

## Sobre o livro de Física para o 3.º ciclo dos Liceus

Análise de uma atitude e comentário de uma crítica

por JOSÉ A. TEIXEIRA

*«Porque é que as crianças nada compreendem, a maior parte das vezes, das definições que satisfazem os cientistas? Porque se torna necessário dar-lhes outras? Esta, a questão que a mim mesmo proponho [...] e cuja solução poderia, parece-me, sugerir úteis reflexões aos filósofos que se ocupam da lógica das ciências.»*

H. POINCARÉ

*«A ciência, quando é verdadeira ciência, isto é, aquisição metódica de saber e não superstição científica ou vão enfatuamento no poder, ensina ao homem a verdadeira humildade, que é por sua vez o primeiro degrau de uma espiritualidade mais alta.»*

FILIPPO SELVAGGI

A *Gazeta de Física* abre o seu último número, de Julho de 1963, com «alguns comentários, à maneira de crítica», sobre o livro de Física para o 3.º ciclo liceal, de que sou autor. O artigo é de Fernando Sequeira e J. Sousa Lopes.

Se não fora a severidade da crítica, quase me sentiria desvanecido por me terem sido concedidas honras de primeira página e ter merecido o interesse de um trabalho de equipa. Mas, ai de mim! A vergasta sibila fustigante e o tom é de lástima. Os comentaristas, decidiram desagravar Minerva ultrajada e investem sobre a barbárie que «nesta época de satélites artificiais e viagens interplanetárias» forjou um mau «livro de base pelo qual devem aprender» os «espíritos jovens». Considera-

ções assim, ilustram um fragmento de prosa introdutório dos comentários, em jeito um tanto esforçado de elogio filosófico da Mecânica.

Se foi o excesso de ciência que armou o braço vingador, desde já lhes rendo as minhas homenagens; se foi a pletora de juventude, desejo-lhes longa vida e rápida maturação.

No que vai seguir-se não me proponho demonstrar que é bom o livro que aqueles comentaristas acusam de mau. O autor não tem competência para se pronunciar sobre o mérito ou demérito do seu próprio trabalho. E tem mesmo a inexorável certeza de que, por mais que corrigisse, retocasse, alterasse, jamais conseguiria trabalho acabado. Proponho-me, sim, mostrar a inadequação de

uma crítica e o pedantismo de certos reparos, aquela e estes enquadrados em referenciais que na Pedagogia também existem.

Que se pretende com um livro didáctico?

Interpretar e desenvolver um programa de curso, umas vezes proposto pelo autor (não é este o caso), mais frequentemente estabelecido por uma entidade oficial ou privada. O livro visa constituir um auxiliar importante para o aluno, sem pretender substituir-se ao professor. Onde o livro adoptado se revele insuficiente, ou errado, ou obscuro, o professor corrige e orienta o educando para outras leituras. Esse, um dos objectivos das bibliotecas de classe. Portanto, só em delírio de crítica imatura se estabelece uma relação de causa e efeito, com a amplitude que se pretendeu atribuir-lhe, entre a qualidade do livro e a «vontade de compreender e estudar». A menos que o estudante sinta ausente o professor e se veja constrangido a autodidactismo; a menos que se desconheça o papel, cada vez mais relevante, do material de laboratório, dos meios audiovisuais, do ambiente.

A pedagogia não é o livro; inclui-o — e nem sempre. Quem se proponha elaborar um compêndio tem de partir, antes do mais, do conhecimento da idade e da preparação dos alunos que o vão utilizar. A linguagem terá de ser acessível e as dificuldades graduadas; a progressão faz-se a partir dos conhecimentos já adquiridos; a estruturação lógica combinar-se-á com o recurso à intuição e o apelo às analogias; a motivação há-de desencadear os interesses; os conceitos deverão ser tão precisos quanto possível, mas adentro, das fronteiras esboçadas.

