ERROS E ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS

O formalismo para tratar dados experimentais é apresentado e usado para justificar de forma simples as regras de algarismos significativos que, por vezes, são mal compreendidas tanto por alunos como por professores de ensino secundário.

ANDRÉ COSTA

Escola ES/3 de Carvalhos
Rua do Roseiral
4415-136 Pedroso
E-mail: j.andre.costa@netcabo.pt

No meu percurso de professor tenho deparado com grandes confusões no trabalho com algarismos significativos. Vou por isso expor e explicar as regras básicas utilizadas no ensino secundário. Darei exemplos acessíveis, evitando entrar no formalismo matemático rigoroso.

Por que se usam algarismos significativos? O valor 1,00 não é igual a 1? Do ponto de vista matemático, sim. Mas sempre que se façam medições temos de levar em conta a respectiva precisão.

Suponha o leitor que pretende medir uma folha de papel com uma régua (graduada em milímetros). A folha mede 29,7 cm, por exemplo (fig. 1). Mas não terá mais algumas fracções de milímetro? Poderá verificá-lo com uma régua vulgar? Tente medir a espessura da folha com a mesma régua. Chega a algum resultado rigoroso?

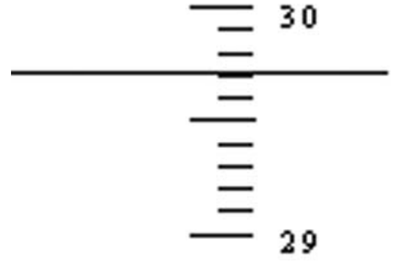


Fig. 1 - Medição da altura da folha com uma régua graduada em milímetros.

Todas as medições estão afectadas por uma incerteza, relacionada com a escala do aparelho de medida. Continuemos com o exemplo da folha.

Afirmamos, com certeza, que a folha mede entre 29,7 cm e 29,8 cm. Entre os dois valores, apenas podemos fazer uma estimativa (digamos, 0,1 mm). Mas o último algarismo, que é estimado, está sujeito a um erro. Assim, poderíamos dizer que a folha mede 29,71 cm, onde os três primeiros algarismos são certos e o último incerto.

Normalmente, toma-se como erro metade do menor valor da escala (denominada natureza) do aparelho de medida (neste caso; a natureza da régua é 1 mm, pelo que o erro é 0,5 mm). O resultado seria 29,71 $\pm$ 0,05 cm indicando, com *certeza absoluta*, que o valor da altura da folha está compreendido entre (29,71 - 0,05) cm e (29,71 + 0,05) cm. Qualquer outro algarismo a seguir ao 1 seria desprovido de significado. Teríamos, portanto, um resultado com 4 *algarismos significativos*.

Vemos então por que é diferente afirmar que um objecto mede 30,00 cm ou 30 cm. No primeiro caso, sabemos que o valor real se encontra entre 29,95 cm e 30,05 cm, enquanto, no segundo, apenas podemos dizer que se encontra entre 25 cm e 35 cm.

ERROS E INCERTEZAS

Antes de prosseguir a discussão dos algarismos significativos, justifica-se uma abordagem ao cálculo de erros e incertezas.

Resultados práticos podem ser obtidos por *medição directa*, onde o valor se obtém por leitura do instrumento de medida ou por comparação com outra grandeza da mesma espécie (exemplos: comprimento, massa, etc.), ou por *medição indirecta*, onde o valor da grandeza procurada é determinado matematicamente a partir de medições directas de outras grandezas base (exemplos: área de uma superfície, massa volúmica, etc.).

Os erros são de dois tipos: *sistemáticos* ou *acidentais*. Nos primeiros, os resultados são afectados sempre no mesmo sentido, podendo provir de métodos inadequados, instrumentação deficiente ou inépcia do experimentador. Podem ser detectados por comparação com a medição de um padrão, corrigidos por factores de conversão adequados ou eliminados por calibração. Pelo contrário, os erros acidentais, que mudam o resultado em qualquer sentido, são inevitáveis. São devidos ao experimentador e podem resultar de diversos factores: leitura do valor por estimativa, erros de paralaxe, etc.

Os erros sistemáticos desviam os resultados sempre no mesmo sentido. Os erros acidentais aumentam a dispersão dos resultados. Assim, os erros acidentais afectam a *precisão*, enquanto os erros sistemáticos afectam a *exactidão*. Expliquemos com um exemplo.

