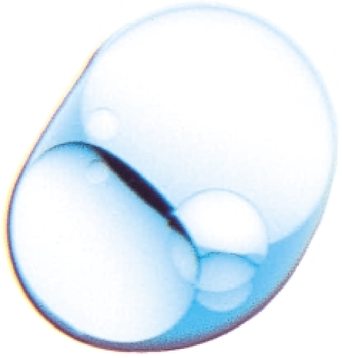
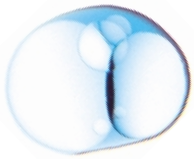
Uma análise dimensional:

ascensão de uma bolha num líquido parado





M.A.R. Talaia*

Descreve-se uma investigação experimental acerca da influência do comprimento de uma bolha tubular isolada na sua velocidade de ascensão no seio de um líquido contido num tubo vertical. As experiências para um sistema ar-água foram realizadas num tubo, de parede interior lisa, com 2 m de comprimento e 20,6 mm de diâmetro interno.
A conclusão principal deste trabalho é que, para líquidos pouco viscosos e em repouso, a velocidade da bolha tubular é independente do comprimento da bolha: $U = C\sqrt{gD}$ onde g é a aceleração da gravidade, D é o diâmetro do tubo e C é uma constante determinada experimentalmente.

Em certas situações de interesse prático, as bolhas gasosas em ascensão num líquido têm diâmetro equivalente, D_e (definido como o diâmetro de uma esfera cujo volume é igual ao volume da bolha), comparável ou superior ao diâmetro, D, da conduta em que circulam gás e líquido. Essas bolhas ascenderão então através do líquido com uma forma adaptada à forma da conduta e, por ser esta normalmente cilíndrica ou tubular, são designadas por bolhas tubulares. A expressão bolha tubular é o equivalente em português das expressões inglesas "gas slug" ou "Taylor bubble".
A Figura 1 ilustra a ascensão de uma bolha tubular de comprimento L_{bt} à velocidade U_{bt} no seio de um líquido contido no tubo cilíndrico transparente.

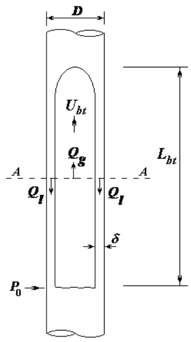


Figura 1 - Ascensão de uma bolha tubular no seio de um líquido.

Usualmente a viscosidade e a massa específica do gás são bastante inferiores, respectivamente, à viscosidade e à massa específica do líquido e, assim, o gás dentro da bolha gasosa estará a uma pressão uniforme. Conforme indica a Figura 1, num corte segundo o eixo do tubo, a bolha tem a forma aproximada de uma bala, com o "nariz" arredondado e o corpo alongado e aproximadamente cilíndrico; a uma distância suficientemente grande do nariz da bolha, o interface gás – líquido tem uma forma cilíndrica.

Considerando uma bolha tubular isolada em ascensão através do líquido contido numa coluna vertical, fechada nos dois extremos, tem interesse considerar um plano horizontal que "corta" a bolha (plano representado por *AA* na Figura 1) e contabilizar quer o débito de gás, quer o débito correspondente de líquido que atravessam esse plano, num dado instante.

Na Figura 1, Q_g representa o débito instantâneo de gás através de *AA*, enquanto Q_l representa o correspondente débito de líquido, em sentido oposto; como é obvio, para uma coluna fechada na base (isto é, em que não há alimentação de gás nem líquido), os valores absolutos de Q_g e Q_l são necessariamente iguais.

Dado que a bolha tubular ascende através do líquido com uma velocidade U_b, o débito de passagem de gás através de *AA* é dado por

$$Q_g = Q_l = U_{bt}\pi\left(\frac{D}{2}-\delta\right)^2 \tag{1}$$

Numa análise simplificada, é razoável desprezar δ em face de $D/2$. Portanto, o caudal Q, por unidade de comprimento medido na perpendicular ao eixo do tubo, é

$$Q = \frac{Q_l}{\pi D} = \frac{U_{bt}D}{4} \tag{2}$$

Em geral, o regime de escoamento é considerado laminar quando o número de Reynolds é $R_e < 2000$ e turbulento quando $R_e > 3000$. O número de Reynolds para escoamento pelicular define-se habitualmente por $R_e = (4Q\rho_l)/\mu_l$, em que ρ_l e μ_l representam respectivamente a massa volúmica e a viscosidade dinâmica do líquido.

