

## LES AMPLIFICATEURS À LARGE BANDE, EN PHYSIQUE NUCLEAIRE

par A. ROUMEGOUS

*Laboratoire Curie — Institut du Radium — Paris*

(Reçu Mai 1954)

Les impulsions électriques recueillies à la sortie des détecteurs de particules ont en général une amplitude trop faible pour être analysées directement; il est nécessaire de les amplifier, avant de rechercher à utiliser les informations qu'elles transportent: C'est là le rôle des amplificateurs à large bande.

Nous décrirons les amplificateurs ordinaires et les corrections que l'on y apporte, puis les amplificateurs à contre-réaction qui ont une meilleure stabilité du gain, enfin nous donnerons un exemple d'amplificateurs à constantes distribuées, qui feront l'objet d'une publication ultérieure plus détaillée.

Le problème se présente dans toute sa généralité sous la forme suivante:

Si une fonction  $e_i(t)$  (figure 1):

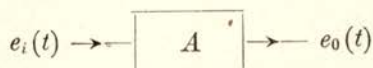


Fig. 1

est introduite à l'entrée de l'amplificateur, comment disposer ses éléments pour avoir, à chaque instant, la relation:

$$\boxed{e_o(t) = A e_i(t)}$$

$e_i(t)$  = Tension entrée  
 $A$  = Fonction de transfert du gain  
 $e_o(t)$  = Tension de sortie

Les fonctions  $e_i(t)$  et  $e_o(t)$  devant être affines,

$$A = \text{constante}$$

Toutefois l'expérience montre que ces conditions idéales ne sont pas réalisables, si bien qu'on est amené à étudier l'amplificateur en fonction des caractéristiques de la tension d'entrée que l'on veut conserver.

### I — Caractéristiques importantes de la fonction d'entrée :

La fonction  $e_i(t)$  dépend de l'énergie de la particule qui l'a créée, et d'autre part du système détecteur lui-même ; mais elle se présente toujours sous la forme d'une impulsion (figure 2). Deux grandeurs sont

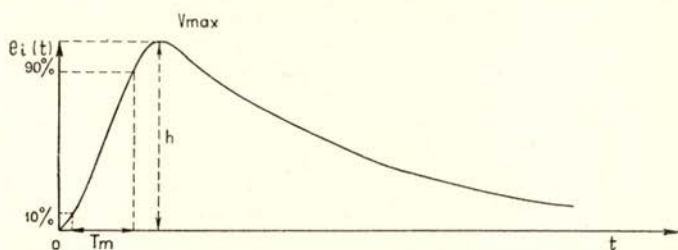


Fig. 2

intéressantes selon que l'on s'attachera à faire de la discrimination d'énergie ou des coïncidences. Ce sont :

a) La grandeur  $h = V_{\max}$ , qui est proportionnelle à l'énergie de la particule. Deux impulsions devant être séparées par un temps  $t$  connu, pour éviter le phénomène « d'empilement », il y a intérêt à diminuer ce temps de descente, comme le montre la figure 3, courbe  $b$ . En effet une 2<sup>e</sup> impulsion, arrivant au temps  $t_1$ , verrait son élévation  $h_1$  complètement faussée : courbe  $c$ .

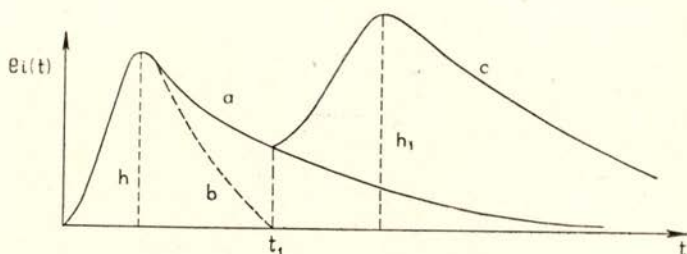


Fig. 3

b) Le temps de montée  $T_m$ , défini comme étant le temps mis par la tension  $e_i(t)$  pour passer de 10% à 90% de sa valeur. Cette grandeur doit être respectée, car après formation triangulaire de l'impulsion, figure 4, sa largeur à la base sera :

$$\tau \neq 2 T_m$$

$\tau$  interviendra dans l'expression du pouvoir de résolution des systèmes à coïncidences.

Si l'on développait en intégrale de FOURIER  $e_i(t)$  on aurait :

$$e_i(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

avec

$$G(j\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e_i(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau.$$

Le spectre de fréquence ainsi obtenu, s'étendrait jusqu'à l'infini.

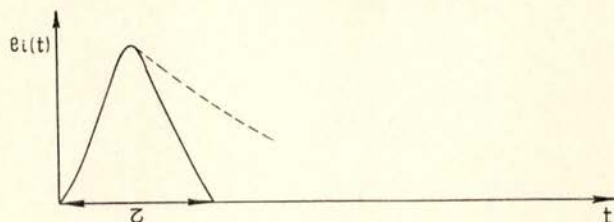


Fig. 4

Nous allons montrer que tout amplificateur est incapable de passer des fréquences supérieures à une fréquence limite  $f_0$ . Ceci signifie qu'à partir de  $f_0$ , on néglige le reste de l'intégrale. Une erreur systématique est ainsi introduite qui doit être rendue négligeable. C'est là le but de l'étude de la fonction de transfert  $A$ .

