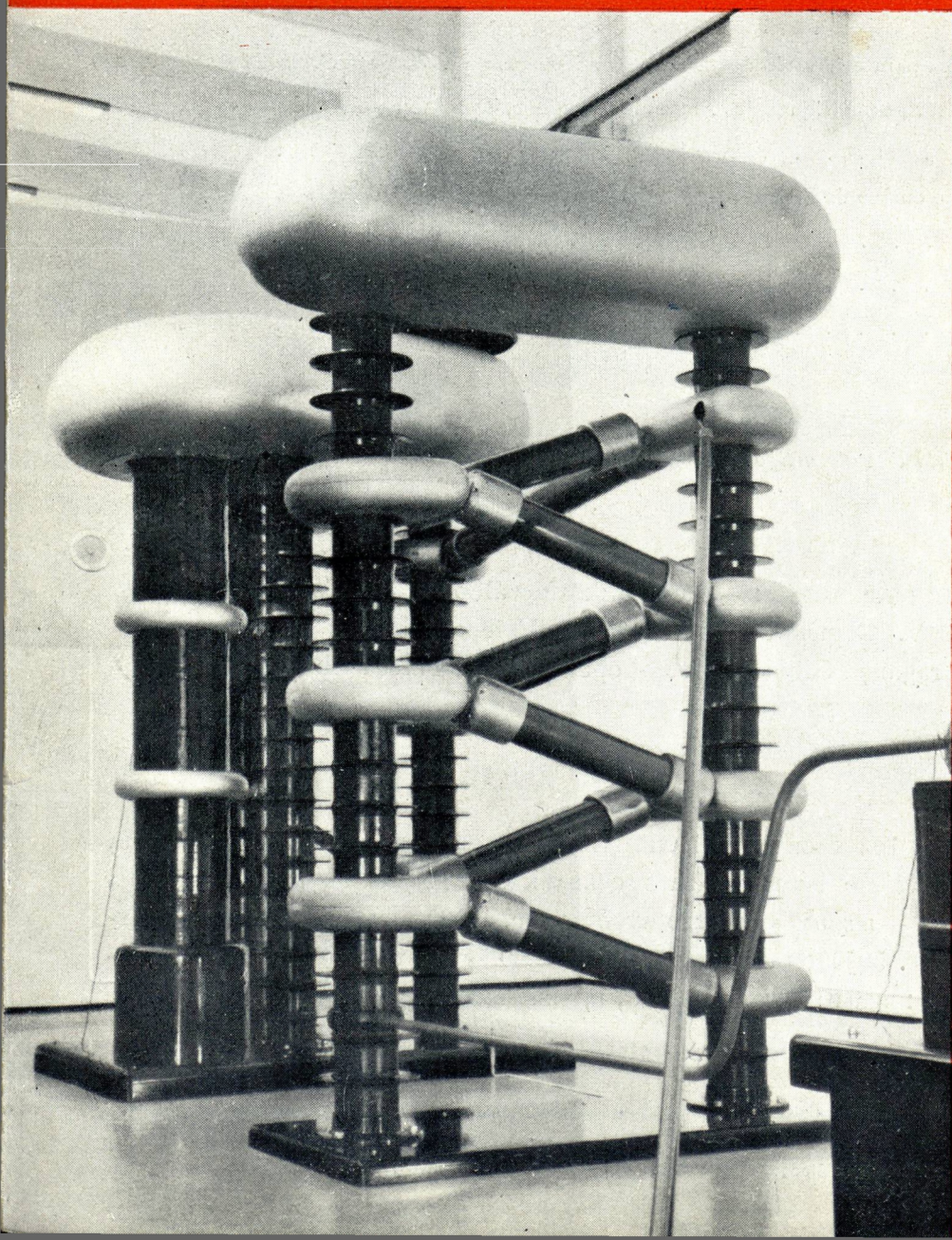


# GAZETA DE FISICA

REVISTA DOS ESTUDANTES DE FÍSICA  
E DOS FÍSICOS E TÉCNICO-FÍSICOS PORTUGUESES

VOL. IV, FASC. 5  
JULHO 1963



Acelerador de 600 keV  
do Laboratório de Física  
e Engenharia Nucleares  
(Sacavém)

VOL. IV

# GAZETA DE FÍSICA

FASC. 5

JULHO - 1963

PUBLICAÇÃO TRIMESTRAL DESTINADA AOS ESTUDANTES DE FÍSICA E AOS FÍSICOS E TÉCNICO-FÍSICOS PORTUGUESES • VOLUMES PUBLICADOS:  
VOL. I - 1946 A 1948 - IX FASCÍCULOS - 288 PÁGINAS  
VOL. II - 1948 A 1953 - X FASCÍCULOS - 280 PÁGINAS  
VOL. III - 1953 A 1960 - IX FASCÍCULOS - 276 PÁGINAS

---

## SUMÁRIO

---

Sobre o livro de Física para o 3.º ciclo dos Liceus, <i>por Fernando Sequeira e J. Sousa Lopes</i> . . . . .	129
Sur quelques propriétés géométriques du groupe des rotations, <i>por Georges Lochak</i> . . . . .	136
Antologia . . . . .	144
Novas perspectivas no ensino da Física, <i>por F. Bragança Gil</i> . . . . .	148
Pontos de Exame . . . . .	151
Noticiário . . . . .	156
Boletim bibliográfico . . . . .	158

---

*A matéria de cada artigo é tratada sob a inteira responsabilidade do autor*

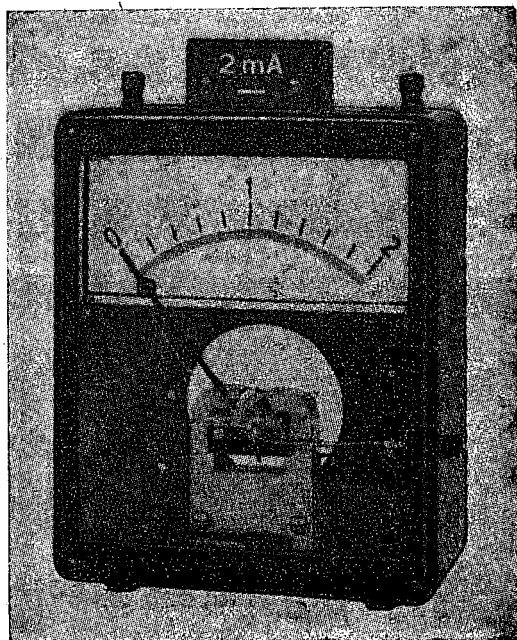
---

COMISSÃO DE REDACÇÃO: — Rómulo de Carvalho — Lídia Salgueiro  
— José V. Gomes Ferreira — Maria Helena Sampaio Carepa  
— F. Bragança Gil — J. Sousa Lopes — Maria Teresa Gonçalves

PROPRIEDADE E EDIÇÃO: GAZETA DE MATEMÁTICA, LDA. \* CORRESPONDÊNCIA: GAZETA DE FÍSICA — LABORATÓRIO DE FÍSICA DA FACULDADE DE CIÊNCIAS DE LISBOA — RUA DA ESCOLA POLITÉCNICA — LISBOA \* NÚMERO AVULSO: ESC. 15\$00 \* ASSINATURA DE 4 NÚMEROS: PORTUGAL, ESC. 50\$00; ESTRANGEIRO, ESC. 70\$00 \* DISTRIBUIÇÃO PARA AS LIVRARIAS: RUA DAS CHAGAS, 17-1.º, D, TELEFONE 366917, LISBOA

# MATERIAL DIDÁCTICO

de Física,  
Química  
e Biologia



Galvanómetro



PHYWE

PHYWE AG.  
Goettingen — Alemanha Occ.



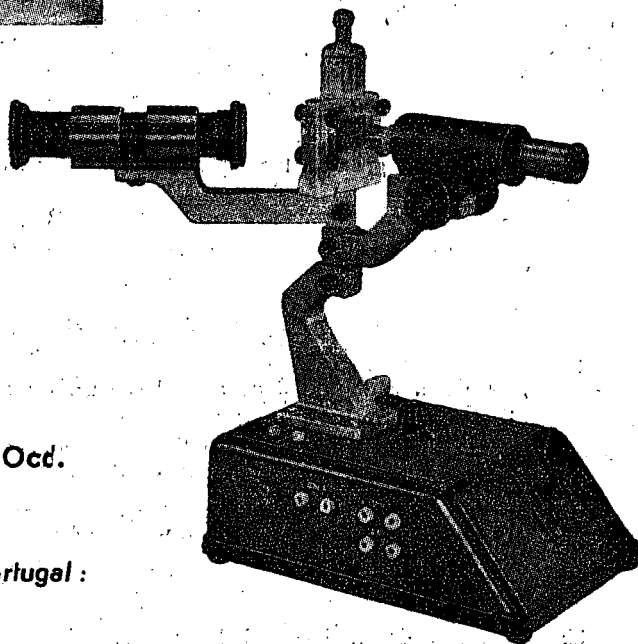
Representante exclusivo para Portugal :

**LUSOMAX**

Sociedade de Importação e Exportação, Lda.

RUA DOS CORREIROS, 123-3.º-DT.º

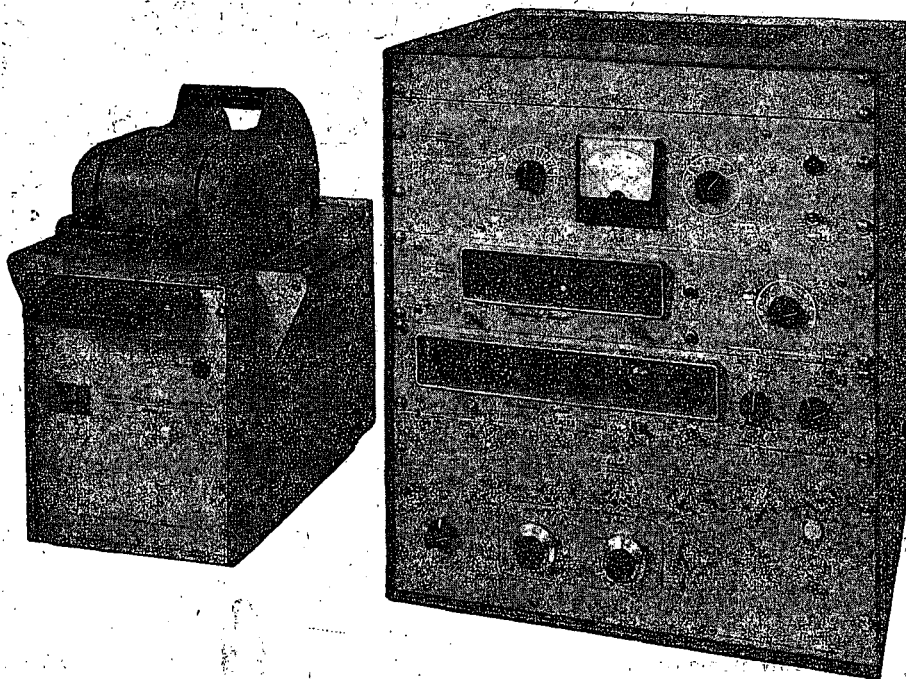
TELEF. PPC 30607 \* LISBOA 2



Aparelho de Millikan



**BAIRD-ATOMIC, INC.**



**Conjunto Modelo 745 A**  
para contagem por cintilação de amostras líquidas

---

## **BAIRD-ATOMIC**

Apresenta a maior linha de aparelhos para trabalhos nucleares, fabricados nos E. U. A. e na Holanda. Trata-se de instrumentos de concepção moderna, de grande precisão, muito robustos, esplendida apresentação e a preços compatíveis com similares de outras industriais europeias. Em Portugal já estão instalados muitos aparelhos B/A em diversos laboratórios, a funcionarem em perfeitas condições. Se ainda não tem, com muito gosto remeteremos os catálogos descritivos.

**REPRESENTANTES EXCLUSIVOS EM PORTUGAL:**

**EMÍLIO DE AZEVEDO CAMPOS & C.<sup>A</sup> LDA.**

CASA FUNDADA EM 1854

Rua Antero de Quental, 17, 1.º • LISBOA • Telef. 55 33 66  
Rua Santo António, 137-145 • PORTO • Telef. 2 02 54/5/6

## Sobre o livro de Física para o 3.º ciclo dos liceus

por FERNANDO SEQUEIRA e J. SOUSA LOPES

O «Curso de Física» (para o 3.º ciclo dos liceus) de José A. Teixeira, na sua qualidade de livro único, parece-nos merecer um pouco de atenção. Neste artigo fazem-se sobre ele alguns comentários, à maneira de crítica. Não se trata portanto duma crítica exaustiva — seria necessário demasiado espaço e, além disso, seria inútil. Limitamo-nos a comentar os capítulos iniciais de cada parte: Mecânica, Termodinâmica, Óptica e Electricidade; salientamos contudo que nem mesmo aqui pretendemos fazer uma crítica exaustiva.

### 1. MECÂNICA

À parte o seu valor intrínseco, a Mecânica continua a desempenhar um papel fundamental na preparação dos físicos. É de facto em Mecânica que mais facilmente se definem e aprendem a maior parte dos conceitos que serão posteriormente utilizados em quase todos os ramos da Física. Além disto, a sua estrutura matemática simples e perfeitamente coerente ajuda a formação dum espírito crítico, dum pensamento rigoroso. Para mais, a diversidade imensa das suas aplicações não pode deixar indiferente, nesta época de satélites artificiais e viagens interplanetárias, os espíritos jovens; pelo contrário: deve entusiasma-los, dar-lhes vontade de compreender

e de estudar. Mas, para que seja isto o que na realidade aconteça, existe uma condição necessária: que o livro de base pelo qual devem aprender seja um bom livro.

Infelizmente não parece ser esse o nosso caso, como veremos nos pontos seguintes.

#### 1.1. Cinemática

No capítulo dedicado à Cinemática o autor começa por definir ponto material, e fá-lo nestes termos: ponto material é uma *partícula material sem dimensões*. Não se refere à massa associada ao ponto material, mas afirma que ele representa um *caso-limite da realidade sensível*. Cabe perguntar como se toma este limite — terá o ponto material massa nula ou densidade infinita? Com o conceito mal definido, o aluno não poderá entender a sua necessidade nem as condições em que é aplicável, e decerto que não compreenderá que a Terra se considere como um ponto material quando se estuda o seu movimento de translação.

Parece-nos que a noção fundamental de espaço merecia um pouco de atenção. No livro, porém, depois duma muito breve alusão a sistemas de referência, o autor passa a utilizar a palavra «espaço» com o sentido de comprimento da trajectória percorrida por um móvel. O aluno poderá então perguntar qual

o espaço percorrido por um passageiro sentado num comboio em movimento — esse espaço será nulo ou igual ao produto da velocidade do comboio pelo tempo decorrido? E qual é a sua trajectória?

\*

Afirma-se, quando se trata do movimento uniforme, que o espaço percorrido na unidade de tempo *mede* a velocidade. Mas, que sentido tem dizer que um espaço mede uma velocidade?

Expressões análogas encontram-se ameudadas vezes: por exemplo, diz-se que um ângulo (sem dimensões) mede uma velocidade angular (com dimensões). Tudo isto parece um pouco mais do que abuso de linguagem.

\*

Chega-se depois a um parágrafo onde se pretendem definir grandezas físicas escalares e vectoriais. Afirma-se: *Há grandezas físicas que ficam completamente determinadas por meio dum valor numérico; chamam-se grandezas escalares.* É falso; para mais, confunde-se uma grandeza física com a sua medida (o que é sistemático ao longo do livro), e declara-se tácitamente que é supérfluo o conhecimento das unidades em que esta se faz.

Na definição de grandezas vectoriais o autor acrescenta a definição anterior afirmando: *é indispensável também referir a direcção e o sentido em que actuam.* Exemplifica com o *deslocamento* de um ponto. Pergunta-se: como actua um deslocamento? As grandezas físicas são sempre, por definição, seres actuautes? Além disso, não basta acrescentar a direcção e o sentido; por exemplo, para uma força é necessário também saber qual o ponto de aplicação.

\*

Ao considerar a composição de velocidades o autor refere-se a *velocidades angulares*; neste passo a expressão indica não o conceito habitual a que se dá esse nome, mas sim dois

vectores velocidade que fazem um ângulo entre si (adiante, no capítulo dedicado à Estática, usa-se a expressão *forças angulares* no mesmo sentido). Não nos parece correcta esta designação; aliás define-se posteriormente a usual velocidade angular.

\*

Duma maneira geral, a forma como os problemas são postos não é correcta. Por exemplo, ao estudar a composição de movimentos, o autor não define o que se entende por isso; ou, ainda melhor, por decomposição dum movimento: qualquer em dois (ou mais) movimentos rectilíneos. Em consequência, é depois conduzido a frases menos correctas; por exemplo: *suponhamos que um ponto material é solicitado simultaneamente a adquirir às velocidades  $\vec{O}\vec{V}_1$  e  $\vec{O}\vec{V}_2$ .*

## 1. 2. Estática

Neste capítulo, o autor começa por afirmar que *três forças equilibram-se quando estão entre si, em grandeza e direcção, como os lados dum triângulo.* Falta pelo menos indicar o respectivo sentido. Mas, pergunta-se, acaso sabem os alunos o significado da expressão *três forças equilibram-se?* Certamente que não; no mínimo seria necessário dizer-lhes que se admite o princípio da sobreposição de forças aplicadas a um mesmo ponto. Sem referência a este princípio a formulação não é correcta.