Ora o compêndio criticado destina-se a alunos que começam a manuseá-lo aos 15-16 anos, idade que já suporta uma certa predominância de método lógico, mas que requer ainda o manejo de todos os ingredientes didácticos referidos. Em particular, o aluno tem necessidade da imaginação como suporte dos conceitos. Esta característica não o abandona tão cedo, embora vá perdendo em

intensidade, mesmo ao longo e depois do curso superior. De tudo isto decorre que um dos requisitos do livro didáctico liceal, o rigor dos conceitos, ainda quando ele se destine aos 15-16 anos, surge necessariamente limitado. O cálculo integral, que tão elegante e simplesmente resolve certos problemas, está-nos vedado; a equação de definição, concisa e precisa, não pode ser um ponto de partida sistemático.

O aluno carece da imagem. Donde as concessões da precisão em prejuízo do rigor. Mas sem elas o conhecimento não marcha e as ideias não se entrelaçam. As noções que o aluno vai adquirindo são provisórias. Retomadas mais tarde, serão aperfeiçoadas, mas continuarão a ser provisórias. Se se auscultasse um especialista, (que, em figura de retórica, alguém definiu como aquele homem que sabe tudo de nada) sobre os conceitos que constituem o seu micromundo de interesses, a respeito de cada um dos capítulos dos livros que se destinam aos cursos gerais, talvez pudéssemos ouvir que tudo está errado.

A quem incumba a tarefa de julgamento sério de um livro didáctico põem-se, portanto, problemas que não são apenas de rigor científico, mas de critério, de adequação, de ajustamento e a tal ponto que hoje há mesmo escalas organizadas de avaliação de livros didácticos.

O livro que aqui se pôs em causa foi já submetido a provas. Lançado há anos por uma casa editora do Porto, foi aceite por quase todos os liceus do País. Entretanto corria seus trâmites um concurso para livro único e o compêndio obteve aprovação. Esgotado o prazo de validade (cinco anos) o livro foi reprovado em novo concurso. A edição que presentemente circula afasta-se um pouco da original, já porque os programas sofreram alguns cortes, já porque os relatores oficiais impuseram certas emendas.

Esta nóvula, que resume a história do livro, não se apresenta como um atestado de qualidade, mas como elemento que não pode deixar de ter significado aos olhos de quem, com isenção e imparcialidade, se disponha a

apreciá-lo, não como obra de consulta ou destinada à «preparação de físicos», mas como simples compêndio didáctico.

Cabe aqui referir de passagem que o trabalho que vimos discutindo ganhou logo no início da sua existência um ferrete: *livro único*. Este seu atributo concita sobre ele a animosidade de muita gente. Mas uma coisa é a instituição «livro único» e outra é a valia de determinado compêndio, seja ou não seja livro único. Com aquela pode-se ou não estar de acordo (boa parte dos autores de livros únicos não a aprovam); perante este há que adoptar uma atitude de serena objectividade, apreciando-o sem pré-juízos, nem intenções reservadas.

As considerações que venho tecendo convêm à correcta focagem de um problema, mas não servem de pedido de absolvição para os pecados que cometi e muito menos ainda para os crimes de lesa-ciência que não perpetrarei. Já veremos de seguida se não será só fumo o incêndio ateado.

Conceitos como os de *ponto material, sistemas de referência, espaço, grandeza e medida, grandezas escalares e vectoriais, massa* e tantos outros, são realmente difíceis de tratar com rigor e clareza adequada ao 6.º ano do liceu. Sabe-o bem quem tenha de ensinar. As aproximações que se tentam, para muitos deles, caem por via de regra nos mesmos desvios. Por isso, ainda que dispusesse das colunas desta revista sem limitações de espaço, não haveria interesse em documentar a minha asserção com sucessivas transcrições de compêndios homólogos publicados em outros países. Mas terei de o fazer em casos típicos e no intuito de salientar enfaticamente a inconsequência de certos reparos e soprar o vento que enche o balão. Por exemplo: uma coisa que ofende os pudicos ouvidos científicos de certos espíritos depurados é que se fale de *quantidade de matéria* para dar a noção de *massa*. O trabalho criticado também caiu nesse lugar comum. Caiu e cairá. Demais que a referência foi um tanto acautelada, evitando-se a definição que apa-

