

Vemos o mundo a três dimensões espaciais e uma dimensão temporal. No entanto, é possível que existam outras dimensões, suficientemente pequenas para terem escapado até agora às nossas observações, mas suficientemente grandes para virem a ser detectadas. Uma das consequências mais espantosas da existência destas dimensões adicionais é a possibilidade de se produzirem buracos negros na Terra, em aceleradores de partículas ou nos choques de raios cósmicos com a atmosfera. Se tal possibilidade se vier a confirmar, podemos esperar uma revolução extraordinária na Física e na forma de pensarmos o Universo. Este artigo pretende ser uma breve introdução a estes assuntos.

VÍTOR CARDOSO

Department of Physics and Astronomy

The University of Mississippi

University, MS 38677-1848

USA

Centro de Física Computacional

Universidade de Coimbra

P-3004-516 Coimbra

Portugal

vcardoso@phy.olemiss.edu

BURACOS NEGROS NA TERRA?

O que nos leva a pensar que o mundo só tem três dimensões espaciais? A pergunta pode parecer disparatada! Não é verdade que largura, altura e comprimento bastam para localizar um ponto no espaço? Há, porém, uma série de motivos que tornam a existência de dimensões adicionais uma ideia muito atraente! A primeira vez que tal ideia surgiu remonta a 1920, quando Kaluza e Klein notaram que as teorias da gravitação e do electromagnetismo se podiam unificar de uma forma simples e elegante num espaço com quatro dimensões espaciais. As teorias quânticas da gravitação mais recentes, como a Teoria de Cordas, são formuladas em espaços com seis ou mesmo sete dimensões adicionais, a fim de evitar inconsistências. Nos primeiros modelos, as dimensões extra eram muito pequenas, da ordem de 10^{-35} m ou ainda menores. Era como se o mundo fosse uma folha de papel e a dimensão extra a sua espessura. Explicava-se assim, também, por que é que as dimensões extra escapavam às observações: para se “ver” um corpo de dimensão L são necessários fotões cujo comprimento de onda, λ , seja menor ou igual do que L . Ora, para explorar dimensões da ordem de 10^{-35} m um fotão deveria ter uma energia ($E=hc/\lambda$) enorme, muito para além do limite que a tecnologia actual permite alcançar.

Recentemente foi apresentado o chamado modelo do “Mundo Brana” que, sendo compatível com todos os dados observacionais existentes, propõe a existência de dimensões extra “grandes”, que se podem, em princípio, detectar experimentalmente. A designação “dimensões grandes” resulta de se admitir que possam ter um tamanho da ordem do micrometro (10^{-6} m). Segundo o modelo, o Universo terá $3+n$ dimensões espaciais, possuindo portanto n dimensões extra. As interações do Modelo Padrão e as suas partículas (fotões, electrões, etc.) apenas

existem e se propagam nas três dimensões espaciais que nos são familiares, mas a gravidade “passa” para as outras dimensões. Por outras palavras, vivemos numa membrana tridimensional que está imersa num espaço com mais dimensões, mas só a gravidade acede a essas dimensões extra. Como a luz só viaja na nossa membrana tridimensional, não temos acesso directo às dimensões extra. Mas não será possível a interacção gravitacional dizer-nos alguma

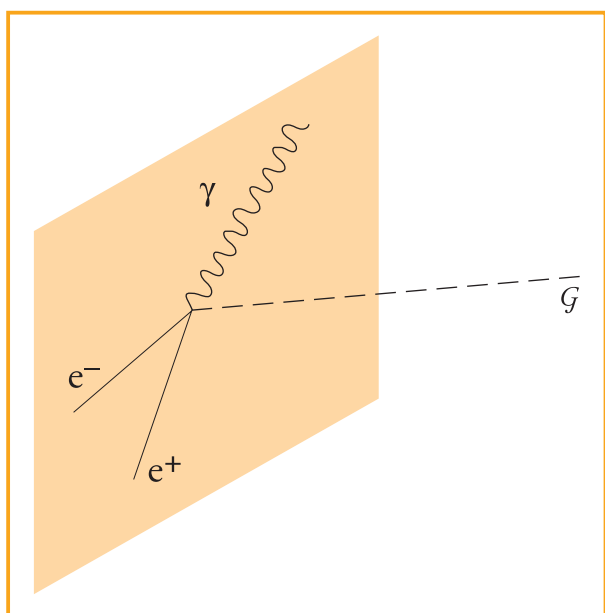


Fig. 1 - As partículas do Modelo Padrão como o electrão (e^-), o positrão (e^+) ou o fóton (γ) propagam-se numa membrana tridimensional, ela própria imersa num espaço com mais dimensões. Apenas a gravidade (representada por \mathcal{G}) consegue “sentir” e propagar-se nas outras dimensões.