\*

O autor anuncia depois o que chama o princípio fundamental da Estática. Mete no mesmo enunciado o que respeita ao ponto material e ao sólido indeformável. Desta maneira, não se faz referência ao princípio da acção e reacção, e o aluno jamais compreenderá que é este o princípio, a que o autor se referê apenas no capítulo dedicado à Dinâmica, que permite fazer a passagem da mecânica do ponto material à dos sistemas compostos. Por fim, a pergunta: que prin-

cípio fundamental é este? Dado que a Estática é um caso particular da Dinâmica (para  $j = 0$ ), será necessário acrescentá-lo às leis de Newton?

\*

Mas, pouco depois, o autor pretende estudar o equilíbrio dos sólidos indeformáveis com um ponto ou um eixo fixos. Conclui que os corpos estão em equilíbrio quando o momento das forças aplicadas, em relação ao ponto ou ao eixo fixos, for nulo. Está certo; o que duvidamos é que o aluno entenda a relação entre este novo princípio e aquele que o autor designou por princípio fundamental da Estática.

\*

A formulação geral deste capítulo é pois incorrecta. Apesar disso vejamos ainda, a título de exemplo, um ponto particular da sua exposição.

Quando trata do momento duma força o autor utiliza a certa altura a expressão *poder giratório ou efeito rotativo de uma força* (que aliás, mesmo no seu entender, não depende só da força). Não compreendemos esta expressão: primeiro porque a aceleração motivada por uma força tem a direcção dessa força; depois, se a força é constante, o móvel descreverá uma trajectória-recta. Na verdade, o autor considera o caso de um móvel com um ponto fixo — portanto um movimento daquele tipo é impossível. Mas, não tratando o autor o problema dos corpos suspeitos a ligações (em termos de forças) que sentido faz aquele pedaço de texto?

Podem pois dispensar-se comentários adicionais a este capítulo do livro.

### 1. 3. Dinâmica

A primeira coisa que surpreende na enumeração dos princípios fundamentais da Dinâmica é a não indicação dos sistemas de referência em que tais princípios são válidos. Em geral, o 1.º princípio tem o seguinte significado: «existe um sistema de referência

no qual os corpos não sujeitos a forças têm aceleração nula»; e é neste sistema que é válido o segundo princípio.

O autor, porém, não lhe dá este significado, pois que afirma concretamente que o 1.º princípio é um caso particular de  $f = mj$ , para  $f = 0$ . Sendo assim, fica por definir um sistema de referência onde se verifique o 2.º princípio; tal sistema não é arbitrário: é óbvio, por exemplo, que  $f = mj$  não é uma expressão verdadeira num sistema de referência ligado a um móvel — para esse móvel seria sempre  $f = 0$ , independentemente da força que lhe estivesse aplicada. Por outro lado, *definindo* convenientemente um sistema inercial, a preposição citada desce do seu lugar de princípio, passando a ser efectivamente uma particularização de  $f = mj$ .

\*

À parte o anterior, que mostra a deficiência geral da exposição do autor, são porventura úteis os comentários seguintes.

No 3.º princípio fala-se apenas em acção e reacção: pergunta-se, o que significam estes termos? São forças?

O 2.º princípio vem com o título de *princípio da independência dos efeitos das forças*. Embora não seja usual designar-se este por 2.º princípio, não é este o reparo que pretendemos fazer: com efeito é necessário um princípio que nos afirme a independência das forças. O que é falso é que dele se deduza a proporcionalidade das forças às acelerações. Além disto, convém frisar, já que o autor não usa a linguagem vectorial, que essas acelerações têm a direcção das forças que as motivam.

\*

Referindo-se à relação fundamental  $f = mj$ , o autor afirma que  $m$  é a massa (não especificando que é a massa inerte) e até conclui experimentalmente que  $m$  é a *quantidade de matéria do corpo*.

Depois, tratando da relação entre peso e aceleração da gravidade, aplica a lei  $f = mj$

como se a terra fosse um sistema inercial. E assim se confundem num só os conceitos de massa inerte e massa pesada.

## 2. TERMODINÂMICA

Esta parte do Curso, à parte uma introdução histórica, tem apenas dois capítulos. Para facilidade de referência tratá-los-emos separadamente.

### 2. 1. Primeiro princípio

Há, como se sabe, várias maneiras diferentes de enunciar o 1.º princípio, e dizer qual delas é a mais conveniente é em parte subjectivo. Admitindo o princípio da conservação da energia como um princípio geral para toda a Física, o 1.º princípio da Termodinâmica pode enunciar-se assim: «o calor é uma forma de energia». Isto basta; mas prefere-se por vezes acrescentar, para enunciar tudo o que é necessário admitir, «num sistema isolado a energia conserva-se».

Desta maneira fica imediatamente claro o que diz o 1.º princípio. E podemos medir a quantidade de calor, necessária para elevar de 1º C a temperatura de um corpo, directamente em erg ou joule. Para quê usar, em livros de física, a caloria — que só serve para complicar as fórmulas com a introdução de factores numéricos (e sugerir que o calor não é uma forma de energia)? Se convém esclarecer qual é o valor em erg duma caloria, é apenas porque essa unidade se usa nas aplicações\*.

\*

Posto isto, o autor enuncia o 1.º princípio duma forma demasiado complicada: *Sempre que um sistema material sofre qualquer*

\* Convém notar que, em desacordo com o livro, se define a caloria como sendo igual a  $4,185 \times 10^7$  erg; e que esta definição é independente da medida sempre aproximada da energia necessária à elevação da temperatura de dado corpo.

*transformação em que haja entre o sistema e o meio exterior apenas trocas de calor e de trabalho e em que volte exactamente ao estado inicial: (a) se o sistema absorveu calor cedeu trabalho; (b) se o sistema recebeu trabalho libertou calor; (c) existe uma razão constante entre o trabalho e o calor postos em jogo.*

A seguir o autor procura o valor desta razão constante e diz: *representando por W o trabalho que, por transformação, produz a quantidade de calor Q, podemos então escrever*  $J = \frac{W}{Q}$ . Mas quem pode, apenas ba-

seado naquele enunciado do 1.º princípio, concluir que aquela quantidade de calor Q é produzida pelo trabalho W? Consequentemente, dizer que J é o trabalho produzido integralmente por uma unidade de quantidade de calor é pelo menos prematuro na altura em que o autor o faz; além disso, não é o calor que produz o trabalho, mas sim o sistema.

Incorrecções análogas aparecem na sequência. Fala-se, por exemplo, nestes termos: *Ao desaparecimento de uma certa quantidade de trabalho corresponde o aparecimento de uma quantidade de calor equivalente.*

E, por fim, o autor afirma: *Considera-se muitas vezes o princípio da conservação da energia como o 1.º princípio da termodinâmica.* Não se faz aqui referência ao calor como uma forma de energia, isto é, despreza-se a parte essencial daquele princípio.

### 2. 2. Segundo princípio

O autor abre este capítulo afirmando: *uma máquina térmica transforma calor em trabalho.* Talvez por isso afirma mais à frente que *uma máquina frigorífica é uma máquina térmica a trabalhar em sentido contrário.*

\*

Quanto ao 2.º princípio não podemos concordar com o seu enunciado. Concretamente este enunciado é uma mistura do 2.º princípio e de suas consequências; basta efe-



tivamente afirmar: *uma máquina térmica só pode produzir trabalho se dispuser de duas fontes de calor a temperaturas diferentes.* O resto está a mais. O rendimento de que fala o autor é uma noção que se define posteriormente.

Segue-se depois uma descrição de algumas máquinas. Não sabemos qual a intenção disto: se uma descrição do funcionamento, ou se uma descrição explicada com base nos princípios da Termodinâmica. Parece-nos que só esta hipótese tem sentido; o autor é, porém, doutro aviso — e o aluno deve ficar sem compreender, por exemplo, onde estão as tais fontes quente e fria num motor de automóvel.

O último parágrafo é intitulado *degradação da energia*. Nele se afirma a certa altura o seguinte: *E os dois princípios — o 1.º e o 2.º — podem ficar abrangidos pelo seguinte enunciado de carácter muito geral: num sistema isolado a energia total conserva-se constante mas a energia utilizável diminui.* Gostaríamos primeiro de saber exactamente o que é *energia utilizável* que parece estar sempre diminuindo, dado que o autor a não define. Mas, em todo o caso, é completamente falso que o 1.º e o 2.º princípios fiquem abrangidos por aquele enunciado. Em consequência, o aluno deve ficar sem ideia alguma sobre a Termodinâmica e seus princípios.

### 3. ÓPTICA

Esta parte do livro abre com algumas considerações sobre as teorias da emissão e ondulatória da luz. A este respeito o autor afirma que a experiência de Foucault deu o *golpe de morte na teoria da emissão*. Diremos que achamos a expressão um tanto violenta: como conseguirá o autor explicar, por exemplo, o efeito foto-eléctrico senão através de uma teoria corpuscular da luz?

Ainda na introdução, o autor, depois de afirmar que a existência do éter nunca foi revelada por qualquer processo, afirma que na teoria electromagnética de Maxwell se considera uma *variação periódica do estado eléctrico e magnético das partículas do éter*. Que se deve entender por isto?

Façamos agora alguns comentários sobre os capítulos iniciais.

#### 3.1. Fotometria

O autor começa por tentar definir intensidade luminosa, dizendo que é *a grandeza que mede o poder iluminante*; quanto a este apenas afirma que *nem todas as fontes luminosas têm o mesmo poder iluminante*. Emprega também o vocábulo *iluminação*; e diz que *a intensidade de iluminação é uma grandeza estreitamente relacionada com a intensidade luminosa duma fonte*. Afirma ainda que *uma superfície fica tanto mais intensamente iluminada quanto maior é a quantidade de luz que recebe*, acrescentando que *a intensidade de iluminação é a grandeza que mede de certo modo esta quantidade de luz*.

É claro que tudo isto é incompreensível. Tomemos, por exemplo, o último período. Que significa quantidade de luz? Uma coisa é certa: a intensidade de iluminação não a mede de modo algum, contrariamente ao que se afirma no livro. É claro também que são incompreensíveis as restantes passagens em que se fala em quantidade de luz, por exemplo, na lei de Lambert.

Quando trata de padrões de intensidade luminosa o autor define várias unidades; é curioso, no entanto, verificar que não define a unidade um uso desde 1940.

No problema de comparação de intensi-

dades luminosas o autor refere-se a um *princípio dos fotómetros*. Trata-se duma aplicação simples da lei de Lambert. Porque não se explica isto em vez de se arranjam princípios que só servem para distrair a atenção das coisas fundamentais?

### 3. 2. Reflexão da luz e espelhos esféricos

A Fotometria segue-se um capítulo dedicado à reflexão da luz. O autor admite que as leis da reflexão são conhecidas e trata apenas de aplicações. Uma vez mais afirma que *os raios luminosos não têm existência real; o que existe são as ondas luminosas*. É uma maneira (discutível) de dizer. Mas o facto é que todos os fenómenos que neste livro se pretendem explicar, se explicam à base de raios luminosos; desses fenómenos, quais conduzirão os alunos a pensar forçosamente em ondas de luz (\*)? Para mais o efeito fotoeléctrico (que se cita no livro) nunca poderá ser entendido em termos de ondas. Não haverá processo de pôr estas coisas a claro?

Depois, que sentido terão para um aluno expressões como *reversibilidade dos raios luminosos*?

Passando ao capítulo dos espelhos esféricos, depois de atravessarmos as nove definições iniciadas seguidas, e de decifrarmos expressões tais como *raios incidentes que acompanham o eixo principal*, põem-se-nos várias questões.

A teoria dos espelhos é desenvolvida pelo autor admitindo *a priori* que a imagem de um ponto é também um ponto — sem mostrar que isso só é verdadeiro dentro de certa afirmação, e em determinadas condições. Assim deduz a equação dos focos conjugados, afirmando depois que está considerando espelhos aproximadamente estigmáticos. É evidente que desta forma os alu-

nos não podem entender como se chegou à equação dos focos conjugados, e muito menos porque é que esta só é válida para espelhos aproximadamente estigmáticos.

A questão dos pontos reais e virtuais, apesar de muito simples, carece duma explicação cuidada. Supomos que admitir que o aluno tem disso uma ideia clara é contrário aos factos.

Depois de obter a equação dos focos conjugados para os espelhos esféricos, o autor aplica essa fórmula a seis casos particulares. Convinha talvez fazer notar (até porque, depois de se falar em convenção de sinais a propósito da dita equação, o aluno será levado a generalizar indevidamente) que se está tratando apenas de espelhos côncavos; aliás o exercício que se segue conduz ao mesmo erro.

## 4. ELECTRICIDADE

Como nas restantes partes do livro, também aqui a exposição é deficiente, a linguagem menos correcta. Porém esta análise vai demasiado longa, e parece não haver já muito interesse em continuá-la. Por isso só muito rapidamente nos referiremos a alguns pontos dos capítulos iniciais.

### 4. 1. Campo eléctrico e potencial

Depois de afirmar que o campo eléctrico é um campo newtoniano, o autor diz que a *força eléctrica é uma acção a distância, isto é, nenhum meio material lhe serve de intermediário*. Em geral não é isto o que se entende por *acção a distância*; basta recordar que dizer «dois corpos actuam à distância» é sinónimo de «a velocidade de propagação da interacção entre os dois corpos é infinita».

(\*) Cita-se de passagem a questão da velocidade da luz na água. Não cremos porém que isso leve a pensar em termos de ondas.

Neste contexto, pode dizer-se que o conceito de campo foi introduzido precisamente para evitar o conceito de acção a distância, que a experiência tinha mostrado ser falso.

Logo a seguir o autor define intensidade de campo num ponto dizendo que é *a força eléctrica que se exerce sobre a unidade de carga positiva colocada nesse ponto*. Claro que a intensidade de campo não é uma força; uma vez mais se confunde uma grandeza com um processo de medida. Mais à frente há incorrecções similares; por exemplo: *a intensidade de campo executa o trabalho de 1 erg*.

Referindo-se a linhas de força, o autor afirma que em cada ponto do campo passa uma linha de força; logo depois diz que *as linhas de força representam graficamente as características do campo: onde elas mais se adensam é maior o valor da intensidade do campo; onde se rarefazem é menor*. Desta maneira isto é obviamente incompreensível — se por cada ponto passa uma linha, como se adensam ou rarefazem? Para terminar esta passagem diz o autor: *cada linha de força representa a direcção e o sentido em que uma carga positiva abandonada exclusivamente à acção do campo eléctrico se deslocaria* — o que é falso para qualquer partícula real, de massa não nula.

Mais à frente afirma-se que *a definição do campo eléctrico pode ser feita a partir duma grandeza escalar — o potencial*. É o tipo de afirmação em que é preciso certo cuidado — se houvesse sempre aquela possibilidade seriam falsas as leis da indução. Seria pois de desejar um esclarecimento do assunto — o que o autor não faz, mesmo quando trata da indução electromagnética.

Quando pretende deduzir uma expressão para o potencial o autor considera dois pontos,  $B$  e  $B_1$ , próximos um do outro; e diz que podemos supor que *a intensidade do campo tem um valor constante e igual à média geométrica dos valores em  $B$  e  $B_1$* . E porque não a média aritmética? Claro que o aluno não poderá entender aquela suposição.

De facto, ela pode fazer-se quando se pretende determinar a diferença de potencial entre dois pontos a distância finita: divide-se então essa distância em intervalos nos quais se admite que o campo toma um valor intermédio dos valores nos extremos. Fazendo tender estes intervalos para zero (e o seu número para infinito) é óbvio que é indiferente a média que se toma para o cálculo do trabalho realizado pelo campo — qualquer valor do intervalo serve.

#### 4.2. Capacidade. Máquina de Van de Graaff.

O autor começa por definir a capacidade de um condutor isolado no espaço, com forma e dimensões determinadas. Depois faz a descrição de várias experiências, pretendendo mostrar que a capacidade de um condutor aumenta quando aumenta a sua superfície externa, etc. Essas experiências são feitas com electroscópios ou dois pêndulos; afirma-se que quando o potencial do condutor aumenta, os dois pêndulos ou as duas folhas do electroscópio se afastam. No entanto não foi dada nenhuma explicação para este fenómeno: os alunos limitam-se a saber que os dois pêndulos se afastam quando a sua carga aumenta; como o autor afirma que a carga permanece constante ficarão certamente sem compreender nada.

Ao tratar da influência dum dieléctrico no valor da capacidade, afirma-se: *podemos definir a constante dieléctrica de uma substância*

cia, como a razão entre a capacidade de um condensador que tem por dieléctrico essa substância, e a capacidade do mesmo condensador quando o dieléctrico é o vazio. Daqui concluímos evidentemente que a constante dieléctrica é um número puro. Uma vez mais se esquecem as dimensões.

\*

Ao tratar da máquina de Van de Graaff, o autor classifica as máquinas electrostáticas em duas categorias: de fricção e de influência. Mas a qual dos tipos pertencerá a máquina de Van de Graaff?