Suponhamos que, num concurso de tiro (fig. 2), o concorrente A faz todos os tiros muito próximos uns dos outros mas, ao lado do alvo; e que o concorrente B coloca cada tiro em posições diametralmente opostas do alvo. O concorrente A tem boa precisão, mas pouca exactidão (deverá talvez afinar a arma). A média dos resultados do concorrente B seria exactamente o centro do alvo, mas os seus tiros estão dispersos. Este concorrente obteve, por acaso, um resultado exacto, mas muito pouco preciso (pode a sua arma estar afinada, mas ele é mau atirador).

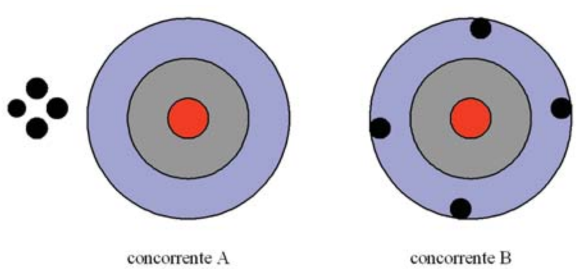


Fig. 2 - Concurso de tiro ao alvo

Supondo corrigidos os erros sistemáticos, os erros acidentais, sempre presentes, devem ser apresentados nos resultados. Aos desvios evidenciados pela dispersão dos resultados passamos a chamar incerteza da medida, chamando erro ao desvio do valor real, quando este é conhecido.

De um modo geral, a incerteza no valor de uma grandeza pode ser bem descrita aumentando o número de medições. Para um número suficientemente elevado de medições, devemos efectuar uma análise estatística [1-7].

MEDIÇÕES DIRECTAS

Numa medição directa, o valor mais provável de uma grandeza é a média aritmética das várias medições efectuadas:

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

onde n representa o número de medições. As várias medições distribuem-se em torno do valor *médio*. Cada valor vem afectado de um *desvio absoluto* $\Delta x = x_i - \overline{x}$. De igual modo, pode definir-se o *desvio relativo*, dividindo o desvio absoluto pelo valor médio:

$$\Delta_r x = \frac{x_i - \overline{x}}{\overline{x}}$$

A incerteza do valor mais provável pode ser considerada de diversas formas:

- Podemos considerar o valor máximo dos módulos dos desvios de cada medida $|\Delta x_{máx.}|$. Embora tal incerteza tenha um valor exagerado, que nada nos diz sobre a distribuição dos resultados, este pode ser o método mais adequado quando trabalhamos com um pequeno número de medições, como é o caso de muitos trabalhos do secundário.

- Um valor mais adequado é o cálculo do desvio médio, dado pela média aritmética do valor absoluto dos diversos desvios

$$\overline{\Delta x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} |\Delta x_i|$$

O valor final deverá ser apresentado na forma $\overline{x} \pm \overline{\Delta x}$. Note-se que, se o erro associado ao instrumento de medida for superior aos desvios, a incerteza absoluta deverá ser esse valor.

Para um número de medições elevado, os resultados distribuem-se em torno do valor médio segundo uma curva, em forma de sino, denominada *curva de Gauss*, gaussiana ou distribuição normal (fig. 3). Quanto mais larga for esta curva, mais dispersos serão os resultados e mais pequena será a precisão. Pelo contrário, se a curva for estreita, a maioria dos resultados encontrar-se-á próximo do valor médio, indicando uma grande precisão.

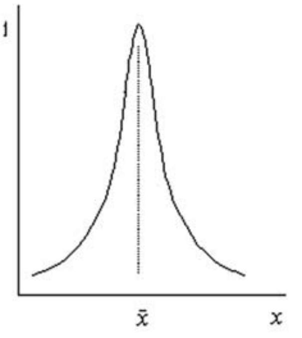


Fig. 3 - Curva de Gauss, definida por $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(x-\overline{x})^2/\sigma^2}$, *com* $\overline{x}$ *a média e* σ *o desvio padrão.*

A grandeza que indica a forma da curva de Gauss é o *desvio padrão* σ, definido como a raiz quadrada positiva da variância (média do quadrado dos desvios):

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}\,.$$

Sabemos que 68,26 por cento dos resultados estão no intervalo $\overline{x} \pm \sigma$ e que 95,44 por cento destes estão no intervalo $\overline{x} \pm 2\sigma$. Assim, quanto menor for o desvio padrão, maior será a precisão da experiência [4]. O valor de σ dá-nos uma ideia da dispersão dos resultados em torno do valor médio. A precisão é indicada de modo mais claro tomando $\sigma / \overline{x}$, que obviamente tende para zero quando a precisão aumenta.