rece frequentemente formulada assim: *massa de um corpo é a quantidade de matéria desse corpo*. Pareceu ao autor que, para tentar aclarar o conceito, não seria preciso ir até aí. Um crítico bem intencionado dará conta disso. Falar em quantidade de matéria, porque não? Eis aí concretizado o apelo à intuição. O aluno entende ou vislumbra alguma coisa. E se o professor promove a discussão, conseguirá derramar mais alguma luz. Isso dependerá das ocorrências. Atinge-se deste modo uma aproximação. Assim o têm entendido muitos profissionais da Pedagogia e até, por certo, alguns amadores. Assim o entendeu também o Curso do PSSC, donde traduzo o seguinte: «O uso da massa gravitatória permitir-nos-á dar um significado tão claro à ideia de quantidade de matéria...» E insiste: «Esta medida da quantidade de matéria é a terceira em importância das grandezas físicas simples; ao espaço e ao tempo juntaremos agora a massa.»

O leitor atento deverá recordar-se de que o PSSC constitui o padrão que naquela nota final condenatória do meu livro se recomenda nos seguintes termos: «A conclusão a tirar de tudo isto é evidente. Talvez que a existência de Cursos como o do PSSC(\*) facilite a urgente tarefa de dar aos estudantes do 3.º ciclo liceal um livro de Física respeitador das suas capacidades intelectuais.»

Facilitará por certo, mas não no sentido em que o pretendem os comentaristas em causa. Facilitará, sim, desde que a ela se entregue quem medite as normas aconselhadas pelo PSSC: «O processo — e a história sempre demonstrou que se trata de um processo muito prático — consiste em saltar de uma noção fundamental para outra, registando aperfeiçoamento sempre que se possa e utilizando por sua vez estes aperfeiçoamentos para registar novos progressos. Utilizámos, por exemplo, as nossas grosseiras noções de espaço para melhorar a nossa noção de tempo.»

Ainda a propósito de *massa* caberá dizer que o programa desenvolvido pelo livro do 3.º ciclo não pretende que se trate da distinção entre massa gravitacional e

massa inercial. Inicialmente tratou-se — tímidamente, talvez. A entidade oficial preferiu posteriormente suprimir essa matéria. Nesse e em outros pontos o programa foi revisado, o que é compreensível. Certamente o autor ou autores do programa, se o reflexsem hoje, já não estariam em inteiro acordo consigo próprios. Os autores dos livros possivelmente têm também a sua concepção de um programa. Pois vem a propósito dizer que, sem ter convicções definitivas a respeito da oportunidade do tratamento de tal tema — massa gravitacional e massa inercial — me inclino no sentido de passar ao lado da dificuldade, na fase dos 15 anos. A própria opinião do PSSC, o qual efectivamente não foge ao problema das duas massas, manifesta-se desta forma: «normalmente não devemos preocupar-nos em distingui-las e geralmente utilizaremos a palavra «massa», sem mais especificar, para nos referirmos a qualquer delas.» O PSSC não se escandaliza como os senhores comentaristas quando escrevem: «E assim se confundem num só os conceitos de massa inerte e massa pesada.»

Vale a pena determo-nos um pouco mais na contemplação da *harmonia* de vistas entre o curso PSSC e as opiniões dos comentaristas que o recomendam como modelo, porque ela emerge a cada passo. Cotejemos o conteúdo e o *tom* das duas origens através de outros pontos.

Diz a crítica: «Chega-se depois a um parágrafo onde se pretendem definir grandezas físicas escalares e vectoriais. Afirma-se: *Há grandezas físicas que ficam completamente determinadas por meio dum valor numérico: chamam-se grandezas escalares.* É falso; para mais, confunde-se uma grandeza física com a sua medida (o que é sistemático ao longo do livro), e declara-se tácitamente que é superfluo o conhecimento das unidades em que esta se faz».

Diz o livro normativo: «As grandezas físicas que podem definir-se com um só número chamá-las-emos escalares».

Os comentaristas aplaudirão desta vez?