Mais curioso porém é esta insólita afirmação: *nalgumas máquinas os investigadores trabalham dentro da esfera oca, ficando assim isentos do perigo das descargas.* Talvez que durante a construção das esferas mais antigas isso se tivesse alguma vez passado;

depois pôs-se uma variedade de acessórios no interior das esferas e não cabe lá ninguém. Mas, mesmo se coubesse, quem se poria lá, a 10 milhões de volts? Seria de facto uma gaiola de Faraday: não se morria por efeito de descarga eléctrica — apenas mais lentamente, por efeito das radiações ionizantes.

## NOTA FINAL

A conclusão a tirar de tudo o que ficou dito é evidente. Talvez que a existência de Cursos como o do PSSC(\*) facilite a urgente tarefa de dar aos estudantes do 3.º ciclo liceal um livro de Física respeitador das suas capacidades intelectuais.

(\*) Physical Science Study Committee. Existe uma tradução deste Curso em espanhol, com o título: Física.

# Sur quelques propriétés géométriques du groupe des rotations

par GEORGES LOCHAK

(Laboratoire Joliot-Curie de Physique Nucléaire, Orsay;  
Institut Henri Poincaré, Paris)

## 1 — Introduction

Il arrive souvent qu'on puisse, parmi les propriétés d'un corps, trouver un certain nombre de propriétés « moyennes » qui permettent de définir, avec plus ou moins de légitimité, un système d'axes liés à ce corps. Il arrive dès lors, que d'importants aspects de son comportement soient liés aux seuls rotations qu'effectue ce corps, ou plutôt le système d'axes qu'on lui a rattaché, par rapport à un système de référence convenablement choisi.

De telles circonstances se retrouvent, comme on sait, dans de nombreux et importants problèmes de physique qui vont de la

théorie du gyroscope à celle des particules élémentaires en passant par les spectres moléculaires et la structure du noyau atomique.

Ainsi s'expliquent les efforts des physiciens en vue de mieux connaître et mieux utiliser le groupe de rotations.

Peut être n'est-il pas inutile, en revanche, de remarquer que les succès mêmes de cette théorie et la propension des hommes à utiliser les idées anciennes plutôt qu'en chercher de nouvelles, pousse parfois les physiciens à quelque exagération dans leur recherche à tout prix, dans tout corps matériel, d'un comportement global qui le plie aux exigences du groupe des rotations.

Mais s'inquiéter des limites d'une théorie n'est pas en méconnaître les mérites ni les beautés.

Nous nous occuperons essentiellement dans cet exposé de l'importante propriété de double connexité du groupe des rotations. Cette propriété était ignorée de la physique classique et c'est la théorie quantique des particules à spin demi-entier (les fermions) qui a révélé son importance fondamentale. Malheureusement, dans la plupart des livres que lisent les physiciens cette question n'est qu'effleurée et, de ce fait, difficile à comprendre. Je voudrais en faire ici un exposé aussi simple et géométrique que possible.

## 2 — Les paramètres d'une rotation

Rapportons l'espace euclidien à trois dimensions ( $R^3$ ) à un système d'axes orthogonaux  $Ox_1, Ox_2, Ox_3$ . La rotation d'un corps solide dans cet espace est en général définie par les angles d'Euler, mais les raisonnements fondamentaux gagnent à ce qu'on définisse une rotation par un axe et un angle.

Nous repèrerons l'axe d'une rotation à l'aide d'un vecteur unité  $\vec{i}$  défini par son azimut  $\alpha$  ( $0 \leq \alpha \leq 2\Pi$ ) et sa colatitude  $\beta$  ( $0 \leq \beta \leq \Pi$ ), de sorte que ses composantes soient :

$$(1) \quad \begin{aligned} i_1 &= \sin \beta \cos \alpha, & i_2 &= \sin \beta \sin \alpha, \\ & & i_3 &= \cos \beta. \end{aligned}$$

Désignons par  $\varphi$  l'angle d'une rotation autour de  $\vec{i}$  et toute rotation sera définie par un vecteur

$$(2) \quad \vec{\xi} = F(\varphi) \vec{i},$$

donc par trois nombres

$$(3) \quad \begin{aligned} \xi_1 &= F(\varphi) \sin \beta \cos \alpha, & \xi_2 &= F(\varphi) \sin \beta \sin \alpha \\ & & \xi_3 &= F(\varphi) \cos \beta, \end{aligned}$$

où  $F$  est une fonction réelle continue. La direction du vecteur  $\vec{\xi}$  nous donnera donc

l'axe de la rotation et l'angle nous sera donné par la longueur de ce vecteur.

Quel choix de la fonction  $F(\varphi)$  devons-nous faire pour que les nombres  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$  constituent un bon système de paramètres ? Il est naturel d'exiger que la correspondance entre les vecteurs et les éléments du groupe des rotations soit *biunivoque*. Il faut pour cela que  $F(\varphi)$  soit monotone : en effet, si  $F(\varphi)$  admettait un extrémum pour une valeur quelconque  $\varphi = \varphi_0$ , elle pourrait prendre une même valeur, pour deux valeurs différentes de  $\varphi$  voisines de  $\varphi_0$ . Un même vecteur  $\vec{\xi}$  pourrait alors définir deux rotations différentes.

On prend en général  $F(\varphi) \equiv \varphi$  et donc le système de paramètres

$$(4) \quad \begin{aligned} \xi_1 &= \varphi \sin \beta \cos \alpha, & \xi_2 &= \varphi \sin \beta \sin \alpha, \\ & & \xi_3 &= \varphi \cos \beta. \end{aligned}$$

Rappelons nous maintenant que deux rotations autour d'un même axe et dont les angles différents de  $2k\Pi$  sont identiques. D'autre part, deux rotations d'axes et angles opposés sont identiques. Il s'ensuit que sont également identiques deux rotations autour d'axes opposés et d'angles respectifs  $\Pi + \varphi$  et  $\Pi - \varphi$ .

Les paramètres  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$  dans (4) nous fourniront donc *toutes* les rotations si nous prenons

$$0 \leq \varphi \leq \Pi.$$

Les points  $\xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3)$  rempliront la sphère  $\Sigma$  de rayon  $\Pi$  centrée à l'origine et les points intérieurs à cette sphère sont en correspondance biunivoque avec les rotations d'angle  $\varphi$  différent de  $(2k+1)\Pi$  et d'axe quelconque. Le centre de  $\Sigma$  représente la rotation identique (d'angle nul); son axe est indéterminé. Une classe de rotations, c. à d. toutes les rotations qui ont même angle  $\varphi$  occupe la surface d'une sphère de rayon  $\varphi$ .

À un point de la surface de  $\Sigma$  correspond une rotation et une seule d'angle  $\Pi$  autour d'une certain axe. Au point diamétralement opposé correspond une rotation d'an-

gle —  $\Pi$  autour de l'axe opposé. Mais ces deux rotations sont *identiques* puisqu'elles diffèrent de  $2\Pi$  et ainsi, deux points diamétralement opposés sur la surface de  $\Sigma$  représentent une même rotation. Nous n'avons donc pas la correspondance biunivoque cherchée.

Nous ne saurions échapper à cet « accident » : le seul moyen serait de supprimer l'un des hémisphères de la surface de  $\Sigma$ . Mais alors  $\Sigma$  ne serait plus *fermée* et nous ne saurions plus définir des fonctions *continues* sur le groupe des rotations. Force nous est d'accepter ces circonstances comme une propriété que nous étudions plus loin.

### 3 — La continuité du groupe des rotations

Considérons dans l'espace  $R^3$  un corps solide de référence,  $C$ , et effectuons sur lui une rotation représentée par un point  $\xi$  dans  $\Sigma$ . Un point de  $C$  qui se trouvait initialement en un point  $m$  de  $R^3$  se trouvera maintenant en un point  $M$  (appelé *conséquent* de  $m$ ). Effectuons sur  $C$  une autre rotation  $\xi'$ . Le conséquent de  $m$  sera cette fois un point  $M'$ . Si  $\xi$  et  $\xi'$  coïncident,  $M$  et  $M'$  coïncident. Si l'on se donne un nombre  $\varepsilon$ , si petit soit-il, on pourra toujours trouver un nombre  $\eta$  tel que  $M'$  soit à moins de  $\varepsilon$  de  $M$  pourvu que  $\xi'$  se trouve à moins de  $\eta$  de  $\xi$  : donc

$$|M - M'| < \varepsilon$$

dès que

$$(5) \quad |\xi - \xi'| < \eta.$$

On dit des rotations  $\xi'$  qui vérifient (5) qu'elles se trouvent *dans un voisinage*  $\eta$  de la rotation  $\xi$ . Nous pourrions ainsi définir la notion de *limite* d'une suite  $\xi_n$  de rotations et la notion de *continuité* : le groupe des rotations est *continu*.

Faisons maintenant parcourir au point  $\xi'$  dans  $\Sigma$  une courbe continue  $\gamma$  (un *chemin*) qui joint le centre  $O$  de  $\Sigma$  (rotation identique) au point  $\xi$ .

A chaque point  $\xi'$  de  $\gamma$  correspond la position qu'occuperait notre corps de référence  $C$  dans  $R^3$  si l'on effectuait sur lui la rotation  $\xi'$  à partir de sa position initiale.

Quand  $\xi'$  parcourt  $\gamma$ , le corps  $C$  part de sa position initiale et passe par une suite continue de positions intermédiaires jusqu'à sa position finale quand  $\xi'$  rejoint  $\xi$ . Le chemin  $\gamma$  représente ainsi le processus physique par lequel on peut effectuer une rotation sur le solide  $C$ .

Le chemin (et donc le processus physique) le plus simple consisterait à joindre  $O$  à  $\xi$  le long du rayon de la sphère qui porte  $\xi$ . Le corps tourne alors autour d'un axe fixe qui est celui de la rotation  $\xi$ , d'un angle  $\varphi'$  qui varie de zéro à sa valeur finale  $\varphi$  qui correspond à  $\xi$ .

### 4 — La double connexité du groupe des rotations

On peut évidemment, d'une infinité de manières, effectuer sur le corps  $C$  la rotation  $\xi$ . Il leur correspond une infinité de chemins  $\gamma$  qui joignent le centre  $O$  de  $\Sigma$  au point  $\xi$ .

Soient deux tels chemins  $\gamma$  et  $\gamma'$ . Ils sont différents mais ont mêmes extrémités  $O$  et  $\xi$ . Supposons que l'on puisse déformer *continûment*  $\gamma'$ , ses extrémités restant fixes, de façon à le faire coïncider avec  $\gamma$  : nous dirons dans ce cas que  $\gamma$  et  $\gamma'$  sont *homotopes*.

La sphère étant un domaine simplement connexe, on pourrait croire que tous les chemins qui joignent deux rotations données (par exemple le centre  $O$  de  $\Sigma$  à une rotation  $\xi$  quelconque) sont homotopes : en effet, les lignes continues qui joignent deux points de la sphère peuvent être continûment déformées jusqu'à venir coïncider avec l'une d'entre elles.

S'il en était ainsi, le groupe des rotations serait par définition simplement connexe, mais il n'en est rien.

En effet, il est des chemins que l'on doit

considérer comme *continus* sur le groupe des rotations mais qui sont discontinus dans la sphère euclidienne.

La figure 1 représente la sphère  $\Sigma$ . On y voit trois chemins qui vont du centre  $O$  de  $\Sigma$  à un point  $\xi$ .

— Le chemin  $\gamma_1$  est simplement le rayon  $O\xi$ .

— Le chemin  $\gamma_2$  va du centre  $O$  à un point  $A$  de la surface de  $\Sigma$ , puis de  $A$  à  $\xi$ .

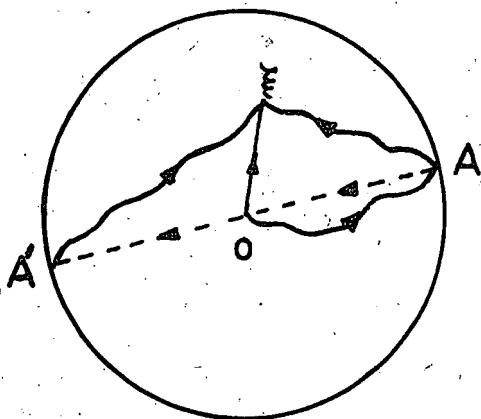


fig.1

Ce chemin  $\gamma_2(O A \xi)$  est évidemment homotope à  $\gamma_1(O \xi)$ .

— Le chemin  $\gamma_2$  va du centre  $O$  à un point  $A$  de la surface de  $\Sigma$ , puis saute sans intermédiaire au point  $A'$  qui lui est diamétralement opposé et va enfin de  $A'$  à  $\xi$ .

Malgré le saut  $AA'$ , ce chemin  $\gamma_2(O A A' \xi)$  est continu sur le groupe des rotations puisque  $A$  et  $A'$ , ainsi qu'on l'a vu plus haut, représentent une seule et même rotation. Cependant,  $\gamma_2$  n'est pas homotope à  $\gamma_1$ .

Il ne saurait être question, en effet, de rapprocher continument  $A$  de  $A'$  car les deux points cesseraient d'être diamétralement opposés à la surface de  $\Sigma$ , et ils ne représenteraient plus la même rotation, tout en restant à distance finie l'un de l'autre. Le chemin ne serait plus continu sur le groupe des rotations.

Si maintenant nous considérons (fig. 2) deux chemins  $O A A' \xi$  et  $O B B' \xi$  tels que  $\gamma_2$ , on voit qu'une déformation continue peut

amener en coïncidence  $A$  et  $B$  d'une part et  $A'$  et  $B'$  de l'autre. Ces deux chemins sont donc homotopes entre eux.

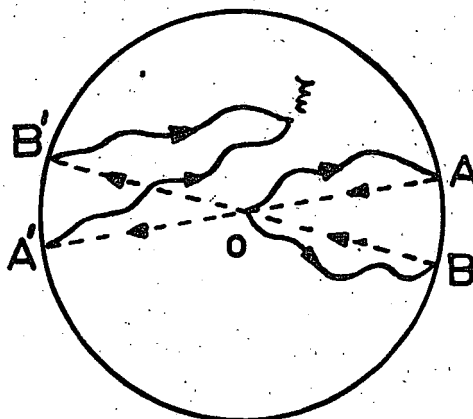


fig.2

Nous avons ainsi obtenu deux classes d'équivalence parmi les chemins continus sur le groupe des rotations: la classe  $\gamma_1$  des chemins homotopes à  $\gamma_1$  et la classe  $\gamma_2$  des chemins homotopes à  $\gamma_2$ . Ces classes sont bien distinctes, et on ne saurait passer de l'une à l'autre par homotopie.

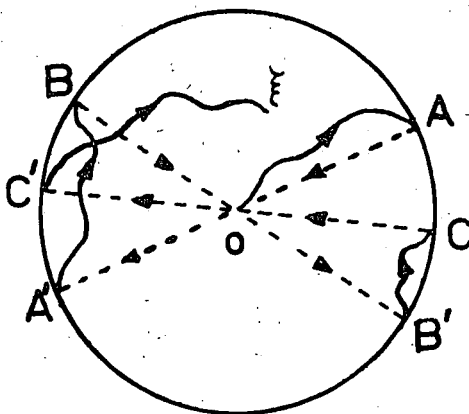


fig.3

Nous devons nous demander maintenant s'il n'existe pas de chemins  $\gamma_3$  qui feraient plusieurs sauts à la surface de la sphère  $\Sigma$  et ne seraient homotopes ni à  $\gamma_1$ , ni à  $\gamma_2$ .

Examinons pour cela par exemple le chemin  $\gamma_3(O A A' B B' C C' \xi)$  de la figure 3 qui comporte trois sauts  $AA'$ ,  $BB'$ , et  $CC'$ .

Nous pouvons, par déformation continue, amener par exemple  $C$  en  $B'$ , et donc  $C'$  en  $B$ . Effectuer successivement les sauts  $BB'$  et  $CC'$  revient alors à rester en  $B$ . Le chemin  $\gamma_3$  est donc homotope à un chemin  $OAA'B\xi$  qui ne comporte qu'un seul saut. Donc  $\gamma_3$  est de la classe  $\gamma_2$ .

Plus généralement, on montrerait par récurrence qu'un chemin comportant  $2n$  sauts est de la classe  $\gamma_1$  et qu'un chemin comportant  $2n + 1$  sauts est de la classe  $\gamma_2$ .

On voit donc que les chemins continus qui joignent deux éléments du groupe des rotations se divisent en deux classes d'équivalence et deux seulement. On exprime cela en disant que le groupe des rotations est doublement connexe.

## 5 — Fonctions uniformes, fonctions multiformes

Soit une fonction continue sur le groupe des rotations. Ce sera une fonction  $f(\xi) = f(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$  continue par rapport aux variables  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$ . Ceci veut dire qu'étant donné un nombre  $\varepsilon$ , on peut trouver un nombre  $\eta$  tel que  $|f(\xi) - f(\xi')| < \varepsilon$  dès que  $|\xi - \xi'| < \eta$ ; mais ceci ne veut pas du tout dire que  $f(\xi)$  doit prendre la même valeur en deux points diamétralement opposés de la surface de la sphère  $\Sigma$ , sous prétexte que ces deux points représentent une même rotation. La continuité est une propriété locale! S'il se trouve qu'en deux tels points diamétralement opposés  $f(\xi)$  a la même valeur, on dit que  $f(\xi)$  est *uniforme*. Dans le cas contraire, on dit que  $f(\xi)$  est *multiforme*.

