um número máximo de maneiras fisicamente equivalentes, W_{\max} , e mostra-se também que para sistemas macroscópicos decresce rapidamente o número de maneiras distintas de realizar microscópicamente outras configurações, mesmo ligeiramente diferentes da que conduz a W_{\max} [3]. Então, não se comete erro apreciável se se tomar esta configuração como a que ocorre, de facto, na prática e é isso o que se faz correntemente (*).

O que tem isto a ver com a ordem e a desordem do sistema? É que o número W_{\max} dá uma medida da maior ou menor flexibilidade de realizar, ao nível microscópico, uma dada configuração atômica, estando directamente ligado ao seu grau de ordem. Assim, se a configuração for mais ou menos ordenada, por exemplo, no espaço, há fortes restrições aos possíveis arranjos microscópicos no espaço,

devido à necessidade de manter o grau de ordem espacial da configuração, o que faz com que o número W_{\max} seja baixo. Em estruturas desordenadas, há já uma grande margem para manobra ao nível microscópico, o que conduz a números W_{\max} elevados.

Em vez de W_{\max} para parâmetro indicador do grau de ordem numa dada configuração, a Mecânica Estatística introduz um parâmetro mais conveniente, precisamente a entropia do sistema, definida pela relação

$$S = \text{const.} \ln(W_{\max})$$

onde, evidentemente, $W_{\max} = W_{\max}(N, U, V)$ e $S = S(N, U, V)$. Mostra-se que S é uma função monotonicamente crescente em U (1).

Vejamos qual o grau de desordem adicional introduzida num sistema físico quando a sua energia interna passa de U para $U + dU$. Teremos,

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)_{V, N} dU \equiv \varphi(U, N, V) dU$$

onde φ é uma função de (U, N, V) . O aumento da energia interna favorece pois o aumento da energia das partículas do sistema, cinética, de vibração, etc., aparecendo dU como um agente quantitativo fomentador de desordem ($dS \propto dU$). Mas o grau de desordem resultante, dS , depende ainda de $(\partial S / \partial U)_{V, N}$, um factor de qualidade, pois não depende da gran-

(*) Se o sistema não for macroscópico ou estiver em estados próximos de situações de marcada instabilidade intrínseca, como por vezes acontece (nas transições de fase, por exemplo), é natural que esta hipótese não seja muito correcta, devendo levar-se em conta a possibilidade de o sistema cobrir, com probabilidades muito semelhantes, uma zona apreciável de estados quânticos. Neste caso, adquirem especial relevância as flutuações do sistema entre esses estados quânticos, podendo manifestar-se à escala macroscópica, como na verdade se verifica frequentemente.

deza do aumento dU da energia interna, mas sim do estado na vizinhança do qual ocorre a transformação do sistema. Este factor está associado à velha ideia de que, com um dado trabalho (equivalente a dU), é muito fácil desordenar uma estrutura perfeitamente ordenada, mas gradualmente difícil introduzir mais desordem numa estrutura já de si desordenada. Não é pois de estranhar que o factor $(\partial S/\partial U)_{V,N}$ esteja ligado à temperatura, um parâmetro intensivo, definido precisamente pela relação

$$\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)_{V,N}$$

ou, equivalentemente,

$$dS = \left(\frac{1}{T} \right) dU$$

quando V e N se conservam constantes.

Assim, esta expressão mostra que o grau de desordem (dS) produzida por uma variação definida da energia interna de um sistema (dU) é tanto menor quanto maior for a temperatura. De modo aná-

logo, um pequeno aumento da energia interna produz um notável aumento no grau de desordem dos sistemas físicos quando estão a muito baixas temperaturas.

REFERÊNCIAS

- [1] H. B. CALLEN, *Thermodynamics*, cap.ºs I, II, III, John Wiley and Son, New York, 1966.
- [2] LARKIN KERWIN, *Introduction à la Physique Atomique*, p. 24, Gauthier-Villars, Paris, 1964.
- [3] ERWIN SCHRÖDINGER, *Statistical Thermodynamics*, cap.º II, Cambridge University Press, 1964.

BIBLIOGRAFIA

- H. M. ROSENBERG, *Low Temperature Solid State Physics*, Oxford University Press.
- K. MENDELSSOHN, *The Quest for Absolute Zero; the Meaning of Low Temperature Physics*, World University Library. Tradução portuguesa: editorial Inova (em impressão).
- , *Cryophysics, Interscience Tracts on Physics and Astronomy*, vol.º 7, Interscience Publishers.
- J. S. DUGDALE, *Entropy and Low Temperature Physics*, Hutchinson University Library, London.

Penumbbras e Sombras no Ensino Elementar

por MÁRIO TRIGUEIROS

1. As dimensões da penumbra projectada

1.1) Vamos admitir que estão definidos os seguintes elementos de Óptica Geométrica: fonte luminosa pontual, segmento de recta luminoso, raio luminoso e segmento de recta opaco.

Consideremos no plano do papel um segmento de recta luminoso \overline{AB} , um segmento de recta opaco \overline{CD} e um alvo rectilíneo \overline{EF} (conforme representa a figura 1), sendo $\overline{AB} \parallel \overline{CD} \parallel \overline{EF}$; traçando os

raios luminosos que partindo dos extremos da fonte passam por C e D , obtêm-se no alvo a sombra \overline{MN} e as duas penumbbras \overline{LM} e \overline{NO} , projectadas sobre ele pelo segmento \overline{CD} .

Em virtude das condições da figura, os triângulos ABC e CLM e os triângulos ABD e DNO são semelhantes; donde

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{LM}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{CM}} \quad \text{e} \quad \frac{\overline{AB}}{\overline{NO}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{DO}};$$