É corrente aceitar-se que o escoamento será laminar para $R_e < 1000$, mas tal não significa que $R_e = 1000$ seja o limite inferior a partir do qual o escoamento passa a turbulento. Hewitt and Wallis [1], por exemplo, obtiveram escoamento laminar nas suas experiências até $R_e \cong 4000$. No entanto, será uma boa precaução considerar que o escoamento pode ser laminar ou turbulento para $1000 < R_e < 5000$, dependendo o valor exacto da transição de pormenores da instalação difíceis de quantificar. Só para $R_e > 5000$ se pode esperar, com segurança, que o escoamento pelicular seja turbulento.

Para escoamento laminar é usada a teoria de Nusselt [2]. A espessura da película de líquido δ, para pressões de ensaio próximas da pressão atmosférica em que a massa volúmica do gás é desprezável face à massa volúmica do líquido, é dada por

$$\delta=\left(\frac{3\mu_l Q}{\rho_l g}\right)^{1/3} \tag{3}$$

Esta expressão pode ainda ser reescrita em função do R_e:

$$\delta= 0.909Re^{1/3}\left(\frac{\mu_l^{2}}{\rho_l^{2} g}\right)^{1/3} \tag{4}$$

Para escoamento turbulento, Wallis [3] sugeriu uma expressão aproximada para o cálculo de δ, com base numa aproximação da equação de Belkin *et al.* [4]. O seu valor é dado por

$$\delta= 0.063Re^{2/3}\left(\frac{\mu_l^{2}}{\rho_l^{2} g}\right)^{1/3} \tag{5}$$

Um contributo para o estudo de um escoamento pelicular por gravidade ao longo de uma superfície vertical foi por nós fornecido [5].

Experimentalmente, se o volume de gás de cada bolha for medido e o valor de δ for calculado, facilmente se pode prever o valor do comprimento da bolha, tomando como aproximação que a bolha de gás é constituída por um cilindro de gás de diâmetro $d = (D-2\delta)$ e de uma meia esfera de gás de raio $r = (D-2\delta)/2$. Em alternativa, e com maior rigor, o comprimento da bolha pode ser avaliado experimentalmente quando se conhecem a velocidade de ascensão da bolha tubular e o tempo devido à passagem da bolha por uma referência, marcada no tubo.

Fundamento físico

Dumitrescu [6] e Davies and Taylor [7] deduziram teoricamente que a velocidade de ascensão de uma bolha tubular isolada, a pressões de ensaio próximas da pressão atmosférica, depende apenas do valor de g no local onde é realizada a experiência e do valor D do diâmetro do tubo usado. A questão que se coloca e que tem causado alguma discussão é saber por que razão a velocidade de ascensão não depende do comprimento da bolha tubular. Para responder a esta questão é importante caracterizar a situação em estudo, identificando as variáveis envolvidas. O ponto de partida para a análise que se segue é admitir que, para o valor de g local e escolhido um D que determina o comprimento da bolha L_{bt}, e para um dado volume de gás de uma bolha, o valor de U_{bt} é determinação

$$U_{bt} = f(g, D, L_{bt}) \tag{6}$$

A análise dimensional desta relação pode ser feita segundo as técnicas tradicionais (ver, por exemplo, Kay and Nedderman [8]).

Havendo quatro variáveis envolvidas e sendo apenas duas as grandezas fundamentais (comprimento e tempo), devem escolher-se duas variáveis principais, a partir das quais se adimensionalizam as outras duas. Há várias escolhas possíveis para as variáveis principais. Escolheram-se g e D.