Pour mieux nous rendre compte de cela, procédons comme suit. Partons d'un point  $\xi_0$  quelconque et revenons y en suivant les valeurs de  $f(\xi)$  le long d'un chemin fermé. Deux cas peuvent se présenter :

1) Le chemin fermé comporte un nombre pair de sauts entre des points diamétralement opposés à la surface de la sphère  $\Sigma$ : il est du type  $\gamma_1$ . D'après le paragraphe précédent, on montre facilement qu'il est homotope à zéro, c. à d. qu'on pourra, par

déformation continue, l'écraser sur  $\xi_0$ . La continuité de  $f(\xi)$  veut alors que, par un tel chemin  $f(\xi)$  revienne en  $\xi_0$  avec une valeur égale à sa valeur initiale.

2) Le chemin comporte un nombre impair de sauts à la surface de  $\Sigma$ . Il est du type  $\gamma_2$ . S'il se trouve que par un tel chemin également,  $f(\xi)$  revient en  $\xi_0$  avec sa valeur initiale, nous dirons qu'elle est *uniforme*.

Mais ce chemin n'étant pas homotope à zéro, la continuité de  $f(\xi)$  ne l'oblige nullement à revenir en  $\xi_0$  avec sa valeur initiale. Elle peut revenir, comme on dit, avec une nouvelle *détermination*. S'il en est ainsi, on dit que  $f(\xi)$  est multiforme.

Repartons alors de  $\xi_0$  avec cette seconde détermination de  $f(\xi)$ , le long d'un chemin fermé qui comporte, lui aussi, un nombre impair de sauts et est donc du type  $\gamma_2$ .  $f(\xi)$  reviendra en  $\xi_0$  avec une troisième valeur. Mais cette fois, depuis le premier départ de  $\xi_0$ , on aura parcouru successivement deux chemins de type  $\gamma_2$ ; le chemin total parcouru comportera donc un nombre pair de sauts (somme de deux nombres impairs). Il est donc du type  $\gamma_1$  et, comme tel, homotope à zéro. Nous revenons ainsi au cas précédent et il faut que  $f(\xi)$  retrouve en  $\xi_0$  sa valeur initiale: la troisième valeur de  $f$  en  $\xi_0$  est égale à la première.

Nous pouvons donc affirmer qu'une fonction continue sur le groupe des rotations comporte au plus deux déterminations.

Pour donner des exemples, prenons des fonctions qui ne dépendent pas de l'axe de la rotation mais seulement de son angle. Le lecteur vérifiera sans peine que

$f(\xi) = \sin \varphi$  est une fonction continue uniforme.

$f(\xi) = \sin \frac{\varphi}{2}$  est une fonction continue multiforme.

$f(\xi) = \sin \frac{\varphi}{3}$  n'est pas une fonction continue sur le groupe des rotations.



En effet, elle peut revenir en un point  $\xi_0$  avec une valeur différente de sa valeur initiale après avoir parcouru un chemin fermé homotope à zéro. Si le chemin comporte, par exemple, deux sauts à la surface de  $\Sigma$ ,  $f(\xi)$  partira avec une détermination  $f(\xi_0) = \sin \frac{\varphi_0}{3}$  de  $\xi_0$  et y reviendra avec la valeur

$$f = \sin \frac{\varphi_0 + 4\Pi}{3} = \sin \frac{\varphi_0 + \Pi}{3} \neq \sin \frac{\varphi_0}{3}.$$

## 6 - La sphère $S^2$

Ce qui vient d'être dit du groupe des rotations n'est pas sans rappeler les propriétés du domaine de définition d'une fonction analytique, disons par exemple  $\sqrt{z}$ . Remarquons même que sur le domaine de définition doublement connexe de  $\sqrt{z}$ , la fonction  $\sqrt{z}$  est, comme on sait, multiforme et a deux déterminations, la fonction  $z$  est uniforme, alors que  $\sqrt[3]{z}$  n'est pas continue, et ceci nous rappelle les propriétés des trois fonctions que nous venons de citer.

On sait qu'en Analyse, dans le but de n'opérer que sur des fonctions uniformes, on remplace le domaine de définition de la fonction analytique par un domaine simplement connexe, la surface de Riemann. Sur cette surface, la fonction est uniforme, mais en revanche la correspondance entre la surface de Riemann et le domaine initial n'est pas biunivoque. A un point de ce dernier correspondent autant de points sur la surface de Riemann que la fonction multiforme avait de déterminations.

En théorie des groupes, on sait faire une construction analogue et l'être qui tient lieu de surface de Riemann est le *recouvrement universel du groupe*. Nous allons chercher celui du groupe des rotations.

Dans les formules (3), nous prendrons maintenant

$$F(\varphi) = \sin \frac{\varphi}{2},$$

nous poserons

$$(6) \quad \varphi = 2\gamma,$$

et nous aurons donc les nouveaux paramètres

$$(7) \quad \begin{aligned} \xi_1 &= \sin \gamma \cdot \sin \beta \cdot \cos \alpha, \\ \xi_2 &= \sin \gamma \cdot \sin \beta \cdot \sin \alpha, \quad \xi_3 = \sin \gamma \cdot \cos \beta. \end{aligned}$$

Si nous prenons  $0 \leq \varphi \leq \Pi$  (et donc  $0 \leq \gamma \leq \frac{\Pi}{2}$  comme dans (4)),  $\sin \gamma$  serait une fonction monotone dans cet intervalle et le système de paramètres (7) serait tout à fait analogue aux paramètres (4). Notamment, un chemin dans le groupe des rotations le long duquel l'angle de la rotation varie de  $2\Pi$  serait du type  $\gamma_2$  et aurait donc une discontinuité à la surface de la sphère  $\Sigma^*$  que remplissent les points  $\xi$  de coordonnées (7).

Mais nous prendrons maintenant

$$(8) \quad 0 \leq \varphi \leq 2\Pi, \text{ donc } 0 \leq \gamma \leq \Pi.$$

Cette fois ci, tout point de cette sphère unité représente non pas une, mais *deux rotations* qui ont même axe et les angles respectifs  $2\gamma$  et  $2\Pi - 2\gamma$ , puisque  $\sin \gamma = \sin(\Pi - \gamma)$ .

En revanche, ceci nous permet de parcourir un chemin fermé continu le long duquel l'angle  $\varphi$  de la rotation augmente  $2\Pi$ : en effet, partons du centre de la sphère et parcourons un chemin le long duquel l'angle  $\varphi$  (et donc  $\gamma$ ) ne fait que croître. Quand  $\varphi$  aura atteint  $\Pi$ ,  $\gamma$  atteindra  $\frac{\Pi}{2}$  et le point  $\xi$  donné par (7) sera sur la sphère unité. Si  $\varphi$  continue à augmenter,  $\gamma$  prendra des valeurs supérieures à  $\frac{\Pi}{2}$  et  $\xi$  reviendra *continuellement* à l'intérieur de la sphère.

Nous avons donc, dans nos paramètres  $\xi$ , gagné en continuité ce que nous avons perdu en univocité. Cherchons maintenant à retrouver l'univocité.

Plongeons l'espace  $R^3$  à trois dimensions avec la sphère (7) dans un espace euclidien

(\*) Cette sphère est ici la sphère unité, puisque  $0 \leq \sin \gamma \leq 1$ .

$R^4$  à quatre dimensions. L'espace  $R^3$  est alors l'hyperplan (à trois dimensions) passant par l'origine de  $R^4$  et orthogonal à l'axe  $x_4$ . D'après (7), les rotations ayant même angle  $\varphi = 2\gamma$  sont représentées dans cet hyperplan  $R^3$  sur une sphère de rayon  $\sin \gamma$ . Les rotations d'angle  $\varphi = 2\Pi - 2\gamma$  sont, elles aussi, sur une sphère mais elle coïncide avec la première, puisqu'elle a même rayon  $\sin \gamma$ .

Grace à la quatrième dimension de  $R^4$ , nous allons séparer ces deux sphères en convenant qu'aux rotations d'angle  $2\gamma$  ne correspond plus la sphère à trois dimensions, et de rayon  $\sin \gamma$  centrée à l'origine dans  $R^3$ , mais celle qu'on obtient en la translatant le long de  $x_4$  d'un vecteur  $\cos \gamma$ . Les deux sphères précédentes se trouveront maintenant symétriques dans  $R^4$  par rapport à l'hyperplan  $R^3$ , puisque  $\cos \gamma = -\cos(\Pi - \gamma)$ .

D'après (7), les coordonnées d'un point d'une telle sphère dans  $R^4$  seront donc

$$(9) \quad \xi_1 = \sin \gamma \sin \beta \cos \alpha, \quad \xi_2 = \sin \gamma \sin \beta \sin \alpha, \\ \xi_3 = \sin \gamma \cos \beta, \quad \xi_4 = \cos \gamma, \\ 0 \leq \alpha \leq 2\Pi, \quad 0 \leq \beta \leq \Pi, \quad 0 \leq \gamma \leq \Pi.$$

On voit que  $\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2 + \xi_4^2 = 1$  et d'après les domaines de variation de  $\alpha, \beta, \gamma$ , les points  $M$  de coordonnées  $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$  balayent donc la surface (à trois dimensions) de la sphère unité  $S^4$  dans l'espace  $R^4$ . Les angles  $\alpha, \beta, \gamma$ , sont les coordonnées sphériques sur  $S^4$ .

A tout point de  $S^4$  correspond une rotation et une seule, mais à une rotation correspondent deux points de  $S^4$  diamétralement opposés (\*). En particulier, au pôle nord  $N$  de  $S^4$  ( $\gamma = 0$ ) correspond une rotation d'angle nul et au pôle sud correspond une rotation d'angle  $2\Pi$ .

Un chemin continu sur  $S^4$  représente un chemin sur le groupe des rotations et il est facile de voir la forme que prend ici la discussion du §4.

On peut joindre la rotation unité à une rotation quelconque par deux types de chemins différents. En effet la rotation unité était au centre  $O$  de la sphère  $\Sigma$ , elle est maintenant au pôle nord (\*) de  $S^4$  ( $\gamma = 0$ ) et nous pouvons joindre sur  $S^4$  le pôle nord  $N$  aux deux points diamétralement opposés qui représentent la rotation que nous considérons. Les chemins qui joignent le point  $N$  à l'un de ces points sont homotopes entre eux mais ne sont pas homotopes à ceux qui joignent le point  $N$  à l'autre point qui représente cette rotation.

On voit donc aussitôt qu'il y a deux types de chemins et deux seulement. De même, on distingue les deux types de chemins fermés sur le groupe des rotations. En effet, à un chemin fermé sur le groupe des rotations peuvent correspondre sur  $S^4$  deux types de chemins : les chemins fermés qui partent d'un point et y reviennent et les chemins ouverts qui partent d'un point et rejoignent le point diamétralement opposé, qui correspond donc, lui aussi, à la rotation initiale. Que ces deux types de chemins ne sont pas homotopes est une évidence.

A une fonction continue sur le groupe des rotations correspond une fonction continue sur  $S^4$  est uniforme. En effet, la sphère  $S^4$  est simplement connexe, tout les chemins fermés y sont donc homotopes à zéro et une fonction qui part d'un point doit y revenir avec sa valeur initiale si on veut qu'elle soit continue (\*\*).

Sur le groupe des rotations, nous appelions uniformes les fonctions qui retrouvent leur valeur initiale quand l'angle de la rotation augmente de  $2\Pi$ . Sur  $S^4$  de telles fonctions prendront donc des valeurs égales en des points diamétralement opposés. Les fonctions continues sur  $S^4$  et qui ne jouissent pas de cette propriété correspondront à des fonctions multiformes sur le groupe des rotations.

(\*) Les rotations correspondant à deux points diamétralement opposés sur  $S^4$  ont leur axe et leur angle opposés : elles sont identiques.

(\*) Nous pourrions évidemment refaire le raisonnement qui va suivre en partant du pôle sud.

(\*\*) Et même tout simplement définie!

## 7 — Le recouvrement universel du groupe des rotations. Les transvections sur $S^4$

Ainsi donc, avec la sphère  $S^4$ , nous avons réalisé une construction géométrique analogue à celle de la surface de Riemann d'une fonction analytique.

Si nous savons induire sur  $S^4$  une structure de groupe telle que le groupe des rotations soit un *homomorphisme* de ce groupe, nous aurons le recouvrement universel du groupe des rotations.

Mais une telle structure nous saute aux yeux : c'est simplement celle du groupe des déplacements continus, ou *transvections* sur la surface  $S^4$ . A chaque rotation correspondent en effet deux transvections qui consistent à partir du pôle nord de  $S^4$  vers chacun des deux points qui représentent la rotation considérée. A chaque transvection correspond une seule rotation que l'on trouve en cherchant le point auquel on aboutit sur  $S^4$  en effectuant à partir du pôle nord la transvection considérée. A la transvection nulle correspond la rotation nulle, à deux transvections inverses l'une de l'autre correspondent des rotations inverses et on montrerait qu'au produit de deux transvections correspond le produit des rotations homologues. Bref, le groupe des rotations est un *homomorphisme* du groupe des transvections sur  $S^4$  qui est donc le recouvrement cherché.

Disons plutôt que nous avons ainsi une *réalisation* de ce recouvrement. C'en est une autre qu'on utilise en général sous le nom de *groupe unitaire unimodulaire*. On peut construire très simplement ce groupe qui est isomorphe au groupe des transvections sur  $S^4$ , en posant

$$(10) \quad a = \xi_4 + i\xi_3; \quad b = \xi_2 + i\xi_1 \text{ et}$$

$$(11) \quad U = \begin{bmatrix} a & b \\ -b^* & a^* \end{bmatrix}$$

Ainsi, à chaque point  $\{\xi_k\}$  sur  $S^4$ , donc à chaque transvection sur  $S^4$  et aussi aux deux rotations qu'elle représente, correspond une matrice  $U$  et une seule.

Le produit *hermitien* des deux lignes de la

matrice  $U$  est nul et comme  $\{\xi_k\}$  est un point de  $S^4$ , on a  $\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2 + \xi_4^2 = 1$  d'où

$$(12) \quad aa^* + bb^* = 1.$$

Il s'ensuit que  $U$  est *unitaire* et que son déterminant est égal à 1 (on dit qu'elle est *unimodulaire*). Il est clair que l'inverse de  $U$  possède les mêmes propriétés, ainsi que le produit  $UU'$  de deux telles matrices. Les matrices  $U$  constituent donc bien un groupe dont on montre qu'il est isomorphe à celui des transvections sur  $S^4$  et qu'il constitue ainsi, lui aussi, une réalisation du groupe de recouvrement du groupe des rotations.

L'étude de ces matrices  $U$  se trouve dans tous les livres qui traitent du groupe des rotations.

Observons que la matrice  $U$  est évidemment une fonction *continue* sur  $S^4$  mais qu'en deux points diamétralement opposés sur  $S^4$  elle prend des signes opposés (on le voit sur (10)). La matrice  $U$  est donc une fonction *multiforme* sur le groupe des rotations et c'est ainsi que, dans les livres, cette notion même est introduite.

Le seul but de cet exposé était d'essayer de faire sentir à un lecteur qui serait peu familier avec la théorie des groupes le sens géométrique qu'il convient d'attacher aux fonctions multiformes.

Rappelons enfin que l'étude de ces fonctions n'est pas un raffinement stérile mais le fondement même de la théorie du spin. Si bien que très souvent, en physique quantique, le groupe «physique» n'est pas celui des rotations, mais son recouvrement universel pris sous la forme des transvections sur  $S^4$  ou sous la forme des matrices  $U$ .

### BIBLIOGRAPHIE

- [1] E. CARTAN, *Leçons sur la théorie des spineurs*, t. I, Paris (1938).
- [2] E. WIGNER, *Group theory and its applications to the quantum mechanics of atomic spectra*, New-York (1959).
- [3] L. S. PONTRIAGIN, *Topological groups*, New-York.
- [4] G. LOCHAK, *Quelques problèmes sur le groupe des rotations et la topologie quantique*, Cahiers de Physique 13: 41-80, (1959).

## Antologia

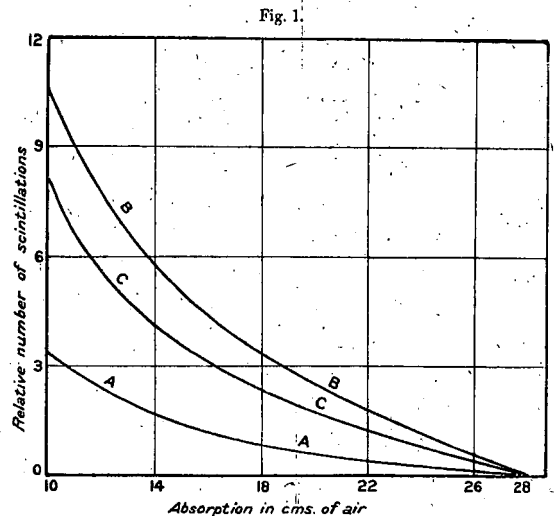
LIV — *Collision of  $\alpha$  Particles with Light Atoms. IV. An Anomalous Effect in Nitrogen.* By Professor Sir E. Rutherford, F. R. S.\* [*Phil. Mag. S. 6. Vol. 37. No. 222. June 1919*].