coisa sobre as dimensões extra, já que é a única a “saber” que elas existem? De facto, a gravidade pode trazer-nos informação nova. Para percebermos como, basta usar a lei de Gauss para obter o campo gravítico, \mathcal{G} , criado por uma partícula de massa M . Por simplicidade, vamos supor que há dimensões extra, todas com o mesmo tamanho L . Segundo a lei de Gauss, o fluxo do campo gravítico através de qualquer superfície fechada que envolva a partícula é proporcional à sua massa. Em três dimensões, se escolhermos uma superfície esférica de raio r como superfície gaussiana obtemos a bem conhecida lei de Newton, $\mathcal{G} = G M/r^2$, sendo G a constante de gravitação universal. Mas, se o mundo for a $3+n$ dimensões, esta lei terá de ser diferente! Calculemos, em primeiro lugar, o campo numa região próxima da partícula, e para distâncias tais que $r \ll L$. Podemos ainda continuar a usar uma esfera como superfície gaussiana, ou melhor, uma hiper-esfera em $3+n$ dimensões, cuja área é proporcional a r^{n+2} . Como se admite que o Universo tem realmente $3+n$ dimensões, a verdadeira constante de Newton vai ser diferente. Designemos esta nova constante por G_{3+n} , cujo valor, por enquanto, ainda não sabemos. Assim,

$$\mathcal{G} = \frac{G_{3+n} M}{r^{n+2}} .$$

Portanto, para pequenas distâncias, o campo gravítico já não varia de acordo com a lei do inverso do quadrado da distância. Em vez disso, varia com a potência $n+2$ do inverso da distância! Ora, a experiência mostra-nos categoricamente que os corpos estão sujeitos a uma força que varia com o inverso do quadrado da distância... Portanto, para o modelo apresentado ter sucesso, deverá recuperar este comportamento no limite das distâncias grandes.

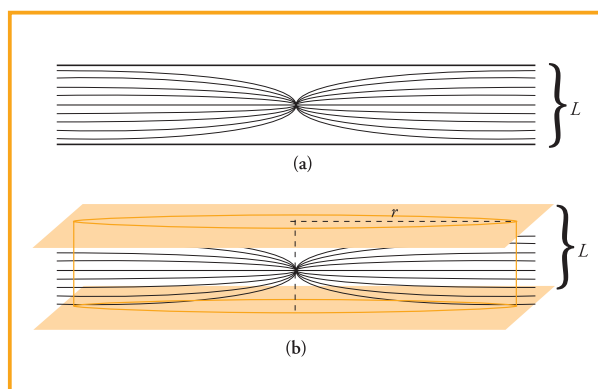


Fig. 2 - Esquema tipo das linhas de força de uma partícula em $1+1$ dimensões (a) e em $2+1$ dimensões (b). Para distâncias grandes, as linhas curvam-se para se adaptarem à geometria (dimensões extra finitas) e, portanto, ficam mais concentradas.

Nesta situação, ou seja, quando $r \gg L$, as linhas de campo de uma partícula deixam de ser radiais e distorcem-se ficando paralelas nas dimensões extra que apenas têm espessura L . A Fig. 2(a) mostra esta situação para uma dimensão espacial “normal” (na horizontal) e uma dimensão extra (na vertical). Longe da partícula as linhas de campo ficam mais concentradas do que se as linhas se mantivessem radiais e a força fica, portanto, mais intensa. As linhas de campo são paralelas a grandes distâncias da partícula e é mais apropriado usar um cilindro para superfície de Gauss, ou melhor, um hiper-cilindro em $3+n$ dimensões, cuja “base” é uma esfera de raio r em 3 dimensões e cuja altura é L em cada uma das dimensões extra. Na Fig. 2(b) representa-se esse cilindro (em $2+1$ dimensões: duas “normais” e uma extra). O fluxo do campo através das bases do hiper-cilindro é nulo e, através da superfície lateral, é simplesmente o produto do campo pela área dessa superfície. Ora, a “área” lateral do hiper-cilindro é o “perímetro” da base, $4\pi r^2$ (trata-se da área de uma esfera em três dimensões), a multiplicar pelas alturas L de cada uma das dimensões extra. O campo gravítico é, portanto,