Reza aquele: «As medidas exactas demonstram que a energia necessária para elevar a temperatura a 1 grama de água de 14,5° C a 15,5° C é de 4,185 joules. Esta quantidade de energia denominou-se *caloria* e constitui outra unidade de energia». E em nota: «As unidades, como a caloria, procedem da época anterior ao reconhecimento do calor como uma forma de energia. Utilizam-se porque se torna fácil avaliar uma quantidade de calor mediante a sua transferência a uma massa conhecida de água e medindo o aumento de temperatura. Existe uma unidade maior a «quilocaloria» que é 1000 vezes maior que a «pequena caloria». A quilocaloria utiliza-se hoje correntemente para exprimir os rendimentos energéticos dos alimentos».

Estridula a fanfarrada dos severos plunitivos: «Para quê usar, em livros de física, a caloria — que só serve para complicar as fórmulas com a introdução de factores numéricos (e sugerir que o calor não é uma forma de energia)?» E em nota: «Convém notar que, em desacordo com o livro, se *define* a caloria como sendo igual a  $4,185 \times 10^7$  erg; e que esta definição é independente da medida sempre aproximada da energia necessária á elevação de temperatura de dado corpo».

De um lado uma orientação de *mise au point* em conexão com o que era e ainda se concebe que seja; do outro lado uma arrebatada precipitação de *delenda*.

O livro de Sears, professor do reputadíssimo M. I. T., e Zemansky, obra muito difundida entre nós e outros países, que no original americano tem o título de «University Physics», portanto, com maiores responsabilidades de rigor que o livro do 3.º ciclo, doseia a matéria de forma bem diferente da pretendida pelos comentaristas. A propósito de *quantidade de calor* apresenta a seguinte definição: «A caloria-grama é a quantidade de calor que é preciso fornecer a um grama de água para elevar a sua temperatura de um grau centígrado». Mais abaixo completa: Concorde-se, geralmente, em utilizar o intervalo de temperatura entre 14,5° C e 15,5° C». Depois, a rematar o parágrafo relativo a

*Equivalente mecânico do calor*, em tipo menor, como sinal da hierarquização das matérias, refere que «uma comissão internacional acordou em definir *exactamente* a caloria-quilograma como  $1/860 \text{ Kw-h.}$ » Daí conclui que, «por definição,  $1 \text{ cal} = 4, 18605 \text{ joules}$ ».

O desenvolvimento que entendi dever dar a este ponto tem um claro objectivo: pôr em evidência que aos comentaristas são alheios os problemas de adequação de uma exposição didáctica e que nem a circunstância de tratadistas consagrados atenderem a eles os despertou. A preocupação das exactas definições levar-me-ia a perguntar-lhes, por exemplo, como apresentariam as de *metro* e *segundo* em livro de 3.º ciclo liceal.

Acentuam os comentaristas, e por mais de uma vez, que não pretenderam fazer crítica exaustiva, nem mesmo nos restritos pontos em que pegaram. Isso, para salientar a imensidade daquele *mare magnum* de erros e imperfeições que seria preciso sulcar. Com análoga sanha seriam precisas bastas laudas de papel para, à margem do cotejo precedente, se discutir tão só o que se deve entender por *sugerir*, *definir* e *desacordo*.

Decididamente o padrão pedagógico que nos recomendam foi mal meditado pelos seus panegiristas. As lições a colher de lá não são as que Fernando Sequeira e J. Sousa Lopes nos querem dar. O espírito que perpassa por estas é outro e bem conhecido. São questões em vez de questões. Como esta: «Há, como se sabe, várias maneiras diferentes de enunciar o 1.º princípio, e dizer qual deles é a mais conveniente é em parte subjectivo». Mais abaixo: «Posto isto, o autor enuncia o 1.º princípio numa forma demasiado complicada».

Para quê o reparo? Pois se ainda mais do que «várias maneiras» há «várias maneiras diferentes»... Porque não aceitar que o autor do livro, habituado à receita do seu antigo professor de Termodinâmica, receita do livro de Poincaré, mais tarde, do livro de Becquerel, e de outros menos notáveis, lhe tenha dado preferência, após compreensíveis hesitações? É certo que oscilou na pre-

ferência; é verdade que já se tem sentido inclinado a substituir; é possível que chegue a outra opção. Mas não pela proposição que me aconselham porque destituída do formalismo de um princípio (e aqui estaria mais um conceito para discutir, se houvesse espaço, já que em outras passagens dos comentários se revela essa preocupação).