It has been shown in paper I. that a metal source, coated with a deposit of radium C, always gives rise to a number of scintillations on a zinc sulphide screen far beyond the range of the  $\alpha$  particles. The swift atoms causing these scintillations carry a positive charge and are deflected by a magnetic field, and have about the same range and energy as the swift H atoms produced by the passage of  $\alpha$  particles through hydrogen. These «natural» scintillations are believed to be due mainly to swift H atoms from the radioactive source, but it is difficult to decide whether they are expelled from the radioactive source itself or are due to the action of  $\alpha$  particles on occluded hydrogen.

The apparatus employed to study these «natural» scintillations is the same as that described in paper I. The intense source of radium C was placed inside a metal box about 3 cm. from the end, and an opening in the end of the box was covered with a silver plate of stopping power equal to about 6 cm. of air. The zinc sulphide screen was mounted outside, about 1 mm. distant from the silver plate, to admit of the introduction of absorbing foils between them. The whole apparatus was placed in a strong magnetic field to deflect the  $\beta$  rays. The variation in the number of these «natural» scintillations with absorption in terms of cms. of air is shown in fig. 1, curve A. In this case, the air in the box was exhausted and absorbing foils of aluminium were used. When dried oxygen or carbon dioxide was admitted into the vessel, the number of scintillations diminished to

about the amount to be expected from the stopping power of the column of gas.

A surprising effect was noticed, however, when dried air was introduced. Instead of diminishing, the number of scintillations was increased, and for an absorption corresponding to about 19 cm. of air the number was about twice that observed when the air was



exhausted. It was clear from this experiment that the  $\alpha$  particles in their passage through air gave rise to long-range scintillations which appeared to the eye to be about equal in brightness to H scintillations. A systematic series of observations was undertaken to account for the origin of these scintillations. In the first place we have seen that the passage of  $\alpha$  particles through nitrogen and oxygen gives rise to numerous bright scintillations which have a range of about 9 cm. in air. These scintillations have about the range to be expected if they are due to swift N or O atoms, carrying unit charge, produced by collision with  $\alpha$  particles. All experiments have consequently been made with an absorption greater than 9 cm. of air, so that these atoms are completely stopped before reaching the zinc sulphide screen.

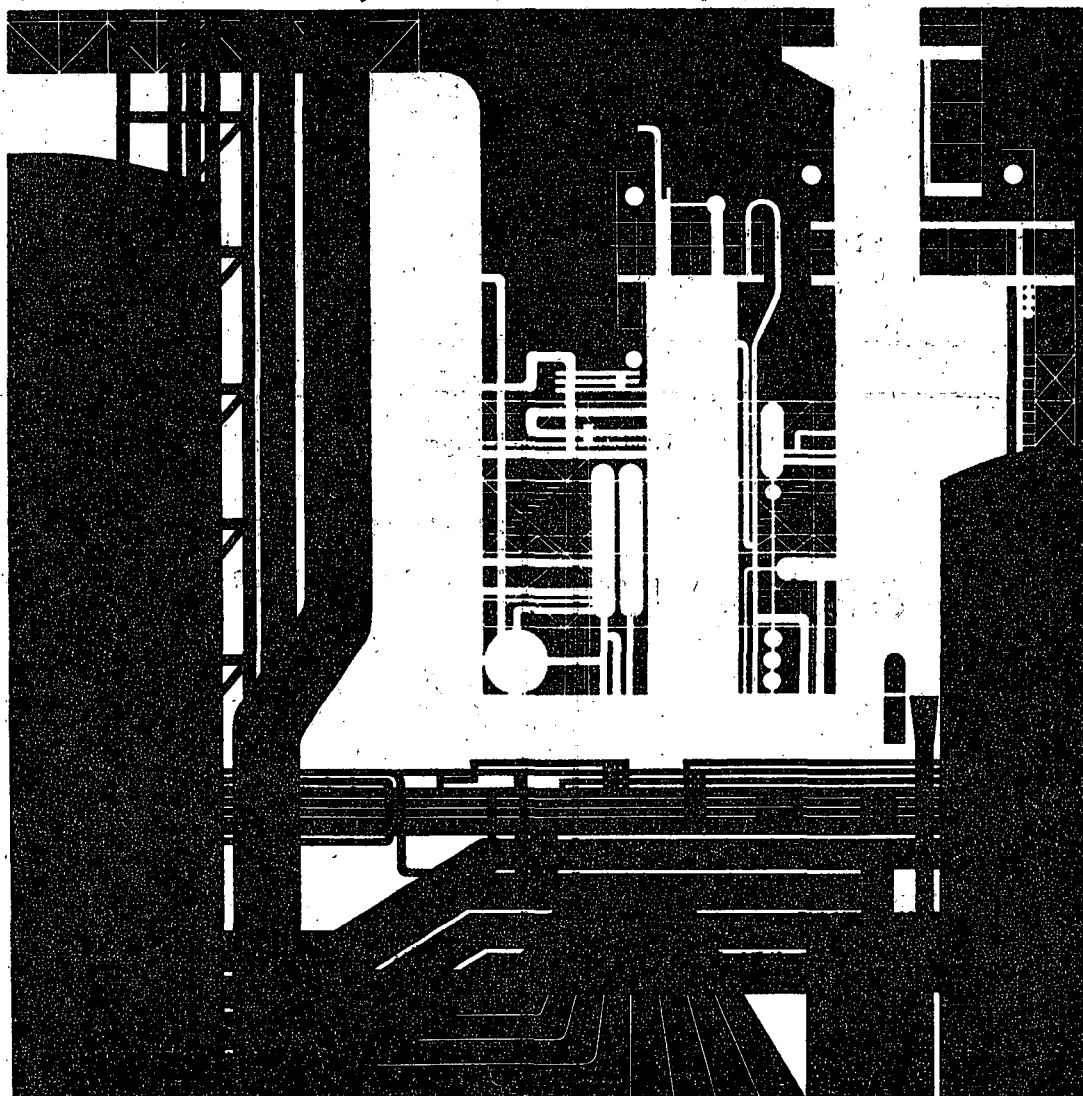
It was found that these long-range scintillations could not be due to the presence

\* Communicated by the Author.



MILHARES DE PRODUTOS SAEM DO PETRÓLEO — CARBURANTES, LUBRIFICANTES, BETUMES, GASES, PRODUTOS QUÍMICOS DOS GÊNEROS MAIS DIFERENTES — UMA ENORME GAMA À DISPOSIÇÃO DO AUTOMÓVEL, DA AVIAÇÃO E DA MARINHA, DA AGRICULTURA OU DA INDÚSTRIA.. AO SERVIÇO DO HOMEM E DA VIDA DE TODOS OS DIAS.

**SHELL PORTUGUESA, S. A. R. L.**





# KORES, LDA.

FÁBRICA DE:

- PAPEIS QUÍMICOS
- FITAS PARA MÁQUINAS
- STENCILS
- TINTAS PARA DUPLICADORES

CABO RUIVO

LISBOA

TELEF. 77 66 82

## Correia & Polónia, L.<sup>da</sup>

- PAPELARIA
- TIPOGRAFIA
- ENCADERNAÇÃO
- E ARTIGOS DE ESCRITÓRIO

Rua Conde Sabugosa, 7-A (à Av. Roma)  
LISBOA

Tipografia // Litografia // Encadernação

## S O C I E D A D E T I P O G R Á F I C A

# «A Mundial» LIMITADA

ESCRITÓRIO:  
AVENIDA ALMIRANTE REIS, 45-A  
TELEFONE 83 36 66

LISBOA 1

OFICINAS: NOVAS INSTALAÇÕES,  
REGUEIRÃO DOS ANJOS, 36

of water vapour in the air; for the number was only slightly reduced by thoroughly drying the air. This is to be expected, since on the average the number of the additional scintillations due to air was equivalent to the number of H atoms produced by the mixture of hydrogen at 6 cm. pressure with oxygen. Since on the average the vapour pressure of water in air was not more than 1 cm., the effects of complete drying would not reduce the number by more than one sixth. Even when oxygen and carbon dioxide saturated with water vapour at 20° C. were introduced in place of dry air, the number of scintillations was much less than with dry air.

It is well known that the amount of hydrogen or gases containing hydrogen is normally very small in atmospheric air. No difference was observed whether the air was taken directly from the room or from outside the laboratory or was stored for some days over water.

There was the possibility that the effect in air might be due to liberation of H atoms from the dust nuclei in the air. No appreciable difference, however, was observed when the dried air was filtered through long plugs of cotton-wool, or by storage over water for some days to remove dust nuclei.

Since the anomalous effect was observed in air, but not in oxygen, or carbon dioxide, it must be due either to nitrogen or to one of the other gases present in atmospheric air. The latter possibility was excluded by comparing the effects produced in air and in chemically prepared nitrogen. The nitrogen was obtained by the well-known method of adding ammonium chloride to sodium nitrite, and stored over water. It was carefully dried before admission to the apparatus. With pure nitrogen, the number of long-range scintillations under similar conditions was greater than in air. As a result of careful experiments, the ratio was found to be 1.25, the value to be expected if the scintillations are due to nitrogen.

The results so far obtained show that the long-range scintillations obtained from air must be ascribed to nitrogen, but it is

important, in addition, to show that they are due to collision of  $\alpha$  particles with atoms of nitrogen through the volume of the gas. In the first place, it was found that the number of the scintillations varied with the pressure of the air in the way to be expected if they resulted from collision of  $\alpha$  particles along the column of gas. In addition, when an absorbing screen of gold or aluminium was placed close to the source, the range of the scintillations was found to be reduced by the amount to be expected if the range of the expelled atom was proportional to the range of the colliding  $\alpha$  particles. These results show that the scintillations arise from the volume of the gas and are not due to some surface effect in the radioactive source.

In fig. 1 curve A the results of a typical experiment are given showing the variation in the number of natural scintillations with the amount of absorbing matter in their path measured in terms of centimetres of air for  $\alpha$  particles. In these experiments carbon dioxide was introduced at a pressure calculated to give the same absorption of the  $\alpha$  rays as ordinary air. In curve B the corresponding curve is given when air at N. T. P. is introduced in place of carbon dioxide. The difference curve C shows the corresponding variation of the number of scintillations arising from the nitrogen in the air. It was generally observed that the ratio of the nitrogen effect to the natural effect was somewhat greater for 19 cm. than for 12 cm. absorption.

In order to estimate the magnitude of the effect, the space between the source and screen was filled with carbon dioxide at diminished pressure and a known pressure of hydrogen was added. The pressure of the carbon dioxide and of hydrogen were adjusted so that the total absorption of  $\alpha$  particles in the mixed gas should be equal to that of the air. In this way it was found that the curve of absorption of H atoms produced under these conditions was somewhat steeper than curve C of fig. 1. As a consequence, the amount of hydrogen mixed with carbon

dioxide required to produce a number of scintillations equal to that of air, increased with the increase of absorption. For example, the effect in air was equal to about 4 cm. of hydrogen at 12 cm. absorption, and about 8 cm. at 19 cm. absorption. For a mean value of the absorption, the effect was equal to about 6 cm. of hydrogen. This increased absorption of H atoms under similar conditions indicated either that (1) the swift atoms from air had a somewhat greater range than the H atoms, or (2) that the atoms from air were projected more in the line of flight of the  $\alpha$  particles.

While the maximum range of the scintillations from air using radium C as a source of  $\alpha$  rays appeared to be about the same, viz. 28 cm., as for H atoms produced from hydrogen, it was difficult to fix the end of the range with certainty on account of the smallness of the number and the weakness of the scintillations. Some special experiments were made to test whether, under favourable conditions, any scintillations due to nitrogen could be observed beyond 28 cm. of air absorption. For this purpose a strong source (about 60 mg. Ra activity) was brought within 2.5 cm. of the zinc sulphide screen, the space between containing dry air. On still further reducing the distance, the screen became too bright to detect very feeble scintillations. No certain evidence of scintillations was found beyond a range of 28 cm. It would therefore appear that (2) above is the more probable explanation.

In a previous paper (III.) we have seen that the number of swift atoms of nitrogen or oxygen produced per unit path by collision with  $\alpha$  particles is about the same as the corresponding number of H atoms in hydrogen. Since the number of long-range scintillations in air is equivalent to that produced under similar conditions in a column of hydrogen at 6 cm. pressure, we may consequently conclude that only one long-range atom is produced for every 12 close collisions giving rise to a swift nitrogen atom of maximum range 9 cm.

It is of interest to give data showing the number of long-range scintillations produced in nitrogen at atmospheric pressure under definite conditions. For a column of nitrogen 3.3 cm. long, and for a total absorption of 19 cm. of air from the source, the number due to nitrogen per milligram of activity is .6 per minute on a screen of 3.14 sq. mm. area.

Both as regards range and brightness of scintillations, the long-range atoms from nitrogen closely resemble H atoms, and in all probability are hydrogen atoms. In order, however, to settle this important point definitely, it is necessary to determine the deflexion of these atoms in a magnetic field. Some preliminary experiments have been made by a method similar to that employed in measuring the velocity of the H atom (see paper II.). The main difficulty is to obtain a sufficiently large deflexion of the stream of atoms and yet have a sufficient number of scintillations per minute for counting. The  $\alpha$  rays from a strong source passed through dry air between two parallel horizontal plates 3 cm. long and 1.6 mm. apart, and the number of scintillations on the screen placed near the end of the plates was observed for different strengths of the magnetic field. Under these conditions, when the scintillations arise from the whole length of the column of air between the plates, the strongest magnetic field available reduced the number of scintillations by only 30 per cent. When the air was replaced by a mixture of carbon dioxide and hydrogen of the same stopping power for  $\alpha$  rays, about an equal reduction was noted. As far as the experiment goes, this is an indication that the scintillations are due to H atoms; but the actual number of scintillations and the amount of reduction was too small to place much reliance on the result. In order to settle this question definitely, it will probably prove necessary to employ a solid nitrogen compound, free from hydrogen, as a source, and to use much stronger sources of  $\alpha$  rays. In such experiments, it will be of importance to discriminate between the deflexions due to H atoms and possible



atoms of atomic weight 2. From the calculations given in paper III., it is seen that a collision of an  $\alpha$  particle with a free atom of mass 2 should give rise to an atom of range about 32 cm. in air, and of initial energy about .89 of that of the H atom produced under similar conditions. The deflexion of the pencil of these rays in a magnetic field should be about .6 of that shown by a corresponding pencil of H atoms.

#### *Discussion of results*

From the results so far obtained it is difficult to avoid the conclusion that the long-range atoms arising from collision of  $\alpha$  particles with nitrogen are not nitrogen atoms but probably atoms of hydrogen, or atoms of mass 2. If this be the case, we must conclude that the nitrogen atom is disintegrated under the intense forces developed in a close collision with a swift  $\alpha$  particle, and that the hydrogen atom which is liberated formed a constituent part of the nitrogen nucleus. We have drawn attention in paper III. to the rather surprising observation that the range of the nitrogen atoms in air is about the same as the oxygen atoms, although we should expect a difference of about 19 per cent. If in collisions which give rise to swift nitrogen atoms, the hydrogen is at the same time disrupted, such a difference might be accounted for, for the energy is then shared between two systems.

It is of interest to note, that while the majority of the light atoms, as is well known, have atomic weights represented by  $4n$  or  $4n + 3$  where  $n$  is a whole number, nitrogen is the only atom which is expressed by  $4n + 2$ . We should anticipate from radioactive data that the nitrogen nucleus consists of three helium nuclei each of atomic mass 4 and either two hydrogen nuclei or one of mass 2. If the H nuclei were outriders of the main system of mass 12, the number of close collisions with the bound H nuclei would be less than if the latter were free, for the  $\alpha$  particle in a collision comes under the com-

bined field of the H nucleus and of the central mass. Under such conditions, it is to be expected that the  $\alpha$  particle would only occasionally approach close enough to the H nucleus to give it the maximum velocity, although in many cases it may give it sufficient energy to break its bond with the central mass. Such a point of view would explain why the number of swift H atoms from nitrogen is less than the corresponding number in free hydrogen and less also than the number of swift nitrogen atoms. The general results indicate that the H nuclei, which are released, are distant about twice the diameter of the electron ( $7 \times 10^{-13}$  cm.) from the centre of the main atom. Without a knowledge of the laws of force at such small distances, it is difficult to estimate the energy required to free the H nucleus or to calculate the maximum velocity that can be given to the escaping H atom. It is not to be expected, *a priori*, that the velocity or range of the H atom released from the nitrogen atom should be identical with that due to a collision in free hydrogen.

Taking into account the great energy of motion of the  $\alpha$  particle expelled from radium C, the close collision of such an  $\alpha$  particle with a light atom seems to be the most likely agency to promote the disruption of the latter; for the forces on the nuclei arising from such collisions appear to be greater than can be produced by any other agency at present available. Considering the enormous intensity of the forces brought into play, it is not so much a matter of surprise that the nitrogen atom should suffer disintegration as that the  $\alpha$  particle itself escapes disruption into its constituents. The results as a whole suggest that, if  $\alpha$  particles — or similar projectiles — of still greater energy were available for experiment, we might expect to break down the nucleus structure of many of the lighter atoms.

I desire to express my thanks to Mr. William Kay for his invaluable assistance in counting scintillations.

University of Manchester, April 1919.