Na prática, o número de medidas no ensino secundário raramente é suficiente para justificar o uso do desvio padrão. Contudo, se as medições forem feitas com cuidado, o desvio padrão é um bom indicador da precisão dos resultados. Ele deve vir acompanhado do número de medidas efectuadas. No caso em que o número de dados é pouco numeroso (n < 10), deve substituir-se na expressão de σ o denominador n por n-1:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}$$

A demonstração desta expressão, denominada correcção de Bessel, encontra-se nas Refs. [5-7]. É fundamental que, ao apresentar o valor de σ, se indique a definição utilizada.

MEDIÇÕES INDIRECTAS

No caso de uma grandeza depender de outras grandezas, cada uma afectada da sua incerteza, o cálculo da incerteza final é diferente.

Considere-se, em geral, uma grandeza X que é função de m outras grandezas: $X = f(x_1, x_2, ..., x_m)$. O desvio máximo de X é dado por

$$\Delta X = \sum_{i=1}^{m} \left| \frac{\partial X}{\partial x_i} \right| \Delta x_i$$

É necessário tomar o valor absoluto das derivadas parciais. Caso contrário, quando estas fossem negativas, um desvio elevado reduziria o erro no resultado final. Esta expressão dá-nos o valor máximo da incerteza absoluta da grandeza X. É a expressão indicada quando dispomos de um número muito reduzido de medições ($n < 10$). Contudo, quando este número é mais alargado ($n > 10$), utiliza-se para o cálculo da incerteza mais provável

$$\Delta X = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \left(\frac{\partial X}{\partial x_i} \right)^2 (\Delta x_i)^2}$$

Vejamos alguns casos particulares que podem ser utilizados pelos alunos que ainda não sabem cálculo diferencial.

Soma ou subtracção

• *A incerteza absoluta de uma soma ou subtracção de duas medidas é a raiz quadrada da soma dos quadrados das incertezas absolutas das parcelas (se* $X = A + B$ *então* $\Delta X = \sqrt{\Delta A^2 + \Delta B^2}$*)*

Por exemplo, a soma de A = (2,00 ± 0,05) cm com B = (1,80 ± 0,02) cm dá

$$A + B = (2,00 + 1,80) \pm \sqrt{0,05^2 + 0,02^2} \text{cm}.$$

Logo, A + B = (3,80 ± 0,05) cm.

Multiplicação ou divisão

• *A incerteza relativa de um produto ou quociente é igual à raiz quadrada da soma dos quadrados das incertezas relativas dos factores*

$$(\text{ se } \; X = A \times B, \; \text{então} \; \frac{\Delta X}{X} = \sqrt{\left(\frac{\Delta A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\Delta B}{B}\right)^2}).$$

Vejamos, por exemplo, o cálculo da massa volúmica $\rho = m / V$. Se m = 0,998 ± 0,006 kg e V = 1,025 ± 0,020 dm^3, então

$$\Delta_r m = \frac{\Delta m}{m} = \frac{0,006}{0,998} = 0,006 = 0,6\%$$

$$\Delta_r V = \frac{\Delta V}{V} = \frac{0,020}{1,025} = 0,020 = 2,0\%$$

Logo,

$$\Delta_r \rho = \frac{\Delta \rho}{\rho} = \sqrt{0,006^2 + 0,020^2} = 0,021$$

Mas

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{0.998}{1,025} = 0,974 \;\; \text{kg/dm}^3$$

Logo, $\Delta \rho = \rho \times \Delta \rho_r = 0,974 \times 0,021 = 0,020$.

E o resultado final é $\rho = 0,974 \pm 0,020 \text{ kg/dm}^3$.