Outra questiúncula do mesmo jaez: «o autor afirma que a experiência de Foucault deu o *golpe de morte na teoria da emissão*. Diremos que achamos a expressão um tanto violenta: como conseguirá o autor explicar, por exemplo, o efeito foto-eléctrico senão através de uma teoria corpuscular da luz?»

Será por falar em morte que me acusam de violência? Ou tratar-se-á de outra coisa? Em «A evolução da Física» de Albert Einstein e Leopold Infeld poderá ler-se: «Testes com capacidade de dar sentença de vida e morte a uma teoria são frequentes na história da física — e chamam-se experiências *cruciais*.» E referindo-se à teoria ondulatória da luz diz um livro de Margenau, Watson e Montgomery (Princípios e aplicações da Física): «A sua aceitação foi universal quando Foucault (1819-1868) por volta de 1850 provou experimentalmente [...] que a velocidade da luz num líquido como a água era *menor* que a velocidade no ar, o que estava em contradição com o que exigia a teoria corpuscular». Ora, ao tratar-se deste assunto com a oportunidade que se lhe deu, nem no livro do 3.º ciclo liceal, nem em qualquer outro, se fala de a teoria corpuscular no sentido de *qualquer* teoria corpuscular. A teoria corpuscular em causa era a de Newton e não *outra*. O efeito foto-eléctrico, portanto, na crítica, vem a despropósito.

Com o desejo de lançar luz em plenitude espalha-se confusão através de uma pretensa propriedade de linguagem. É esse também o caso das linhas de força. Eis a flecha: «o autor afirma que em cada ponto do campo passa uma linha de força; logo depois diz que as *linhas de força representam graficamente as características do campo*:

onde elas mais se adensam é maior o valor da intensidade do campo; onde se rarefazem é menor. Desta maneira isto é obviamente incompreensível — se por cada ponto passa uma linha, como se adensam ou rarefazem?»

«Obviamente incompreensível» é, pois, também a linguagem adoptada pelos Senhores Einstein e Infeld na sua «Evolução da Física» já citada: «As linhas em nosso espaço-modelo são sempre perpendiculares à superfície da esfera. E desde que todas divergem de um ponto, são mais densas perto da esfera e tanto menos densas quanto mais afastadas. Se aumentarmos de duas ou três vezes a distância da esfera, então a densidade das linhas em nosso modelo espacial (embora não no desenho) será quatro ou nove vezes menor. Desse modo as linhas servem a um propósito duplo. Primeiro, mostram a direcção da força actuante sobre um corpo nas vizinhanças da esfera-sol. Segundo, a densidade das linhas no espaço mostra como a força varia com a distância.»

Sobre a dedução da expressão do potencial eléctrico, dedução que na penetrante análise dos comentaristas não passa de pretenção, o livro adopta a orientação correntemente seguida em outros compêndios, desde o clássico Watson a vários livros actuais. Procura-se tornejar a dificuldade da falta do cálculo integral, que resolve o problema de uma penada. A consideração da média geométrica é o motivo excitante da crítica. «E porque não a média aritmética? Claro que o aluno não pode entender aquela suposição» — dizem. Talvez. Mas, digo eu: porquê a média aritmética? Entenderia o aluno a suposição? Ou não seria pura e simplesmente a aceitação de uma panaceia que a rotina consagrou? Será que só existe a média aritmética? Será esta em todos os casos a mais significativa? Na dupla pesagem pelo processo da transposição, a qual das médias conduz o cálculo? A média geométrica é uma chave que abre aquela porta, vedada, como já disse ao cálculo integral. Mas se «é óbvio que é indiferente a média que se toma para o cálculo do trabalho realizado

pelo campo» e se isso não trazer complicações adicionais, então francamente preferirei a média aritmética já que (e isso é certo) os alunos aceitam-na sem relutância, por questão de rotina, muito embora. Conquanto a orientação que adoptei tenha sido colhida de boas origens não terei dúvidas em substituir. O que é preciso é que os senhores comentaristas me digam como. E porque se lhes pressente a angústia pelos tratos de polé a que se sujeita o entendimento dos alunos, estou certo que não deixarão de o fazer.