## Novas perspectivas no ensino da Física

por F. BRAGANÇA GIL

O ensino das ciências tem beneficiado, nos últimos anos, de uma substancial renovação. Em todos os graus de ensino, tem-se procurado desenvolver métodos pelos quais se possa elevar o nível de cultura científica do estudante, não só de um modo informativo, mas — sobretudo formativo. Constitui preocupação de muitas entidades, em numerosos países — quer oficiais quer particulares — o estudo desses métodos bem como dos «currícula» mais adequados a cada caso particular.

Em especial, no domínio da Física ao nível universitário, têm-se multiplicado as disciplinas novas, ao mesmo tempo que se aperfeiçoam os programas e os métodos de ensino. Por outro lado, a satisfação das crescentes exigências da Ciência e da Técnica actuais — e atendendo ao papel relevante que os físicos necessariamente representam no panorama técnico-científico contemporâneo — tem levado à criação de novos cursos de nível universitário bem como a especializações post-universitários. Mas deixemos, por agora, o ensino superior da Física.

Paralelamente à formação profissional, a Física desempenha, num nível mais ou menos elementar, um papel de particular importância na formação cultural de qualquer indivíduo, quer se destine a uma profissão de carácter científico ou técnico quer se oriente para outra actividade que nada tenha a ver, directamente, com a Física. Este facto é hoje admitido mesmo pelos mais acérrimos defensores da educação tradicional, baseada quase exclusivamente na cultura literária e artística. A autêntica cultura geral contemporânea não pode ficar confinada às humanidades; ela ficará gravemente truncada se ignorar o método científico bem como as grandes linhas

da evolução das ciências. É tão grave, do ponto de vista de cultura geral, desconhecer a *evolução das ideias em física* como não ter lido os grandes clássicos da língua...

Por este motivo, ensaia-se, em certos países, o início dos estudos de Física desde a escola primária ao mesmo tempo que, por toda a parte, se insiste na intensificação destes estudos nos cursos secundários.

A este último nível, uma atenção muito particular tem sido dada à revisão dos métodos de ensino tradicional desta ciência, tais como a sua apresentação em compartimentos estanques que coincidem com as divisões tradicionais da Física — Mecânica, Calor, Óptica, etc.; o papel dos trabalhos práticos e a sua articulação com a teoria; a falta de relação do ensino com as recentes aquisições da ciência, de que um aluno tem conhecimento fora da Escola a cada passo, pelo jornais e revistas, pelo cinema, etc., e que lhe despertam uma viva curiosidade. Este último ponto é hoje reputado de grande importância pois pode levar — e leva quase sempre — o jovem estudante a sofrer uma decepção com o que lhe é ensinado, por não ver a ligação que há entre a realidade técnico-científica que o rodeia — que mal percebe mas que o fascina — e o ensino antiquado e muitas vezes tedioso que lhe é ministrado.

Constatando estes inconvenientes, e numa tentativa de os ultrapassar, afirma-se num relatório da O. E. E. C.<sup>(1)</sup> apresentado à «International Conference on Physics Education» (Paris, 1960), o seguinte:

<sup>(1)</sup> *The teaching of physics in Schools* — Comunicação n.º 40 à «International Conference on Physics Education», UNESCO (Paris), 28 de Julho a 4 de Agosto de 1960.

(...) «Na nossa discussão, ignorámos as divisões convencionais da física em calor, óptica, mecânica, etc. Poderá ser necessário, ao publicar compêndios, reter algumas destas divisões, mas elas não deverão ser aparentes no ensino. A física deve ser apresentada como um todo unificado com insistência na universalidade das leis físicas. Acima de tudo, o curso deve, desde o início, ser baseado, tanto quanto possível, nas ideias modernas». E, mais adiante: «Nós recomendamos que a introdução à física seja feita através de considerações acerca de átomos, moléculas e electrões».

É com base nestas ideias, que um curso de física elementar sugerido naquela comunicação começa justamente por considerar a natureza corpuscular da matéria e os conceitos gerais acerca das diferenças entre átomos, moléculas e electrões, para só depois tratar dos conceitos básicos e leis da mecânica, com particular insistência no significado físico deles e tendo sempre em mente que se trata de uma ciência da natureza não a deixando, portanto, degenerar num ramo das matemáticas aplicadas.

Tal orientação para o início dos estudos de física, poderá ser discutível e várias outras, igualmente válidas, têm ultimamente sido apresentadas. Citámo-la aqui apenas como um exemplo da profunda revolução porque estão passando os métodos para o ensino desta ciência.

Em numerosos países altamente evoluídos, diversas entidades têm-se preocupado com estes problemas, tendo-se reunido, em Julho-Agosto de 1960 a Conferência a que acima aludimos, em que delegados de vinte e nove países e três organizações internacionais (O. E. E. C., U. N. E. S. C. O., *International Atomic Energy Agency*) e ainda a *National Science Foundation* dos Estados Unidos, debateram os seus pontos de vista. Portugal não esteve presente nessa importantíssima reunião e, que saibamos, dela não

foi feito entre nós, até hoje, qualquer estudo ou simples referência.

Não cabe no âmbito desta simples nota fazer uma análise das conclusões desta reunião<sup>(2)</sup>, pretendendo-se apenas chamar a atenção para ela, visto parecer-nos que lá existem muitos tópicos de considerável interesse para o planeamento de qualquer reestruturação do ensino da Física a qualquer nível e muita matéria de reflexão para os responsáveis por esses planeamentos. A simples enumeração dos assuntos tratados justifica, em princípio, o que acabámos de dizer. Foram os seguintes os temas desta conferência: 1.º) A física como parte da educação geral; 2.º) Exames de física; 3.º) A selecção dos estudantes; 4.º) A actividade do «American Physical Science Study Committee»; 5.º) O lugar do trabalho de laboratório no ensino da física; 6.º) A preparação do pessoal docente; 7.º) O ensino da física post-formatura; 8.º) O uso da televisão e dos filmes no ensino da física; 9.º) O ensino da física para engenheiros, químicos e outros estudantes de ciências; 10.º) O ensino da matemática; 11.º) O papel das organizações profissionais dos físicos.

Durante a conferência estiveram abertas duas exposições, uma de livros de física para todos os graus de ensino, e outra de material de laboratório com fins pedagógicos. Para ilustração das potencialidades dos meios audio-visuais como preciosos auxiliares no ensino da física, foram exibidos diversos filmes de carácter estritamente pedagógico, produzidos por entidades especializadas, algumas delas de índole não comercial, como o célebre *Cavendish Laboratory*, o *Physical Science Study Committee*, a *U. S. Atomic Energy Commission* ou o *Ministère de l'Éducation Nationale* de França. Em diversas sessões, foram exibidos 44 filmes, com tempos

(2) Encontram-se publicadas as actas da conferência com o título «Proceedings of the International Conference on Physics Education» Paris, 1960 — Edited by Sanborn C. Brown and Norman Clarke — Norwood (Massachusetts), 1960.

de projecção variando entre 8 e 55 minutos, sendo a maioria à volta de 20 minutos. A simples leitura dos títulos destes filmes sugere-nos — pensando nas possibilidades do cinema — o interesse que eles podem ter para a percepção de fenómenos ou leis de difícil apreensão ou realização em experiências laboratoriais. Assim, entre muitos outros, citemos: «Movimento browniano»; «Luz polarizada aplicada aos objectos isótopos»; «Semelhanças no comportamento das ondas» (descrição das diversas propriedades comuns a todo o movimento ondulatório); «Princípios do transistor»; «Cristais»; «Forças» (introdução ao estudo das forças de natureza mecânica, gravitacional, eléctrica e nuclear; experiência de Cavendish); «Difracção e interferências»; «Efeito Doppler»; «Movimento harmónico simples».

Quando teremos, entre nós, um organismo que se ocupe, à escala nacional e de um modo efectivo, da catalogação, importação, produção, intercâmbio e distribuição de filmes e diapositivos com interesse para o ensino das ciências? Quando entrarão estes meios de ensino nas nossas escolas e universidades, como «rotina pedagógica»? Não em sessões mais ou menos solenes com foros de acontecimento, nem com o aspecto de diversão distraída; mas como instrumento de trabalho, fazendo parte da aula e integrado na matéria exposta pelo professor. Deveria tratar-se de um auxiliar pedagógico tão corriqueiro como a experiência ocasional ou o mapa que se mostra...

Mas voltemos à conferência. Um dos aspectos salientes dela foi a apresentação, pelo Prof. J. R. Zacharias, do Massachusetts Institute of Technology, do trabalho realizado pelo «Physical Science Study Committee» (PSSC). Que é este organismo? Na sua comunicação, o Prof. Zacharias define-o nos seguintes termos: «O PSSC é uma empresa conjunta de professores universitários e das escolas secundárias para desenvolver um curso de física renovado nestas últimas escolas. O projecto foi iniciado em 1956 com fundos fornecidos pela *National Science*

*Foundation* e tem continuado com fundos suplementares. A Fundação Ford e a Fundação Alfred Sloan contribuíram igualmente para este programa. Este trabalho faz parte de um movimento nos Estados Unidos para melhorar a educação científica nas escolas secundárias. Outros grupos semelhantes estão trabalhando nos sectores da biologia, da química e da matemática».

A primeira tarefa do PSSC foi projectar e promover a execução dos instrumentos de trabalho necessários ao estudante e ao professor para o novo curso. Assim, foram redigidos dois livros de texto, um destinado ao aluno e outro a servir de guia para o professor. Ao primeiro destes livros<sup>(3)</sup>, bem como à estrutura do curso, pensamos dedicar uma outra nota. Trata-se de uma obra, a todos os títulos excepcional, que bem merece ser divulgada entre nós; do segundo, ainda não nos foi dado conhecimento directo. Os dois livros são completados por um guia de trabalhos práticos, em estreita relação com os livros de texto, pois o curso foi estruturado de modo a que teoria e experiência se completem mutuamente. Por outro lado, este guia não constitui uma colecção de receitas destinadas a levar o aluno a fazer mecânicamente as experiências descritas, sem nelas reflectir. Com efeito, o guia apenas sugere o modo de execução e leva o aluno à redescoberta do fenómeno em estudo. Através de todo o guia são formuladas muitas questões; para encontrar as respostas, é necessário reflectir quer sobre o que se aprendeu na teoria quer sobre o trabalho realizado. Por vezes é necessário levar a própria experiência mais longe.

O PSSC teve também o maior cuidado em projectar todo um novo tipo de material para a realização dos trabalhos práticos. Procurou-se que o equipamento científico

(3) Em artigo anterior, publicado em *Gazeta de Física* foi-lhe feita uma breve referência, assim como uma crítica a um dos seus capítulos; cf. Rómulo de Carvalho: «O ensino da cinemática por meio de gráficos» — G. de F., 4: 97, 1963.

necessário não só obedecesse aos critérios pedagógicos, expostos como fosse de grande simplicidade e de baixo preço de custo. De início, foi mesmo pensado que uma grande parte dele fosse executado na própria escola; dificuldades técnicas óbvias fizeram desistir desse intento sendo então proposto a diversas empresas fabricantes de material de laboratório que construíssem o equipamento com as características estudadas pelo PSSC<sup>(4)</sup>; ele existe hoje à venda, quer em conjuntos destinados à realização de todo o curso, quer em peças separadas, o que permite integrar algumas destas experiências nos cursos baseados noutras concepções pedagógicas.

Dissemos acima que pensamos dedicar uma outra nota à estrutura deste notável curso de física. Nessa ocasião, trataremos igualmente do plano dos trabalhos práticos e do material concebido para a sua realização.

Como complemento dos instrumentos de trabalho para a boa execução deste curso de física, o PSSC projectou e fez executar

<sup>(4)</sup> O catálogo do material usado no curso do PSSC pode ser obtido em *Macalaster-Bretnell Company* - 243, Broadway - Cambridge 39, Massachusetts, U. S. A.

numerosos filmes pedagógicos<sup>(5)</sup>, destinados a ampliar o conhecimento objectivo do estudante acerca dos fenómenos estudados. Neste sentido, os filmes constituem uma ampliação, sem descontinuidade, das observações realizadas no laboratório. Assim, por exemplo, o estudante avalia, num trabalho de laboratório, as dimensões de uma molécula de óleo a partir de medidas em películas delgadas produzidas na água por gotas de óleo. Esta experiência é continuada por um filme que mostra como se executam medidas do mesmo tipo, impossíveis de realizar num laboratório escolar. Diversos outros exemplos deste género encontram-se no curso do PSSC. Deste modo, o estudante passa, quase insensivelmente, do elementar para o elaborado, da experiência clássica para as «novidades» da física. Isto necessariamente dá ao estudante a sensação de que também participa, à sua maneira, na ciência actual, que passa assim a fazer parte integrante do que aprende na escola. E não se diga que este facto não é importante no despertar da curiosidade e do interesse dos jovens estudantes.

<sup>(5)</sup> Podem ser obtidas informações destes filmes em *Modern Talking Picture Service, Inc.* - 3, East Fifty-fourth Street - New York 22, N. Y., U. S. A.

## PONTOS DE EXAME

### EXAMES UNIVERSITÁRIOS (FÍSICA)

F. C. L. - Curso geral de Física - Exame final -  
Julho de 1963.

498 - A) 1 - Lei das áreas.

2 - Módulo de Young; coeficiente de Poisson e sua limitação.

3 - Compensação da escala de um barómetro de mercúrio.

499 - B) 4 - Transmissão do calor.

5 - Defina grau centígrado normal. Importância do diagrama de Clapeyron.

6 - Terceiro princípio da Termodinâmica.

500 - Um cilindro de revolução de eixo vertical está dividido em dois compartimentos estanques por um êmbolo (1000 g), móvel sem atrito; em cada compartimento há 0,02 molécula-grama de gás perfeito.

A que temperatura são de 21,6 e 25,1 cm as alturas das colunas gasosas? Tome  $R = 8,31 J/^\circ K$ ,  $g = 980 \text{ cm/s}^2$ .

R: Designando por  $p_1$  e  $p_2$  as pressões do gás respectivamente no compartimento inferior e superior, por  $v_1$  e  $v_2$  os respectivos volumes e por  $p$  e  $S$  o peso

e a secção do êmbolo, podemos escrever :

$$P_1 = P_2 + \frac{P}{S}$$

$$P_1 = \frac{n R T}{v_1} = \frac{n R T}{x_1 S} \quad P_2 = \frac{n R T}{x_2 S}$$

ou substituindo estas ultimas expressões na primeira :

$$n R T \left( \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right) = p \quad \text{donde} \quad T = \frac{p}{n R} \left( \frac{x_1 x_2}{x_2 - x_1} \right)$$

Substituindo pelos respectivos valores vem :

$$T = \frac{1000 \times 980}{0,02 \times 8,31 \times 10^7} \frac{(21,6 \times 25,1)}{(25,1 - 21,6)}$$

o que dá  $T = 91,3) \text{ } ^\circ\text{K}$ .

**501 - C) 7 - Teorema de Coulomb.**

8 - Descarga de um condensador; medição de resistência pelo processo da perda de carga.

9 - Acção do campo girante sobre um imã.

**502 - D) 10 - Lei de Kirchhoff, lei de Wien e lei de Stefan.**

11 - Acromatismo de lentes separadas.

12 - Ciclotrão.

**503 - Dois meios transparentes ( $n = 1,000$   $n' = 1,500$ ), estão em contacto por superfície esférica ( $r = 10,00$  cm). Determine a posição da imagem de um ponto do eixo principal situado a 40,00 cm do vértice do dióptrico, a amplificação e a amplificação angular do sistema para aquele ponto do eixo.**

R: Substituindo na equação do dióptrico

$$\frac{n}{p} + \frac{n'}{p'} = \frac{n - n'}{r}$$

os valores dados vem

$$\frac{1,000}{40,00} + \frac{1,500}{p'} = \frac{-0,500}{10,00} \quad p' = -20,00 \text{ cm.}$$

A amplificação (transversal) do sistema para aquele ponto do eixo obtém-se substituindo na equação de definição:

$$a = \frac{y'}{y} = -\frac{f}{x} \quad \text{respectivamente } x = 60,00 \text{ cm}$$

$$\text{e } f = -20,00 \text{ cm pois que } \frac{n}{f} = \frac{n - n'}{r} \therefore \frac{1}{f} = \frac{-0,500}{10,00}$$

$$\text{e } x = p - f = 60,00 \text{ cm. Obtém-se assim } a = 1/3.$$

A amplificação angular do sistema para aquele ponto

$$\text{do eixo será: } \gamma = \frac{\text{tg } u'}{\text{tg } u} = -\frac{x}{f'} = -\frac{f}{x'} = 2 \quad \text{pois}$$

$$f' = f \frac{n'}{n} = -30,00 \text{ cm.}$$

**F. C. L. - Curso geral de Física - Exame final - Julho de 1963.**

**504 - A) 1 - Centro de inércia de um corpo; determinar as suas coordenadas.**

2 - Choque de corpos; classificação.

3 - Enuncie e demonstre o teorema de Bernoulli.

**505 - B) 4 - Dilatómetro de haste.**

5 - Lei de Joule e teoria cinética.

6 - Lei de Newton do resfriamento; aplicação.