Convém notar que é prática comum no ensino secundário fazer directamente a soma das incertezas (absolutas ou relativas, consoante o caso) em vez de utilizar o quadrado das mesmas. Este procedimento é válido se o número de medições for muito pequeno mas, em particular se existirem muitas parcelas, contribui para um valor exagerado do erro. Na nossa opinião, é pedagogicamente aconselhável que os alunos efectuem uma análise estatística aprofundada dos seus dados, mesmo com poucas medições ($n \geq 5$).

GRÁFICOS A DUAS DIMENSÕES

Sempre que uma função se escreva na forma $y = mx + b$, com m a grandeza a determinar, o gráfico de y em função de x permite conhecer essa grandeza, que é o declive. Por exemplo, na posição de um móvel em função do tempo, o declive do gráfico dá-nos directamente o valor numérico da velocidade.

A determinação de uma grandeza calculando o declive de um gráfico é, geralmente, preferível à utilização de médias. Em geral, o gráfico resultará numa nuvem de pontos dispostos aproximadamente em linha recta. O gráfico:

• permite-nos, com escalas adequadas nos eixos, analisar a precisão da experiência por simples observação; quanto mais dispersos estiverem os pontos em relação à recta teórica, menor será a precisão.

• permite-nos excluir os pontos que se afastem nitidamente da recta devido a ruídos ou outros erros acidentais; estes pontos poderiam aumentar consideravelmente os erros.

• permite-nos identificar a zona na qual a expressão linear é válida.

Hoje em dia, uma máquina de cálculo científico permite, por regressão linear, calcular a melhor recta que passa por esses pontos. Mas, uma pessoa experiente pode traçar manualmente essa recta. Ela passa pelo chamado centro de gravidade, ou *centróide*, que tem por coordenadas as médias das ordenadas e das abcissas $(\bar{x}, \bar{y})$. Note-se que a recta mais provável pode não conter nenhum dos pontos determinados experimentalmente. O declive pode ser determinado usando dois pontos da recta afastados entre si (na recta e não dos valores experimentais)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Para medir a precisão, usa-se o c*oeficiente de correlação linear* de Pearson,

$$r = \frac{C_{x,y}}{\sigma_x \sigma_y}$$

onde σ_x e σ_y são o desvio padrão de cada uma das variáveis *x* e *y*, respectivamente, e

$$C_{x,y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)y_i$$

é a covariância ou variância conjunta das variáveis [1]. O valor de *r* varia entre -1 e 1. Nestes valores extremos a correlação é perfeita, significando que todos os pontos estão em linha recta. Se *r* = 0, não existe correlação linear entre os pontos e a dispersão é absoluta. Numa experiência precisa, a correlação deverá (em valor absoluto) ser igual ou superior a 0,9. O valor de *r*, bem como as incertezas do declive e da ordenada na origem, são dados por qualquer calculadora científica.

Ao desenhar o gráfico em papel milimétrico é necessário ter cuidado com a escala de cada eixo. Podemos tentar que o algarismo onde reside a incerteza do valor corresponda à parte incerta da marcação, isto é, ao espaço entre cada milímetro. Por exemplo, para marcar a abcissa 2,13 V, podíamos utilizar uma escala 1 V : 1 cm. Contaríamos 2 cm (2 V), depois o traço de 1 mm (2,1 V) e seguidamente marcaríamos aproximadamente as décimas de milímetro (2,13 V). Se o valor fosse 2,1345 V, para que as décimas de milésimas de volt (o algarismo 5) ficassem nessa zona de incerteza, cada milésima de volt do gráfico teria de corresponder a 1 mm no papel. Logo, ao volt corresponderia 1 m! É óbvio que, com esta precisão, só podemos utilizar este gráfico se o intervalo de valores for suficientemente pequeno. Caso contrário, temos de nos limitar à maior escala possível.

Se, pelo contrário, conseguirmos visualizar no gráfico a incerteza associada a cada valor experimental, poderemos associar a cada ponto as respectivas barras de erro (horizontais e verticais). Traçamos manualmente duas rectas prováveis que estejam contidas nos extremos das barras de erro (e que passem pelo centróide) e, analisando cada uma das rectas, determinamos o valor médio do declive e da ordenada na origem e respectivas incertezas.

ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS

Vamos agora analisar as regras básicas a ter em conta na apresentação de resultados.