$$G = \frac{G_{3+n} M}{L^n r^2},$$

recuperando-se a lei do inverso do quadrado da distância! Como, para grandes distâncias, sabemos que a usual Lei de Newton é válida, podemos ir mais longe, relacionando a constante de Newton “efectiva” em 3-dimensões espaciais com a verdadeira constante:

$$G \frac{M}{r^2} = \frac{G_{3+n} M}{L^n r^2} \Rightarrow G_{3+n} = GL^n.$$

O PROBLEMA DA HIERARQUIA E CONSTRANGIMENTOS ÀS DIMENSÕES EXTRA

O modelo do “Mundo Brana” propõe um Universo com n dimensões extra “grandes”. Para grandes distâncias este modelo não pode ser confirmado experimentalmente, tornando-se, por isso, indistinguível dos modelos em três dimensões. Por que razão devemos preferir a descrição do “Mundo Brana” em vez de outras formuladas em espaços a três dimensões? A razão prende-se, por um lado, com o facto de a formulação em $3+n$ dimensões ser mais geral e, por outro lado, e sobretudo, porque resolve uma questão que os modelos em espaços com apenas 3 dimensões não conseguem explicar: trata-se do chamado *problema da hierarquia*. Este é principalmente um problema de “estética” que envolve duas grandezas fundamentais. Uma é a escala fundamental de Planck, que se caracteriza pela energia

$$E_{\text{Pl}} = c^2 \sqrt{\frac{c \hbar}{2G}} \sim 10^{18} \text{ GeV} \simeq 10^{-8} \text{ J}.$$

Esta escala é importante porque fixa a energia a partir da qual a descrição dos fenómenos no quadro da Relatividade Geral tem necessariamente de incorporar os efeitos quânticos. Para obter o valor da energia de Planck ($E_{\text{Pl}} = Mc^2$), igualamos o raio de Schwarzschild (raio máximo de um objecto compacto de massa M , cujo campo gravítico à superfície é tão grande que a própria luz não pode escapar para o exterior),

$$r_s = \frac{2GM}{c^2}$$

ao comprimento de onda de Compton (comprimento de onda associado à partícula quântica com velocidade próxima da da luz)

$$r_c = \frac{\hbar}{Mc}.$$

A escala de Schwarzschild refere-se à gravitação e a escala de Compton aos aspectos quânticos da partícula. Quando as duas escalas espaciais são da mesma ordem de grandeza, os fenómenos que envolvem a gravidade carecem de tratamento quântico.

Uma outra escala fundamental refere-se à energia a partir da qual se dá a unificação da força fraca (responsável, por exemplo, pelo decaimento β) com a força electromagnética. Esta escala electrofraca é da ordem

$$E_{\text{EF}} \simeq 10^2 \text{ GeV}.$$

Como vemos, as escalas de Planck e electrofraca diferem em 16 ordens de grandeza! Um dos grandes problemas das últimas décadas tem sido procurar explicar esta enorme diferença. Ora, o modelo com dimensões extra resolve o problema de uma forma muito elegante. Na verdade, a escala de Planck é muito grande porque admitimos que o campo gravítico varia sempre com o inverso do quadrado da distância. Mas, de facto, nunca foi possível testar *experimentalmente* um tal comportamento para distâncias inferiores a 1 mm. Existe a possibilidade de, afinal, a *verdadeira* escala de Planck ser da ordem da escala electrofraca. Para tanto, vejamos que condições têm de ser impostas no modelo de dimensões extra apresentado na

secção anterior. Se a gravidade “viver” em $3+n$ dimensões espaciais, o raio de Schwarzschild passará a ser

$$r_S^{3+n} = \frac{2G_{3+n}M}{c^2}$$

e consequentemente a energia de Planck será

$$E_{Pl} = c^2 \left[\frac{c^2}{GL^n} \left(\frac{\hbar}{c} \right)^{n+1} \right]^{1/(n+2)} .$$

Se igualarmos esta energia a E_{EF} obtemos uma relação entre o número, n , e o tamanho, L , das dimensões extra:

$$L = 10^{30/n-19} \text{ m} .$$

Para $n=1$ vem $L=10^{11}$ m, o que implicaria que o campo gravítico deveria ter um comportamento diferente do que efectivamente se observa para distâncias da ordem Terra-Sol. Para tais distâncias é sabido desde Kepler que a força varia com $1/r^2$ e, portanto, $n=1$ fica excluído. Contudo, para $n \geq 2$, o campo gravítico só sofreria alterações sensíveis para distâncias inferiores a um milímetro e tal ainda não foi testado experimentalmente. O modelo resolve então o problema da hierarquia, sendo compatível com todos os dados experimentais de que dispomos. O aspecto mais significativo é o facto de o modelo prever que o campo gravítico dependa de forma diferente de $1/r^2$ para pequenas distâncias. Esta possibilidade tem dado origem a um intenso trabalho experimental que está a ser levado a cabo por muitos grupos no mundo inteiro.