Determinação dos parâmetros adimensionais, Π_1 e Π_2

Com

$$\Pi_1 = \frac{U_{bt}}{g^a D^b} \rightarrow \frac{\frac{L}{T}}{\left(\frac{L}{T^2}\right)^a L^b} \tag{7}$$

vem: $L \rightarrow 1 = a+b$ e $T \rightarrow -1 = -2a$. Calculados os valores de a e b, o parâmetro adimensional é dado por $\Pi_1 = U_{bt}/(gD)^{1/2}$. Π_1 tem sido usado por diversos autores [6, 7, 9] e é usualmente simbolizado pela letra C.

Se Π_1 for constante também o será U_{bt} .

Por outro lado,

$$\Pi_2 = \frac{L_{bt}}{g^c D^d} \rightarrow \frac{L}{\left(\frac{L}{T^2}\right)^c L^d} \tag{8}$$

donde: $L \rightarrow 1 = c+d$ e $T \rightarrow 0 = -2c$. Calculados os valores de c e d, o parâmetro adimensional é dado por $\Pi_2 = L_{bt}/D$. Π_2 é uma quantidade adimensional que caracteriza a relação entre o comprimento ou "tamanho" da bolha tubular no seio de um líquido contido num tubo de diâmetro D.

Encontrados os parâmetros adimensionais Π_1 e Π_2, torna-se necessário saber como se relacionam. A representação gráfica da função

$$\frac{U_{bt}}{(gD)^{1/2}} = \varphi\left(\frac{L_{bt}}{D}\right) \tag{9}$$

para um sistema gás-líquido indicará se a velocidade da bolha tubular depende do comprimento da bolha.

Dispositivo experimental

É fácil realizar no laboratório, com baixo custo, uma experiência que mostre uma bolha tubular em ascensão num líquido. O dispositivo experimental é composto por um tubo transparente de vidro ou "perspex", fechado nas duas extremidades, e um sistema de duas válvulas de corte rápido.

Foi marcada uma distância, l, segundo o eixo do tubo para se avaliar o tempo de percurso, t', feito pelo "nariz" da bolha. Como a bolha se move uniformemente no seio do líquido, o valor experimental da velocidade é determinado pelo quociente da distância pelo tempo medido, ou seja, $U_{bt} = l/t'$. O comprimento da bolha é calculado multiplicando o valor da velocidade da bolha pelo tempo, t, medido durante a passagem da bolha (do "nariz" até à "cauda" da bolha) por uma referência marcada no tubo (por exemplo P_0, indicada na Figura 1). Esse comprimento é dado por $L_{bt} = U_{bt} t$.

Bolhas isoladas para um sistema ar-água foram estudadas numa gama alargada de volume de gás medido.

Resultados experimentais e discussão

A Figura 2 mostra a variação do comprimento da bolha tubular, L_{bt}, em função do tempo medido, t, e do volume medido de gás, V. O gráfico mostra também os dados experimentais, para os tempos medidos, com as respectivas barras de erro. A linha a cheio representa os valores calculados a partir do volume de gás medido.

Como o tubo tinha os topos fechados, não há influência dos efeitos de entrada e de saída dos fluidos, pelo que o escoamento pelicular foi suposto laminar. Os valores R_e = 2866 e δ = 0,603 mm foram calculados a partir da definição de R_e , da expressão (1) dividida por πD, de (3) e do valor de U_{bt} medido.

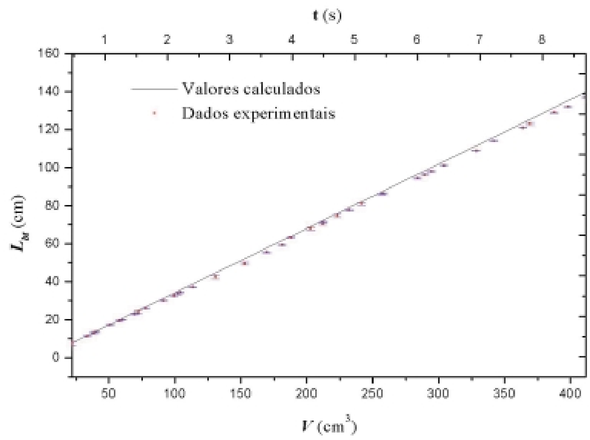


Figura 2 - Variação do comprimento de uma bolha tubular isolada.