Como vimos, 3,00 m ou 300 cm têm ambos três algarismos significativos. A mudança de unidades não altera o número de algarismos significativos (a medida é a mesma, pelo que a precisão é igual). Assim, se 3 cm tem um algarismo significativo, também 0,03 m tem apenas um. Podemos concluir então que:

- *Devem ser contados como significativos todos os algarismos, a partir do primeiro à esquerda que seja diferente de zero.*

Por exemplo, 0,0025 tem 2 algarismos significativos e 2500 tem 4.

O resultado de uma medição deve ser sempre indicado com o número de algarismos significativos correcto mesmo que o último, lido por estimativa, seja zero!
A forma mais adequada de representar uma medida física é a notação científica. Coloca-se a vírgula no primeiro algarismo diferente de zero e multiplica-se por uma potência inteira de base 10. Por exemplo, 0,0025 = $2{,}5 \times 10^{-3}$.
As potências não contam como algarismos significativos.
No ensino secundário é comum considerar-se que:

- *Se o primeiro algarismo for igual ou superior a 5 deve contar como 2 algarismos.*

Por exemplo, $4{,}65 \times 10^{-5}$ tem 3 algarismos significativos, mas $6{,}022 \times 10^{23}$ teria 5 algarismos significativos.
Esta regra não é universal, não sendo adoptada por muitos professores. Como não é, em geral, o critério adoptado no ensino superior, desaconselha-se a sua utilização no secundário, mesmo levando em conta a sua referência em diversos livros de texto.

ARREDONDAMENTOS

Existem duas correntes no que se refere a arredondamentos. A primeira, seguida nos computadores e máquinas de calcular, usa as seguintes regras:

- *Se a casa decimal, imediatamente a seguir à escolhida para última, for 5, 6, 7, 8 ou 9, aumenta-se uma unidade à casa decimal escolhida.*

- *Se a casa decimal, imediatamente a seguir à escolhida, for 0, 1, 2, 3 ou 4, deixa-se a casa decimal escolhida inalterada.*

A segunda corrente, conhecida pela regra do número par, é idêntica à primeira excepto quando logo a seguir à casa escolhida aparecer um 5, ou um 5 seguido apenas de zeros. Neste caso:

- *Se a casa decimal imediatamente a seguir à escolhida for um 5, ou um 5 seguido de zeros, aumenta-se uma unidade* *à casa decimal escolhida se esta for ímpar, e mantém-se esta inalterada se ela for par (por exemplo, 3,5 = 4 mas 4,5 = 4).*

Note-se que esta regra só se utiliza se não existirem algarismos diferentes de zero após o 5 a desprezar (6,5 = 6 mas 6,500 001 = 7). Os alunos poderão achá-la injusta uma vez que, ao reduzir as suas notas às unidades, um aluno com 13,5 e um com 14,5 teriam o mesmo resultado final: 14 valores. No entanto, é esta a regra definida pelas normas portuguesas [8].

A razão desta regra prende-se com a necessidade de, sendo impossível saber se o valor a arredondar tem erro por excesso ou por defeito, encontrar um procedimento que conduza a arredondamentos tanto para cima como para baixo. Assim evita-se que as médias de valores arredondados venham a apresentar erros sistemáticos num ou noutro sentido.

Se tivermos conhecimento de que uma dada leitura está afectada de um erro, seja por excesso ou por defeito, devemos considerar essa informação ao efectuar o arredondamento. Mas, se desconhecermos o tipo de erro e se os números arredondados forem utilizados posteriormente, então já se justifica a utilização desta regra. Se o arredondamento se restringir a um único número, como é muitas vezes o caso, devemos utilizar a primeira regra e arredondar a casa decimal anterior ao 5 para cima, independentemente do algarismo aí presente.

OPERAÇÕES ALGÉBRICAS

Ao efectuar um cálculo, dispomos em geral de valores com números diferentes de algarismos significativos. Como devemos apresentar o resultado?

Multiplicações e divisões:

• *Numa multiplicação ou divisão o resultado deve ter o mesmo número de algarismos significativos que o termo com menos algarismos significativos.*

Assim, no cálculo da área de uma folha (A = 29,70 × 21,0 cm^2), o resultado 623,7 cm^2 deveria ser reduzido para 6,24 × 10^2 cm^2 de modo a manter apenas 3 algarismos significativos.