CRIAÇÃO E EVAPORAÇÃO DE UM BURACO NEGRO MICROSCÓPICO

Em condições normais, o que impede a matéria de colapsar sobre si própria e formar um buraco negro (que é o resultado final de qualquer colapso)? A existência de forças repulsivas, que contrariam a força atractiva gravitacional. Por exemplo, não caímos para o centro da Terra porque se estabelecem forças electromagnéticas repulsivas entre os nossos sapatos e o chão que pisamos, cuja resultante (reacção normal) é igual e oposta à força gravítica. No núcleo atómico, as forças fraca e electromagnética, que são repulsivas, contrariam a força forte, que é atractiva. No cenário normal (três dimensões espaciais) a força gravítica não desempenha qualquer papel a nível nuclear e, portanto, o núcleo não colapsa.

A matéria só colapsa se a força atractiva gravítica conseguir vencer a força electrofraca. Mas vimos já que tal só acontece para energias superiores à energia de Planck. Se só existirem 3 dimensões espaciais, a energia de Planck é da ordem de 10^{18} GeV e, portanto, só se poderá formar um buraco negro se duas partículas com esta energia colidirem. Esta energia é tão elevada que está excluída a possibilidade de a alcançar com os actuais ou mesmo com os próximos aceleradores. Mas, se o modelo do “Mundo Brana” estiver correcto, a energia de Planck será da ordem de 10^2 – 10^3 GeV. Neste caso vai ser possível criar um buraco negro em resultado da colisão de duas partículas com energia superior a 10^2 – 10^3 GeV.

Ora, o *Large Hadron Collider* (LHC) do CERN (em português, “Grande Colisionador Hadrónico”), que é um acelerador circular com 30 quilómetros de perímetro, vai permitir colisões de partículas com 14×10^3 GeV. Segundo o que acabámos de descrever poderá ser possível a criação de buracos negros microscópicos no LHC, à taxa de alguns por segundo! Um “acelerador” ainda maior é o próprio Universo: muitos raios cósmicos atingem a Terra com energia suficiente para produzirem buracos negros ao chocarem com as partículas da atmosfera. Mas não se preocupe o leitor, pois não vamos ser engolidos por estes buracos negros que, de resto, são microscópicos. De facto, após se formarem decaem rapidamente, evaporando-se por emissão de radiação de Hawking! Aos buracos negros está associada uma temperatura, a chamada temperatura de Hawking T_H , que em $3+n$ dimensões é dada por

$$T_H \propto \frac{1}{M^{1/(n+1)}} .$$

Os buracos negros formados no LHC são muito pequenos e, quanto menor for a sua massa, M , maior será a sua temperatura (ver a equação anterior). Logo, evaporam-se rapidamente. Para um buraco negro formado por colisão de duas partículas no LHC, o seu tempo de vida estima-se em 10^{-26} s. A radiação de Hawking consiste em fotões, electrões, gravitões, etc. (os gravitões são os *quanta* do campo gravitacional, tal como os fotões são os *quanta* do campo electromagnético). Uma situação *sui generis* pode ocorrer. As partículas do Modelo Padrão só “vivem” na membrana tridimensional. Mas o campo gravítico “vive” em todo o espaço e, portanto, os gravitões também são emitidos para as dimensões extra. É então possível que uma boa parte da energia inicial vá para as outras dimensões, isto é, “desapareça” simplesmente da nossa membrana tridimensional, como mostra a Fig. 3. Esta energia assim desaparecida pode ser uma possível “impressão digital” das dimensões extra. Quanto maior for o número de dimensões extra, maior será a fracção de energia que flui

para as outras dimensões. Por exemplo, numa dada colisão em três dimensões espaciais apenas (sem dimensões extra, isto é, $n=0$), cerca de 84% da energia total é emitida sob a forma de fermiões (quarks, electrões, neutrinos), 16% sob a forma de fótons e apenas 0,1% é emitida sob a forma de gravitões. Toda a energia fica na nossa “membrana” porque não existem dimensões extra. No entanto, se $n=7$, e para a mesma colisão, cerca de um quarto da energia passará para as outras dimensões e, portanto, vai parecer que a energia desaparece, ou seja, que não se conserva...