**506 - Há a variação de temperatura de  $140^\circ\text{C}$  quando se comprime adiabaticamente uma molécula-grama de um gás perfeito. Determine a energia recebida pelo gás nessa transformação.**

R: A energia recebida pelo gás numa transformação adiabática entre as temperaturas  $T_1$  e  $T_2$  é

$$W = \frac{R(T_2 - T_1)}{\gamma - 1}$$

Substituindo os valores do índice adiabático do gás  $\gamma = 1,4$  da constante dos gases perfeitos  $R = 8,31 \text{ J/}^\circ\text{K}$  e da variação de temperatura  $\Delta T = T_2 - T_1 = 140$  vem

$$W = 290 \text{ Joule}$$

**507 - C) 7 - Cálculo da capacidade do condensador esférico.**

8 - Lei de Ohm da corrente contínua: considere vários casos.

9 - Acções electromagnéticas.

**508 - D) 10 - Refracção dupla.**

11 - Acromatismo de lentes coladas para duas cores.

12 - Descarga entre electródios nos gases rarefeitos.

**509 - Um ponto objecto move-se com velocidade constante ( $1,00$  m/s), ao longo do eixo de uma lente de 1 dioptria. Calcule a aceleração do respectivo ponto imagem quando o ponto objecto está a  $2,00$  m da lente.**

R: Determinemos a posição  $p'$  do ponto imagem, como função da posição  $p$  do ponto objecto.

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = 1 \quad p' = \frac{p}{p-1}$$

A velocidade do ponto imagem será dada por:

$$\frac{dp'}{dt} = \frac{(p-1)v - pv}{(p-1)^2} = \frac{-v}{(p-1)^2}$$

designando por  $v$  a velocidade constante do ponto objecto. A aceleração do ponto imagem virá então

$$\gamma = \frac{v \times 2(p-1)v}{(p-1)^4} = \frac{2v^2}{(p-1)^3} = 2,00 \text{ m/s}^2.$$

Resoluções de M. T. Gonçalves

F. C. L. — Elementos de Física Atómica — Exame final — Junho de 1963.

I

510 — a) Caracterize as partículas elementares que conhece e diga como as agrupa do ponto de vista da massa.

b) — Diga em que consiste o efeito de Compton e faça resumidamente a sua interpretação fotónica.

c) — Influência da tensão de funcionamento da ampola no espectro contínuo de raios X. Lei de Duane e Hunt e sua importância.

II

511 — a) Caracterize os números quânticos que conhece. Princípios da exclusão de Pauli e da selecção do número quântico azimutal.

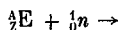
b) — As trajectórias elípticas do átomo do hidrogénio; interprete à luz da teoria de Bohr-Sommerfeld a estrutura fina da linha  $H_\alpha$  do espectro do hidrogénio.

c) — Diga em que consiste o modelo em camadas ou das partículas independentes do núcleo atómico; indique como pode calcular a energia de ligação de um núcleo atómico.

III

512 — a) Regra de Geiger e de Nuttall. Indique, resumidamente, a teoria da emissão  $\alpha$ .

b) — Defina secção eficaz de uma reacção nuclear. Conclua o esquema da seguinte reacção ( $n, 2n$ )



Justifique.

c) — Um feixe de raios X, monocromático, atravessa uma lâmina de cobre, de determinada espessura, e verifica-se que a sua intensidade se reduz de 90%.

Substituindo a lâmina de cobre por outra de alumínio, com a mesma espessura e nas mesmas condições experimentais, obtém-se uma intensidade, que é 20% da intensidade inicial.

Determine a razão dos coeficientes linear de absorção de cada um dos metais, para a referida radiação.

R: Aplicando aos dois casos a expressão da lei de absorção do raio X,

$$I = I_0 e^{-\mu x}$$

vem sucessivamente:

$$I = I_0 e^{-\mu_{Cu} x}$$

$$I' = I_0 e^{-\mu_{Al} x}$$

Aplicando logaritmos obtém-se

$$\mu_{Cu} x = \log \frac{I_0}{I}$$

$$\mu_{Al} x = \log \frac{I_0}{I'}$$

Substituindo valores vem finalmente

$$\frac{\mu_{Cu}}{\mu_{Al}} = \frac{\log 10}{\log 5} = 1,4.$$

Resoluções de Gomes Ferreira

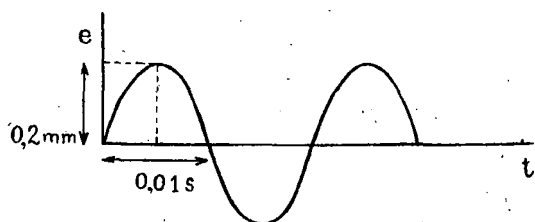
ENSINO LICEAL (CIÊNCIAS FÍSICO-QUÍMICAS)

Exame do 3.º ciclo. Época de Julho. 1.ª chamada — 1963.

Física

513 — I — 1) Defina momento de uma força em relação a um ponto e enuncie o teorema dos momentos.

2) Escreva a equação do movimento cujo gráfico está representado na figura junta.



R: Mostra a figura que a amplitude do movimento mede 0,2 mm e o respectivo período  $2 \times 0,01 \text{ s} = 0,02 \text{ s}$ , o que dá, na expressão geral  $e = a \sin \frac{2\pi}{T} t$ , a equação  $e = 0,2 \sin 100\pi t$ .

3) Que fenómeno acompanha, normalmente, a expansão brusca de um gás, e que importante aplicação industrial resulta dele?

4) Verifique o seguinte: a potência de uma lente biconvexa de vidro (índice de refração 3/2), cujas faces têm raios de curvatura iguais entre si e a 25 centímetros, é igual a 4 dioptrias.

R: Substituindo na expressão geral

$$P = (n - 1) \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{r'} \right) \text{ os valores } n = \frac{3}{2} \text{ e } r = r' = 25 \text{ cm vem: } P = \left( \frac{3}{2} - 1 \right) \left( \frac{1}{0,25} + \frac{1}{0,25} \right) = 4 \text{ dioptrias.}$$

5) A partir da expressão que traduz o potencial de um ponto num campo eléctrico, deduza a expressão do potencial de um condutor esférico, em equilíbrio eléctrico, no ar.

514 - II - Uma queda de água tem o caudal de  $12 \text{ m}^3/\text{mn}$  e a altura de 15 metros, e acciona uma turbina cuja potência é 28 kW.

Determine o rendimento da turbina.

Deve apresentar todos os cálculos efectuados.

R: A potência total da queda da água é dada

$$\text{por } P_t = \frac{12 \times 10^3 \text{ kg}}{60 \text{ s}} \times 15 \text{ m} = 3 \times 10^3 \text{ kgm/s.}$$

A potência útil é de 28 kW que equivale a  $\frac{28 \times 10^3}{9,8} \text{ kgm/s} = 28 \times 10^2 \text{ kgm/s}$ . O rendimento da

$$\text{turbina será } \eta = \frac{P_u}{P_t} = \frac{28 \times 10^2}{3 \times 10^3} = 0,93.$$

515 - III - 1) Enuncie as leis de Faraday relativas à indução electromagnética.

2) Escreva as expressões do fluxo magnético através de um elemento de superfície colocado num campo magnético uniforme de intensidade normal à superfície atravessada:

- no vazio;
- em qualquer meio.

Em que diferem as duas expressões?

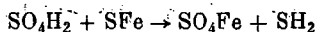
3) Defina a unidade electromagnética C.G.S. de fluxo magnético.

### Química

516 - I - 1) Partindo do conhecimento da fórmula do ácido fosfórico  $\text{PO}_4\text{H}_3$ , e sabendo que se trata de um triácido, escreva as fórmulas dos sais de cálcio possíveis deste ácido, e os respectivos nomes.

2) Qual foi a importância da classificação de Mendeleieff na determinação dos valores corrigidos dos pesos atómicos de alguns elementos?

3) A reacção a que se refere o esquema



é completa, ou não? Justifique a resposta.

4) Traduza por um esquema químico, empregando fórmulas de estrutura, a desidratação do álcool ordinário pelo ácido sulfúrico, a temperatura inferior a 120 graus C. Escreva o nome do produto resultante e, servindo-se da lei de Avogadro, determine o valor aproximado da densidade do seu vapor.

R: O produto resultante é o éter ordinário, de fórmula  $\text{C}_2\text{H}_5 \cdot \text{O} \cdot \text{C}_2\text{H}_5$ , cujo peso molecular vale 74. O valor aproximado da densidade do seu vapor será

$$\text{dado por } d = \frac{M}{28,9} = \frac{74}{28,9} = 2,6.$$

517 - II - A composição centesimal de uma monoamida saturada é a seguinte:

- 40,7% de Carbono
- 27,1% de Oxigénio
- 8,5% de Hidrogénio
- 23,7% de Azoto

Escreva a sua fórmula de estrutura e diga o nome que lhe compete, de acordo com a nomenclatura de Genebra.

$$(C = 12; O = 16; H = 1; N = 14)$$

R: Segundo a composição centesimal do composto temos:

$$\frac{40,7}{12} C + \frac{27,1}{16} O + 8,5 H + \frac{23,7}{14} N$$

ou

$$2C + O + 5H + N$$

O composto é a etanamida  $\text{CH}_3 \cdot \text{CONH}_2$ .

518 - III - A propósito da TEORIA IÓNICA, refira-se, sucintamente, às matérias que constam das alíneas seguintes:

- Grau de dissociação de um electrólito; electrólitos fortes; exemplos.
- Acidez total de uma solução; noção de  $p_H$ .
- Interpretação da hidrólise do carbonato de potássio.
- Como se revela e como se explica o acentuado carácter metálico dos metais alcalinos.

Exame do 3.º ciclo - Época de Setembro - 1963.

### Física

519 - I - 1) Escreva a fórmula que traduz a aceleração do movimento circular uniforme, expressa na respectiva velocidade angular, e, a partir dela, deduza a unidade C. G. S. daquela aceleração.

2) Verifique a seguinte afirmação: «A tensão de um gás contido em recipiente fechado, a  $0^\circ \text{C}$ , e à



pressão normal, duplica, se a temperatura se elevar para  $546^\circ \text{K}$ . O coeficiente de aumento de tensão dos gases, sob volume constante, é  $1/273$ .

R: A relação entre as tensões de gás a volume constante e as respectivas temperaturas expressas em graus Kelvin, é dada por  $\frac{P}{P'} = \frac{T}{T'}$ . Como  $546^\circ \text{K}$  é o dobro do valor da temperatura Kelvin equivalente a  $0^\circ \text{C}$ , segue-se que o valor de pressão deve ter duplicado.

3) Que são harmónicos de um som dado? Qual é a qualidade do som relacionada com a existência de harmónicos?

4) Diga o que é um dioptró plano e escreva a fórmula que relaciona a posição do objecto e da sua imagem dada por aquele meio, com o significado das letras que nela figuram.

5) Como se obtêm os raios catódicos? E, a partir destes, os raios X?

520 — II — Um móvel com a massa de  $2,00 \text{ kg}$ , animado da velocidade constante de  $9,0 \text{ m/s}$ , desliza sem atrito num plano horizontal.

Em dado instante aplica-se-lhe uma força constante, de intensidade  $0,20 \text{ kg}$ , com a direcção do movimento mas de sentido contrário ao deste, de modo a retardar-lhe a velocidade.

Quantos segundos decorrerão desde o instante em que esta força foi aplicada até a energia cinética do móvel se reduzir a  $1/9$  do valor inicial?

R: A energia cinética que o móvel possuía é dada por  $W = \frac{m v^2}{2} = \frac{2,00 \text{ kg} \times 81,0}{2} = 81 \text{ J}$ .

Após a aplicação da força de sentido oposto ao do movimento, o valor da energia reduziu-se a  $\frac{1}{9}$ , ou seja, a  $9 \text{ J}$ , ao fim de  $t$  segundos. A sua velocidade ao fim

desse tempo valerá  $v_1 = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 9}{2}} =$

$= 3,0 \text{ m/s}$ . Este valor ( $v_1$ ) será a diferença entre a velocidade inicial ( $v = 9,0 \text{ m/s}$ ) e a velocidade ( $v_2$ ) comunicada pela força constante ao fim do tempo  $t$ .

Será, portanto  $v_1 = v - v_2$  ou  $v_1 = v - j t$  ou

$v_1 = v - \frac{F}{m} t$ , o que dá  $t = \frac{m}{F} (v - v_1) =$

$= \frac{2,00 \text{ kg}}{0,20 \times 9,8 \text{ N}} (9,0 \text{ m/s} - 3,0 \text{ m/s}) = 6 \text{ s}$ .

521 — III — 1) Escreva a expressão da capacidade de um condensador esférico, com o significado das letras que nela figuram.

2) Defina poder indutor específico de um dieléctrico.

3) Dois condensadores de capacidades iguais estão, carregados, sendo a tensão de um dupla da do outro.

Que relação há entre as energias neles armazenadas? Justifique a resposta.

### Química

522 — I — 1) A molécula-grama da substância A é dupla da molécula-grama da substância B.

Dissolvendo igual número de gramas de A e de B, respectivamente, em massas iguais de água, que relação haverá entre as depressões crioscópicas produzidas por A e por B? Justifique.

R: Nas condições postas, e sendo inversa a razão entre os pesos moleculares das substâncias dissolvidas e as depressões crioscópicas, teremos:

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{M_2}{M_1}$$

Donde, se  $M_1 = 2 M_2$  será  $\Delta t_2 = 2 \Delta t_1$ .

2) Represente simbolicamente dois iões formados por mais do que um elemento e dê, para cada um, dois exemplos de compostos que os originem.

3) Calcule a concentração hidrogeniônica de uma solução de  $\text{pH} = 3$ . Trata-se de solução ácida ou alcalina?

R: A concentração hidrogeniônica valerá  $[\text{H}^+] = 10^{-3}$ , hidrogeniões-gramas/litro.

A solução é ácida porque  $\text{pH} < 7$ .

4) Caracterize a função fenol e traduza por um esquema químico, usando a fórmula de estrutura do fenol ordinário, a reacção entre este composto e a soda cáustica.

523 — II — Fez-se reagir excesso de solução de nitrato de prata com  $10 \text{ ml}$  de solução de ácido clorídrico. Obteve-se um precipitado que, depois de convenientemente lavado e seco, pesava  $0,861 \text{ g}$ .

Escreva a equação química interpretativa do fenómeno que tem lugar e determine:

- o equivalente-grama do nitrato de prata;
- a concentração da solução clorídrica, em  $\text{g/l}$ ;
- o respectivo factor de normalidade.

(Cl = 35,5; H = 1; N = 14; O = 16; Ag = 108)

R: A equação  $\text{ClH} + \text{NO}_3 \text{Ag} \rightarrow \text{ClAg} \downarrow + \text{NO}_3 \text{H}$  mostra que o peso ClH produz o peso ClAg.

Logo  $\frac{\text{ClH}}{\text{ClAg}} = \frac{m}{0,861}$  o que dá  $m = 0,219 \text{ g}$ .

A massa  $m'$  de gás clorídrico dissolvida em 1 litro da solução será dada por:

$$\frac{0,010}{0,219} = \frac{1}{m'} \text{ donde } m' = 21,9 \text{ g/l}$$

O factor de normalidade da solução será:

$$f = \frac{21,9}{36,5} = 0,6$$

524 - III - A propósito de

PESOS ATÓMICOS E PESOS MOLECULARES, refira-se, sucintamente, às matérias que constam das alíneas seguintes:

- a) Números proporcionais: sua importância.
- b) Pesos atômicos e pesos moleculares; razões que levaram a abandonar o padrão hidrogénio.
- c) Processos utilizados na determinação de pesos moleculares de substâncias que existam no estado gasoso; casos anómalos.
- d) Fórmulas moleculares; seu significado.

## Noticiário

Congrès International de Physique Nucléaire — 30<sup>e</sup> anniversaire de la découverte de la radioactivité artificielle — Paris, Palais de l'UNESCO, 2-8 Juillet 1964, sous le patronage de l'UNESCO et de l'Union Internationale de Physique Pure et Appliquée

Un Congrès International de Physique Nucléaire, patronné par l'UNESCO et l'Union Internationale de Physique Pure et Appliquée, aura lieu au Palais de l'UNESCO à Paris, du 2 au 8 Juillet 1964 à l'occasion de l'anniversaire de la découverte de la radioactivité artificielle par Frédéric et Irène Joliot-Curie en 1934.

Nous donnons dans cette circulaire les premières informations générales et le programme provisoire du Congrès.

### I — Deroulement du Congrès

Les premières journées du Congrès (du jeudi 2 au samedi 4 juillet) seront consacrées à trois séries de séances parallèles au cours desquelles chaque thème du programme sera discuté sur la base des communications présentées et sous la direction des présidents de séance et des rapporteurs. Au cours des trois dernières journées (du lundi 6 au mercredi 8 juillet) chaque thème fera l'objet, en séance plénière, d'un rapport faisant la syn-

thèse et tirant les conclusions de la discussion correspondante en séance parallèle.

Il est souhaité que les séances parallèles donnent lieu à une discussion vivante. Ceci implique que les orateurs successifs ne s'en tiennent pas nécessairement à des textes préparés à l'avance.

Malgré la tenue de sessions parallèles, il n'est malheureusement pas possible d'assurer que tous ceux, présentant au Congrès une communication écrite, puissent également la présenter oralement.