Diga-se de passagem que o autor do livro não simpatiza com algumas deduções que o programa inclui e esta é uma delas. Mas é perfeitamente compreensível que os autores dos programas, como os autores dos compêndios, tenham as suas hesitações quando se trata de romper com uma tradição.

De *insólita afirmação*, relativamente à máquina de Van de Graaff, classificam os comentaristas a seguinte passagem do livro: «nalgumas máquinas os investigadores trabalham dentro da esfera oca, ficando assim isentos do perigo das descargas.» Não é insólita, não. Os «Elementos de Física Atómica» do Professor Manuel Valadares dizem textualmente: «Em muitas destas instalações, os investigadores trabalham no interior das esferas por ser esta a região em que menos risco correm de serem vítimas de uma descarga eléctrica de alta tensão.» Valadares diz «em muitas»; eu digo «nalgumas». Tive sorte. De insólita que foi, a afirmação passaria a ser mui insólita... Todavia, com céptica reserva eles concedem alguma coisa: «Talvez que durante a construção das esferas mais antigas isso se tivesse alguma vez passado» — dizem.

Historietas de menor importância como a do *ponto material* que uns livros, como o de Margenau, definem como «massas pontuais» e outros deixam à intuição do aluno, processo mais cómodo de ladear o escolho; a noção de *momento*, a respeito da qual se verbera a expressão *poder giratório ou efeito rotativo de uma força* usada no livro atacado, e a respeito da qual o mesmo livro de Mar-

genau se serve da expressão «medida da capacidade de uma força para produzir uma rotação»; a presunção de que o autor *inventou* o princípio fundamental da Estática ou o princípio dos fotómetros (preceituados nos programas); a surpresa manifestada pela «não indicação dos sistemas de referência em que tais princípios são válidos», quando se referem à Dinâmica; etc., etc., revelam a mesma sistemática ausência de sentido didáctico e a permanente preocupação de demolir. Nem mesmo a circunstância de uma ou outra vez surgir uma observação pertinente como aquela de não ser *actuante* um deslocamento, os absolve da sua diatribe de mau gosto. Porque se os suspicazes comentaristas em cuidada revisão de provas tipográficas a *duo* julgaram ter corpos *sujeitos* onde ficou impresso corpos *suspeitos*, ou *proposição* onde *preposição*, ou *enunciar* onde *anunciar*, ou *em uso* onde *um uso*, precalços, aliás, compreensíveis a quem conhece a subtilidade da gralha, mas que revela efectivamente um desvio de atenção objectiva, porque não aceitar que, falando-se de vectores, se tenha usado de uma expressão apropriada àquele caso particular que constitui uma rotina de trabalho num ensino elementar, embora inaplicável ao caso geral?

Eu creio francamente que, se de crítica destrutiva se não tratasse, por exemplo, naquele ponto a respeito da máquina de Van de Graaff, como em outros, poderia resultar alguma coisa de proveitoso para todos: para os comentaristas em busca de *curriculum*, para o autor do livro, atento a reparos válidos, para os leitores, que assim teriam oportunidade de melhor se esclarecerem.

Redigindo cerca de oitocentas páginas de texto inicial, hoje mais reduzido, o autor do livro leu muitos milhares de outras. Rodeou-se de elementos de consulta conceituados e consagrados, procedeu a adaptações, a ajustamentos, a opções. Para elaborar uma notícia sobre a máquina de Van de Graaff, apesar da alta categoria do Doutor Manuel Valadares, não se limitou a ler o seu livro, como bem se depreende da forma que se