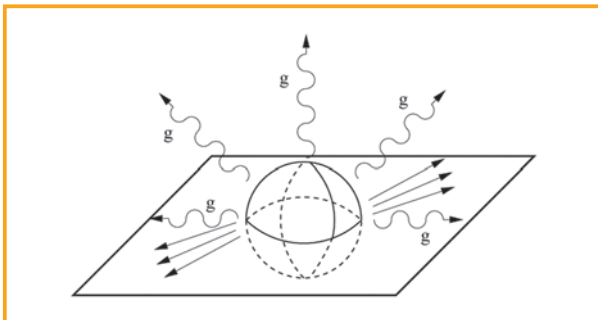


Fig. 3 - Evaporação de um buraco negro, através da radiação de Hawking. A membrana que atravessa o buraco negro representa o nosso Universo visível. As setas direitas que representam as partículas do Modelo Padrão (electrões, fótons, etc.) são emitidas apenas na membrana. Os gravitões, representados pela letra g são emitidos em todas as direcções e, portanto, também para fora da membrana. Parte da radiação será interpretada como tendo desaparecido, pois foi para as outras dimensões.

CONCLUSÃO

A existência de dimensões extra *grandes* resolve, de uma forma elegante, muitos problemas conceptuais, entre os quais o problema da hierarquia. Se essas dimensões existirem, parece inevitável que a Lei de Newton tenha de sofrer alterações para pequenas distâncias, alterações essas que estão neste momento a ser procuradas em muitos laboratórios, por todo o mundo. Um dos efeitos mais espectaculares da existência de dimensões extra é a criação de buracos negros em aceleradores de partículas como o LHC ou em resultado da colisão de raios cósmicos com a atmosfera. Se tal vier a acontecer, podemos afirmar que estamos perante um marco muito significativo da Física. Pela primeira vez será possível testar não só a teoria clássica de Einstein como as necessárias correcções quânticas que têm de ser introduzidas na região da energia de Planck. Haverá, evidentemente, consequências para a Física de Partículas: aumentar a energia das partículas nos aceleradores para explorar os constituintes últimos da matéria de nada adiantará, pois estaremos apenas a criar buracos negros maiores. Tudo o que possa existir para além da escala de Planck ficará escondido por detrás do horizonte de eventos.

Agradeço ao Professor Manuel Fiolhais as muitas sugestões e comentários que fez a este trabalho. Agradeço também ao Professor Mário Pimenta, ao Jaime Cardoso e ao Óscar Dias as várias sugestões que me fizeram chegar. Este artigo baseia-se na investigação que tenho desenvolvido nos últimos anos na área da Gravitação e da Relatividade Geral e foi apoiado no quadro do Programa Gulbenkian de Estímulo à Investigação 2005.

BIBLIOGRAFIA

Na lista bibliográfica seguinte indicam-se alguns livros que abordam assuntos relacionados com este artigo, bem como os principais artigos que estiveram na sua base.

1. S. W. Hawking, *Breve História do Tempo*, Gradiva, Lisboa, 2000.
2. K. S. Thorne, *Black Holes and Time Warps: Einstein's Outrageous Legacy*, W. W. Norton and Company, New York, 1994.
3. P. C. Davies, *Como Construir uma Máquina do Tempo*, Gradiva, Lisboa, 2003.
4. C. Fiolhais, *Física Divertida*, Gradiva, Lisboa, 1999.
5. I. Antoniadis, N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos and G. R. Dvali, “New dimensions at a millimeter to a Fermi and superstrings at a TeV”, *Phys. Lett. B* **436**, 257 (1998).
6. S. W. Hawking, “Particle Creation By Black Holes”, *Commun. Math. Phys.* **43**, 199 (1975) [Erratum-*ibid.* **46**, 206 (1976)].
7. J. L. Feng and A. D. Shapere, “Black hole production by cosmic rays”, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 021303 (2002).
8. V. Cardoso, M. C. Espírito Santo, M. Paulos, M. Pimenta and B. Tomé, “Microscopic black hole detection in UHECR: The double bang signature”, *Astropart. Phys.* **22**, 399 (2005).
9. V. Cardoso, E. Berti and M. Cavaglià, “What we (don't) know about black hole formation in high-energy collisions”, *Class. Quant. Grav.* **22**, L61 (2005).
10. V. Cardoso, M. Cavaglià and L. Gualtieri, “Black hole particle emission in higher-dimensional spacetimes”, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 071301 (2006).