Existe, embora raramente seja referida, uma excepção a esta regra [9]:

• *Quando o factor com maior número de algarismos significativos começa pela unidade e o factor com menor número de algarismos começa por outro algarismo (particularmente se for superior a cinco), o resultado pode ser apresentado com mais um algarismo do que o factor com menor número de algarismos.*

Por exemplo, na multiplicação 13,27 × 0,84 = 11,1468, o resultado pode ser apresentado como 11,2 (com 3 algarismos) em vez de apenas 11.

Adições e subtracções:

Estas operações causam alguma confusão aos alunos, na medida em que eles decoram que devem manter o número de algarismos significativos. Mas suponhamos que, com a mesma fita métrica, medimos 1,34 cm e 525,36 cm. Será que, ao adicionar os dois valores (526,70 cm), devemos reduzir o número de algarismos significativos? Não têm ambos a mesma incerteza (nas décimas de milímetro), uma vez que foram obtidos com o mesmo instrumento de medida? De facto nestes casos:

• *O número de casas decimais do resultado de uma adição ou subtracção é igual ao do termo com menor número de casas decimais.*

Por exemplo, ao somar 1,223 com 3,1 (o resultado é 4,323) devemos apresentar apenas uma casa decimal, isto é, 4,3.

Em cálculos complicados, para que as diversas aproximações não se reforcem, elevando o erro, os resultados só devem ser arredondados no final dos cálculos. Nos cálculos intermédios, deve ser sempre mantido pelo menos mais um algarismo significativo do que o previsto para o resultado final.

DÚVIDAS E CASOS PARTICULARES

Vejamos agora algumas dúvidas de professores e alunos quanto a estas regras.

Suponhamos que medimos dois valores: A = 113,15 ± 0,05 e B = 4,2 ± 0,5. Qual é a incerteza na adição destes dois valores? É $\Delta(A+B)$ = 0,50, isto é, da ordem da primeira casa decimal. Por isso, basta considerar neste caso o menor número de casas decimais.

E na multiplicação? Porque devemos considerar algarismos significativos e não casas decimais? Vejamos um exemplo: se tanto A = 100,00 ± 0,05 (cinco algarismos significativos e incerteza relativa $\Delta_r A$ = 0,0005) como B = 1,00 (três algarismos significativos e incerteza relativa $\Delta_r B$ = 0,05) têm duas casas decimais, por que razão não pode o produto AB vir com duas casas decimais? A incerteza relativa de AB, pelas regras apresentadas, será 0,0500 que, multiplicada por AB, origina a incerteza absoluta ΔAB = 5,00. O resultado final será então AB = 100,00 ± 5,00. Com incerteza já nas unidades, não faz qualquer sentido considerar mais casas decimais. Assim, devemos tomar o menor número de algarismos significativos e AB = 1,00 × 100,00 = 100 (três algarismos significativos).

Mas porquê a excepção a esta regra? Vejamos outro exemplo semelhante: se A = 13,27 ± 0,05 e B = 0,84 ±

0,05, AB = 11,2 (de acordo com a regra, o resultado deveria ser apresentado com dois algarismos significativos). Basta calcular a incerteza absoluta deste produto para ver que $\Delta AB \approx 0{,}7$. Se só existe erro na primeira casa decimal, não há necessidade de arredondar o valor para 11 de forma a manter apenas dois algarismos. Assim, AB = 11,2 ± 0,7.

É possível que a contagem dos números iniciados por cinco ou superior com um algarismo significativo a mais tenha tido origem na aplicação descuidada desta excepção.

A insistência em contar um algarismo a mais pode levar a casos absurdos: Se A = 2 e B = 4, o produto AB = 8 terá, de acordo com essa regra, sempre um algarismo significativo a mais!

Esta abordagem é meramente exemplificativa, podendo encontrar-se facilmente contra-exemplos para o que foi aqui exposto.

Em última análise, tem de imperar o bom senso e a compreensão do que cada valor e respectivos erros representam. Num trabalho laboratorial, mais importante do que submetermo-nos cegamente a regras e convenções não universais sobre algarismos significativos, é a análise cuidada das incertezas de medição e respectiva propagação nos resultados. Se apresentarmos os resultados de acordo com a respectiva incerteza podemos estar certos que o número de algarismos será adequado.