adoptou. O mesmo sucedeu com tudo o resto. Em um ou outro caso, onde as fontes não satisfizeram o critério do autor, fez-se tratamento de carácter pessoal dos temas, com extrema cautela como se impunha. Mas a ciência está feita. O trabalho foi de compendiação. Daí resulta que o livro está bem acompanhado, no que aqui foi dito e no que ficou por dizer. Discutível, por certo, o critério de selecção, de ordenação, a amplitude conferida às matérias, a ilustração, a cor e o grau de transparência do papel, a mancha, etc., etc. Se os comentaristas quiserem fazer carreira através deste tipo de fácil crítica destrutiva têm larguíssimo campo de acção. Apesar do tempo que lamento perder em trabalho tão improdutivo não deixarei, em todo o caso, de responder. Cumpre-me ter presente que não se trata de críticas insertas nos barulhentos pasquins informativos de Julho, mas de artigo aceite por uma revista de Física, o que lhe confere categoria e autoridade diferentes.

Mas se os comentaristas em vez disso quiserem dar uma contribuição positiva para o ensino, então ousarei sugerir-lhes outro caminho:

1.º — lerem o programa que oficialmente lhes for proposto;

2.º — informarem-se melhor, através da psicopedagogia e da experiência docente, das «capacidades intelectuais» dos alunos que parece não conhecerem;

3.º — após leitura atenta, meditarem o PSSC, obra adquirida por vários professores em virtude da publicidade que oportunamente dele fez o livreiro interessado, muito antes da sua recomendação pelo artigo de abertura da «Gazeta de Física» de Julho de 1963;

4.º — não o tomarem como bíblia mas como um bom livro de orações.

Feita essa preparação ou outra melhor

que lhes ocorra, daqui lhes dirijo um apelo:

Dêem «aos estudantes do 3.º ciclo liceal um livro de Física respeitador das suas capacidades intelectuais». Com isso prestariam um bom serviço à causa da educação nacional

que parece preocupá-los tanto. Mas se o não conseguirem por ser árdua a tarefa, então aprendam a respeitar mais o trabalho dos que há muitos anos vêm amanhando o terreno deste sector de actividade e se não limitam a ser seus fugidios traseuntes ou meros espectadores.

## Dedução das Equações de Navier-Stokes e suas Aplicações

por C. M. PASSOS MORGADO

### SUMÁRIO

Apresenta-se a dedução das equações gerais de Navier-Stokes e mostra-se a necessidade da sua simplificação para a resolução dos problemas da Mecânica de Fluidos. A partir das equações de Navier-Stokes deduzem-se as equações dos movimentos lentos e faz-se a sua aplicação ao problema de Stokes (esfera em corrente uniforme).

### I. A DEDUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE NAVIER-STOKES

Para a dedução destas equações seguimos de perto Schlichting (ref. 1).

#### 1. As Equações da continuidade e da quantidade de movimento em fluidos.

O caso geral dum movimento tridimensional dum fluido fica completamente definido se conhecermos o vector velocidade  $\vec{V} = \hat{i}u + \hat{j}v + \hat{k}w$ , a pressão  $p$  e a densidade  $\rho$  em qualquer ponto do domínio fluido. Há portanto cinco incógnitas do problema, —  $u, v, w, p$  e  $\rho$  — para a deter-

minação das quais são necessárias cinco equações. Elas são:

- a) A equação da continuidade que traduz a conservação da massa.
- b) A equação fundamental da dinâmica (equação da quantidade de movimento) que traduz a conservação da quantidade de movimento. É uma equação vectorial que na forma escalar dá três equações.
- c) A equação de estado  $p = f(\rho)$  fornecida pela termodinâmica. Notemos desde já que para um fluido incompressível  $\rho$  é constante e independente do tempo e do espaço.

Para a dedução da equação da continuidade consideremos um volume infinitesimal  $d\tau$ . A massa que, por unidade de tempo, sai através da superfície elementar que limita o volume  $d\tau$  é  $\text{div}(\rho \vec{V}) d\tau$ ; a diminuição da massa, por unidade de tempo, dentro do volume  $d\tau$  resulta da variação da sua densidade e é  $-\frac{\partial \rho}{\partial t} d\tau$ . Como há conservação da massa tem-se:

$$(1) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0$$