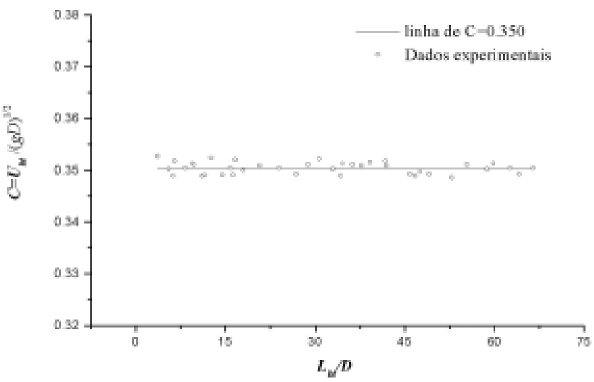


Figura 3 - Influência do "tamanho" da bolha na sua velocidade.

A Figura 3 mostra o resultado obtido a partir da função *(9)*. No gráfico é representada a linha do valor médio de C bem como os dados experimentais. Os pares de valores de C e L_{bt}/D indicados no gráfico sugerem que o valor de C é independente da variação de L_{bt}/D, o que equivale a afirmar que, para o valor local de g e escolhido um certo D, a velocidade de ascensão de uma bolha tubular não depende do seu comprimento.

Conclusão

Com base numa análise dimensional, estabeleceu-se e interpretou-se fisicamente a influência do comprimento de uma bolha tubular isolada na sua velocidade de ascensão no seio de um líquido parado, contido num tubo vertical. Para o sistema ar – água, conforme sugere a Figura 3, o grupo adimensional C é independente da variação do grupo adimensional L_{bt}/D. Neste trabalho, o valor de C é 0,3501 $\pm$ 0,001. Por conseguinte, a velocidade de ascensão de uma bolha tubular isolada pode ser determinada através da expressão $U_{bt} = 0.350\sqrt{gD}$.
O valor de C obtido está de acordo com os valores obtidos nomeadamente por Dumitrescu [6] C = 0,351, Davies and Taylor [7] C = 0,328 e White and Beardmore [10] C = 0,345. Finalmente, este estudo mostrou o mecanismo da relação, tão importante nas ciências físicas, entre o modelo teórico e a experiência.

* Departamento de Física, Universidade de Aveiro 3810 Aveiro
mart@fis.ua.pt

Referências

[1] Hewitt, G.F. e Wallis, G.B., Flooding and associated phenomena in falling film flow in a vertical tube, Multiphase Flow Symposium - Winter Annual Meeting of ASME, Philadelphia, pp. 62-74 (1963)

[2] Nusselt, W., Surface condensation of water vapour, Zeitschrift Verein Deutscher Ingenieur 60 (26), 569-575; 60 (27), 541-546 (1916)

[3] Wallis, G.B., One-dimensional Two-phase Flow. Chap. 11, pp. 336-346, McGraw-Hill, New York (1969)

[4] Belkin, H.H., MacLeod, A.A., Monrad, C.C. e Rothfus, R.R, Turbulent liquid flow down vertical walls. American Institution Chemical Engineering Journal, 245-248 (1959)

[5] Talaia, M.A.R., Estabilidade de Bolhas em Líquidos e Encharcamento em Colunas de Parede Molhada, Tese de Doutoramento, Universidade do Porto (1997)

[6] Dumitrescu, D.T., Stroemung an einer Luftblase im senkrechten Rohr, Zeitschrift Angewandter Mathematischer Mechanik, 23, 139-149 (1943)

[7] Davies, R.M. e Taylor, G.I., The mechanics of large bubbles rising through liquids in tubes, Proceedings of the Royal Society, London, 200 Ser. A, 375-390 (1950)

[8] Kay, J.M. e Neddermand, R. M., An Introduction to Fluid Mechanics and Heat Transfer, London, Cambridge University Press (1974)

[9] Nicklin, D.J., Wilkes, J.O. e Davidson, J.F., Two-phase flow in vertical tubes, Transactions International Chemical Engineering 40, 61-68 (1962)

[10] White, E.T. e Beardmore, R.H., The velocity of rise of single cylindrical air bubbles through liquids contained in vertical tubes, Chemical Engineering Science 17, 351-361 (1962)