CONCLUSÃO

Apresentei várias regras sobre erros e algarismos significativos, acompanhadas de exemplos simples, que os alunos podem entender e adoptar. A maioria destas regras faz parte do programa de Matemática, ou de Métodos Quantitativos, do 10º ano de escolaridade. Devido à falta de interdisciplinaridade do nosso ensino os alunos não aplicam o que aprendem em Estatística no seu trabalho laboratorial. Seria desejável que a Estatística, pelo menos quando ensinada no agrupamento científico-natural, deixasse um pouco os exemplos típicos das ciências humanas e fosse mais fértil nas aplicações às ciências naturais.

Muitas das leis apresentadas estão devidamente regulamentadas, quer pelo Instituto Português de Qualidade (IPQ) [10], quer pela International Organization for Standardization (ISO) [11]. O acesso às normas publicadas por esta última é difícil para quem viva longe de Lisboa. Pela Internet só se pode efectuar a encomenda das normas (a um preço elevado).

BIBLIOGRAFIA

[1] Neves, Maria Augusta e Brito, Maria Luísa, *Matemática (10º Ano)*, Vol. 1, Porto Editora, 1994.

[2] Neves, Maria Augusta, *Matemática (10º Ano)*, Vol. 3, Porto Editora, 1998.

[3] Lima, Yolanda e Gomes, Francelino, *XeqMat (10º Ano)*, Editorial O Livro, 1992.

[4] Lipschutz, Seymour, *Probabilidade*, Editora McGraw-Hill do Brasil, 3ª edição, 1972

[5] Rabinovich, Semyon, *Measurement Errors*, American Institute of Physics, 1995.

[6] Topping, J., *Errors of observation and their treatment*, Chapman and Hall, 1972.

[7] Taylor, John R., *An introduction to error analysis*, University Science Books, 1982.

[8] Norma NP-37 - *Arredondamento dos valores numéricos*, IGPAI (IPQ), 1961.

[9] Yavorski, B. M. e Detlaf, A. A., *Prontuário de Física*, 2ª edição, Editora Mir, 1990.

[10] IPQ: http//www.ipq.pt

[11] ISO: http//www.iso.ch/iso/en/ISOOnline.openerpage

CENTRO DE FÍSICA DAS INTERACÇÕES FUNDAMENTAIS

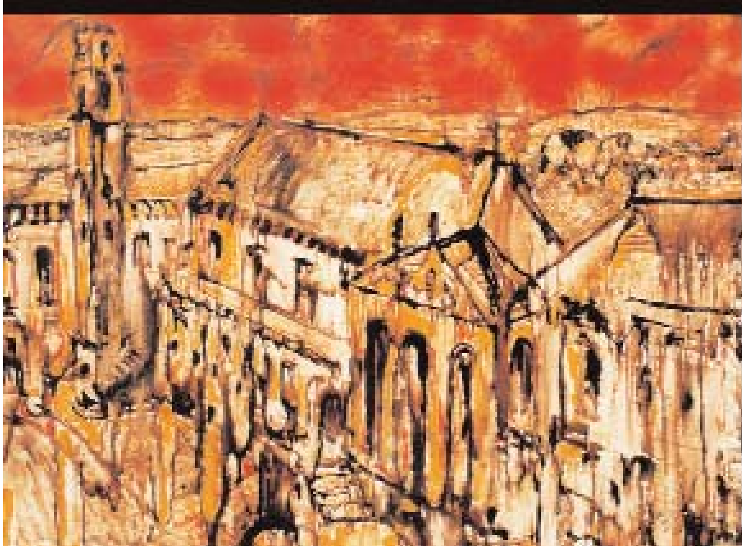
Instituto Superior Técnico

> Projectos de investigação em Física de Partículas, Física Nuclear, Física Hadrónica, Física da Matéria Condensada, Relatividade e Cosmologia, Geometria Diferencial e áreas afins.

> Teses de Mestrado e Doutoramento com uma formação internacionalmente competitiva.

> 33 membros doutorados.

Visite a nossa página http://cfif.ist.utl.pt



Centro de Física Computacional

Partículas e Campos
Matéria Condensada
Geofísica
Ensino e História das Ciências

Escola de Física Computacional

Departamento de Física
Universidade de Coimbra
3004-516 Coimbra

http://cfc.fis.uc.pt
Tel: 239410600
Fax: 239829158