### II — Programme provisoire et rapporteurs

1) *Forces nucléaires*; (relations de dispersion et modèles; phénoménologie; expériences à réaliser; problèmes à petit nombre de nucléons) — D. Amati (Cern et Palerme).

2) *Matière nucléaire*; Surface nucléaire; force effective dans les noyaux — H. A. Bethe (Cornell).

3) *Structure nucléaire et modèles*; Etat fondamental et premiers niveaux excités.

- a) noyaux légers — G. E. Brown (Nor-dita).
- b) noyaux moyens et lourds
- c) modèles:

- i) théorie — C. Bloch (Saclay).  
 ii) succès et limites — A. K. Kerman  
 (M. I. T.).

La partie 3 du programme couvrira les résultats sur la structure nucléaire et les modèles obtenus par des travaux théoriques et par des expériences sur les réactions nucléaires avec des électrons, des mésons ou des particules lourdes ou par des expériences à l'aide d'autres méthodes spectroscopiques.

4) *Mécanismes de réaction*

- a) interactions retardées et noyau composé; théories statistiques — H. Feshbach (M. I. T.).  
 b) interactions directes et modèle optique — P. H. Hodgson (Oxford).  
 c) relations de dispersion appliquées aux réactions nucléaires par interaction directe.  
 d) interactions électromagnétiques avec les noyaux — G. Bishop (Orsay II).  
 e) ions lourds; fission.

5) *Radioactivité. Interactions faibles* — R. Nataf (Orsay I).

6) *Sommaire et conclusions du Congrès.*

Le programme comprendra également une *séance commémorative* sur la découverte de la radioactivité artificielle.

Toute suggestion ou demande de renseignements devra être envoyée à l'adresse suivante :

Pierre Radvanyi

Congrès International de Physique Nucléaire  
 Boîte Postale n° 14 — ORSAY (Seine-et-Oise)  
 France

*Comité d'Organisation :*

Président d'honneur — Francis Perrin  
 Président — Jean Teillac

Secrétaire général — Pierre Radvanyi  
 Secrétaires — Hélène Langevin-Joliot et  
 Cyrano de Dominicis.

Membres — Pierrette Benoist-Guental,  
 André Berthelot, Georges Bishop, André  
 Blanc-Lapierre, Claude Bloch, Eugène Cot-  
 ton, Maurice Jean, Pierre Lehmann, Maurice  
 Levy, Philippe Meyer, Francis Netter, Jacques  
 Thirion et Manuel Valadares.

Instituto de Alta Cultura

Seminário de Teorias Físicas e Física  
 Nuclear

Programa para o Ano Universitário de 1963-64

Sobre a Teoria da Relatividade — Mme.  
 M. A. Tonnelat (I. H. P., Paris).

Termostática e Programação linear —  
 António G. Portela (I. S. T. Lisboa).

Problemas de Estructura das Soluções —  
 Tratamento quântico da Molécula de água  
 — N. Macias Marques (E. Naval, Lisboa).

Declínio Beta e Estructura Nuclear —  
 A. J. Policarpo (U. de Coimbra).

Masers e Lasers — A. Pires de Carvalho  
 (U. do Porto).

Ondas de gravitação — Manuel dos Reis  
 (U. de Coimbra).

Leis de simetria e Partículas elementares  
 — António da Silveira (I. S. T., Lisboa).

Problemas de Estructura Nuclear —  
 J. Moreira de Araújo (U. do Porto).

Interacção de Neutrões com a Matéria —  
 Alguns problemas de Física do Estado Sólido e Física Nuclear — J. Veiga Simão (U. de Coimbra).

Effects des rayonnements ionisants sur les solides moléculaires — Polymérisation à l'état solide provoquée par les rayonnements ionisants — Michel Magat (L. C. P., Orsay).

### Doutoramentos

Em Maio passado, prestou provas de doutoramento na Faculdade de Ciências de Paris, o Licenciado em Ciências Físico-Químicas pela Faculdade de Ciências de Lisboa, José Sant'Ana Dionísio.

O juri de doutoramento era constituído pelos professores Auger, Teillac, Benoist-Gueunal e Valadares. A tese apresentada pelo candidato intitula-se «*Contribution à l'étude des spectres d'électrons de faible énergie*» e foi preparada no Centre de Spectrométrie Nucléaire et de Spectrométrie de Masse do C. N. R. S., sob a orientação do Doutor Manuel Valadares, director do referido centro.

Como tema proposto pela Faculdade, o Doutor Sant'Ana Dionísio dissertou sobre «*Application conjuguée des méthodes de production artificielle et de séparation électromagnétique des radioisotopes à la spectrométrie nucléaire de précision*» que, sob a forma de um artigo, será próximamente publicado na «Gazeta de Física».

Em Maio de 1963 prestou provas de doutoramento na Universidade de Cambridge, o licenciado em Ciências Físico-Químicas pela Universidade de Lisboa, Arnaldo Alberto dos Santos Silvério. Na sua dissertação intitulada «*The hardness and creep of metals*», o autor apresentou resultados, que obteve no Sub-departamento de Física e Química dos Sólidos do Laboratório Cavendish, durante o período de Janeiro de 1960, a Março de 1963.

Esta missão de estudo na Grã-Bretanha teve o apoio do Instituto de Alta Cultura, da Fundação Calouste Gulbenkian e do Laboratório Nacional de Engenharia Civil.

## Boletim bibliográfico

### Revistas que permutam com Gazeta de Física

(Continuação do número anterior)

AMERICAN SCIENTIST (vol. 51, n.º 2, 1963)

*The second cybernetics: deviation — amplifying mutual causal processes* — M. Maruyama.

ENDEAVOUR (vol. 22, n.º 86, 1963)

*Le polonium* — K. W. Bagmall.

*Rétrospective de l'année géophysique internationale* — H. Massey.

ERICSSON REVIEW (vol. 40, n.º 2, 1963)

*Equipo amplificador de video para la transmisión de programas de televisión.*

PHYSICS TODAY (vol. 16, n.º 5, 6, 7, 1963)

*The redefinition of the second and the velocity of light (n.º 6)* — G. Hudson e W. Atkinson.

*The place of elementary particle research in the development of modern physics (n.º 6)* — V. F. Weiskopf.

*How to build your own physics teaching apparatus (n.º 6)* — Staff Report.

*Wither Graduate Education? (n.º 6)* — B. V. Berkner.

## REVUE DES INGENIEURS ET DES INDUSTRIELS (n.º 5, 6, 7)

*L'ingenieur et les fonctions de cadre dans l'industrie (n.º 5) — Cicle de conférences.*

*Propriétés mecaniques des matières plastiques usuelles (n.º 6) — J. BAÜWENS.*

*Les paradoxes de l'entropie (n.º 6) — P. Chambadal.*

*Le rôle du plutonium dans le programme britannique de generation de puissance électrique (n.º 6) — H. Kronberger.*

## REVUE D'OPTIQUE (T. 42, n.º 4 e 5)

*Étude photoélectrique des aérosols volatils (n.º 4) — M. Deloncle.*

*Étude des propriétés optiques des lames minces organiques absorbants en liaison avec leur structure (n.º 5) — R. RINALDI.*

## SCIENCE PROGRESS (vol. LI, n.º 203)

*Specific heat, neutrons and photons — W. Cochran.*

## TOUTE L'ELECTRONIQUE

*Un tube cathodique pour oscillogrammes a trois dimensions (n.º 276) — R. D.*

*Étude et réalisation d'un volt-ohmmètre électronique — C. Dartevelle.*

## PORTUGALIAE PHYSICA

Esta revista — a única de origem portuguesa exclusivamente dedicada a trabalhos originais no domínio da Física — interrompeu a sua publicação em 1954 e, até hoje, dificuldades de diversa ordem têm impedido o seu reaparecimento. Apesar disso, *Portugaliae Physica* mantém uma importante biblioteca de periódicos, que com ela permutaram. Parte destes ainda continuam a ser recebidos e outros fizeram saber que recomeçariam o envio assim que se desse o ressurgimento de *Portugaliae Physica*.

Reconheceu-se, no entanto, que era urgente — mesmo antes de se criarem as condições necessárias a esse ressurgimento — que se reorganizasse a biblioteca existente, para que possa, desde já, constituir um valioso instrumento de trabalho dos físicos portugueses. Tal trabalho encontra-se muito adiantado e, para que se conheça a existência desta biblioteca, *Gazeta de Física* começará a incluir, a partir deste número, um boletim bibliográfico a ela referente, enquanto *Portugaliae Physica* não estiver em condições de o fazer.

## Periódicos existentes

— *Abhandlungen der Preutschen Akademie der Wissenschaften* — Berlim (1944, completo).

— *Acta Physica* — Budapeste (Academia Scientiarum Hungaricae) (1956/57, completo; 1959, incompleto; 1962/63, em publicação).

— *Acta Physica Polonica* — Varsóvia (Polska Akademia Nauk. Instytut Fizyki) (1957 a 1959, comp.; 1960 a 1962, inc., 1963, em publ.).

— *Actas de la Academia Nacional de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de Lima* — Lima (1945, inc.; 1946, comp.; 1947, inc.; 1955 a 1959, comp.; 1960 a 1962, inc.).

— *Advancement (The) of Science* — Londres (British Association for the Advancement of Science) (1943, inc.; 1944/46 a 1949, comp.).

— *Advances in Physics* (A quarterly supplement of the Philosophical Magazine) — Londres (1952, inc.).

— *Agronomia Lusitana* — Sacavém (Estação Agronómica Nacional) (1942 a 1954, comp.; 1955, inc.; 1956 a 1958, comp.; 1959, inc.).

— *Anales de Física y Química* — Madrid (Órgano oficial de los Institutos Nacionales de Física y Química y la Real Sociedad Española de Física y Química. Consejo Superior de Investigaciones Científicas) (1946 a 1948, 1950 a 1952, 1954, comp.; 1955 e 1957, inc.).

— *Anales de la Sociedad Científica Argentina* — Buenos Aires — (1946, comp.; 1947, inc.).

— *Anales, Universidad Central del Ecuador* — Quito (1945 e 1946, 1949, 1951 a 1955, 1959, 1962, 1963, comp.).

— *Annales. Academiae Scientiarum Fennicae* — Series A — Mathematica — Physica — Helsinquia (1948 a 1960, comp.).

— *Annales. Academiae Scientiarum Fennicae* — Series A — VII — Physica — Helsinquia (1957 a 1960, comp.; 1961, inc.).

— *Annales de Physique* — Paris — (1944 a 1954, comp.; 1955, inc.; 1956 e 1957 a 1959, inc.; 1960, comp.; 1961, inc.).

— *Annales de l'Institut Fourier de l'Université de Grenoble* — Grenoble (1949 a 1958, comp.).

— *Annales de l'Institut de Physique du Globe de l'Université de Paris* — Paris (1943 a 1958, comp.).

— *Annales de l'Université de Grenoble* — Section des Sciences Mathématiques et Physiques — Grenoble (1946 e 1947/48, comp.).

— *Annales de l'Université de Grenoble* — Section Médecine — Grenoble (1943 e 1944, 1946 e 1947/48, comp.).

— *Annales de l'Université de Lyon* — Section A — Sciences Mathématiques et Astronomie — Lyon (1936 a 1953, comp.).

— *Annali di Geofisica* — Revista dell'Istituto Nazionale di Geofisica — Roma (1948 a 1958, comp.).

— *Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa* — Scienze Fisiche e Matematiche — Pisa (1943 a 1949, inc.; 1950 a 1959, comp.; 1960 e 1961, inc.).

— *Annals of the Solar Physics Observatory* — Cambridge — (1940, comp. e 1946, inc.).

— *Annuaire de l'Académie Royale de Belgique* — Bruxelas (1944/45 a 1963, comp.).

— *Archives des Sciences* — Éditées par la Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève — Genebra (1948 a 1962, comp.).

— *Archives des Sciences Physiques et Naturelles* — Genebra (1946 e 1947, comp.).

— *Arkiv für Fysik* — Estocolmo (1949/50 a 1952,

comp.; 1953, inc.; 1954, comp.; 1955 e 1956, inc. 1957 a 1962, comp.).

— *Arkiv für Geofysik* — Estocolmo (1950 a 1958, comp.; 1959 e 1961, inc.).

— *Arkiv für Kemi, Mineralogi och Geology* — Estocolmo (1948, inc.).

— *Arkiv für Matematik, Astronomi och Fysik* — Estocolmo (1944 a 1946, comp.; 1948, inc.).

— *Berichte (Physikalische)* — Berlim (1947 a 1953, comp.).

— *Berichte (Sitzungs) der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin* — Berlim (1948 a 1950, comp.; 1951 a 1954, inc.).

— *Berichte über die Verhandlungen der Sächsischen Akademie der Wissenschaften zu Leipzig* — Berlim (1952, inc.; 1953, comp.; 1954, inc.; 1955 a 1959, comp.; 1961/62, inc.).

— *Boletin del Centro de Documentacion Cientifica y Tecnica* — Mexico (1954, inc.).

— *Boletin de Radiactividad* — Consejo Superior de Investigaciones Cientificas. Instituto Nacional de Geofisica — Madrid (1951 a 1954, comp.).

— *Bolletino della Società Italiana di Fisica* — Bolonha (1958, 1960, 1962, inc.).

— *British Journal of Radiology* — Londres (1945 e 1946, inc.; 1947 a 1949, comp.; 1950, inc.).

(Continue)

As ideias que a «Gazeta de Física» defende e propaga tornam a sua expansão do maior interesse para todos os seus leitores.

Tragam-nos pois novos assinantes.

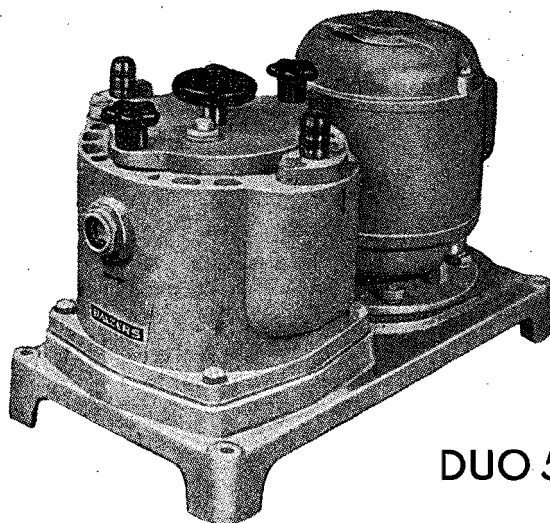
A «Gazeta de Física» não tem intuits comerciais.

Vive pela Ciência e para a Ciência

**BALZERS**

A BOMBA DE VÁCUO MAIS  
APROPRIADA A TRABALHOS  
DE CONTAMINAÇÃO

DESMONTAGEM, LIMPEZA  
E MONTAGEM EM 30 MINU-  
TOS SEM FERRAMENTAS



**DUO 5**

DOIS ANDARES  
VÁCUO MÁXIMO:  $8 \times 10^{-5}$  mm Hg

REPRESENTANTES EXCLUSIVOS:

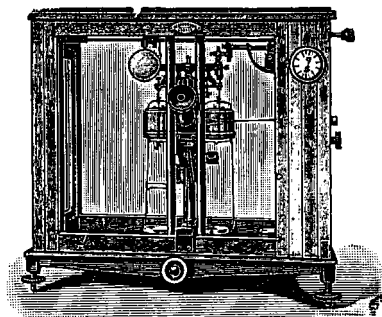
**EQUIPAMENTOS DE LABORATÓRIO, L.<sup>DA</sup>**  
RUA PEDRO NUNES, 47 — TELEF. 73 34 36 — LISBOA

**PIMENTEL & CASQUILHO, L.<sup>DA</sup>**

**INSTRUMENTOS DE PRECISÃO**

BALANÇAS DE PRECISÃO E ANALÍTICAS,  
CAIXAS DE PESOS, LUPAS, TERMÓMETROS,  
DENSÍMETROS, CONTA-SEGUNDOS

**MATERIAL DE VIDRO,  
PORCELANA E QUARTZO**



**RUA DO JARDIM DO REGEDOR, 24-2.º**

**LISBOA**

**TELEF.: 324314 • TELEG.: TECNA**

HILGER WATTS LTD.

APARELHOS PARA ANÁLISE ESPECTRAL

POLARÍMETROS — REFRACTÓMETROS  
ESPECTROFOTÓMETROS — ESPECTRÓGRAFOS  
DIFRACTÓMETROS DE RAIOS X  
BIBLIOGRAFIA TÉCNICA

EDWARD'S HIGH VACUUM LTD.

TUDO PARA VÁCUO

BOMBAS E APARELHAGEM DIVERSA, UTILIZANDO  
O VÁCUO  
APARELHAGEM DE METALIZAÇÃO POR VÁCUO  
LIOFILISADORES

BAIRD TATLOCK LTD.

MATERIAL E APARELHAGEM DE LABORATÓRIOS  
PARA INVESTIGAÇÃO E INDÚSTRIA

ET.S BETTENDORF S. A.

MATERIAL PARA LABORATÓRIOS PSICOTÉCNICOS  
E PSICOLOGIA APLICADA

MATERIAL DIDÁCTICO PARA A INFÂNCIA:

JOGOS, QUADROS, ESTAMPAS, ETC..

REPRESENTANTES

C. SANTOS, S. A. R. L.

SECÇÃO INDUSTRIAL

AV. DA LIBERDADE, 35-1.º

L I S B O A