## II — Connaissance de la fonction de transfert $A$ . (référence [1]).

a) Relation bande passante-fréquence de coupure :

Réalisons le montage électrique suivant : figure 5. Supposons la tension  $e_i(t)$  sinusoïdale

$$e_i(t) = E_i \text{Sin } \omega t$$

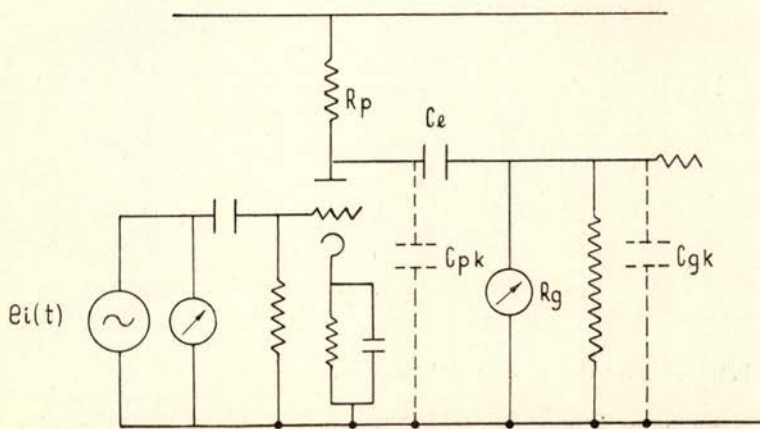


Fig. 5

la tension de sortie aura la forme :

$$e_0(t) = A E_i \text{Sin} (\omega t + \varphi)$$

Faisons varier  $f = \frac{\omega}{2\pi}$  et traçons les courbes

$$A(f) = \left| \frac{e_0(t)}{e_i(t)} \right| \quad \varphi = g(f).$$

Nous obtenons les figures 6 et 7

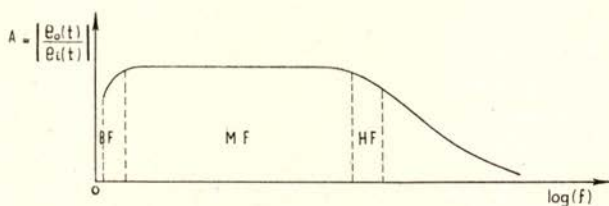


Fig. 6

On constate que la fonction de transfert  $A$  n'est pas constante, de même  $\varphi = g(f)$ . Ces courbes peuvent être séparées en trois régions : région des basses fréquences, des moyennes fréquences, et des hautes fréquences.

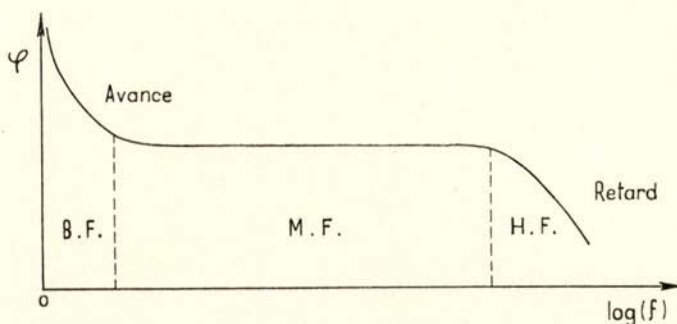


Fig. 7

### 1.°) Région des basses fréquences :

Dans cette région les capacités parasites  $C_g k$  et  $C_p k$  n'ont pas d'influence car elles sont trop faibles ( $C_i \neq 5$  à  $15 \text{ pF}$ ). On est ramené



au schéma ci-dessous (figure 8 a) dont l'équivalent électrique est donné par les figures 8 b et 8 c.

$$A = \left| \frac{e_o(t)}{e_i(t)} \right|$$

$$A = \frac{R_g}{R \left[ 1 + \frac{1}{j C_l \omega R} \right]} = \frac{1}{R \left[ 1 - j \frac{F_0}{F} \right]}$$

avec :

$$\begin{cases} R = R_g + \frac{\rho R_p}{\rho + R_p} \neq R_g \\ F_0 = \frac{1}{2 \pi R C_l} \end{cases}$$

Le module de cette fonction imaginaire représente  $A$  :

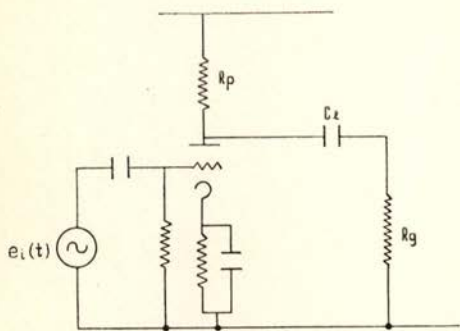


Fig. 8 (a)

Posons  $\frac{F_0}{F} = a$

$$A = \frac{1}{1 - ja} = \frac{1 + ja}{2}$$

$$|A| = \frac{\sqrt{1 + a^2}}{2}$$

Si  $a = 1$ , c'est à dire

$$F = F_0 = \frac{1}{2 \pi R C_l}$$

$$|A_0| = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,7.$$

La valeur  $A_0$  de la fonction de transfert, pour  $F = F_0$ , est égale à 0,7 fois la valeur maximum : soit une atténuation de 3 décibels.

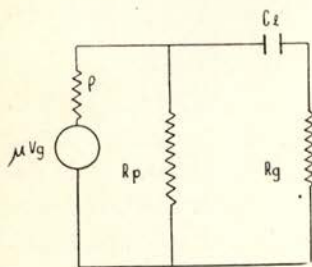


Fig. 8 (b)

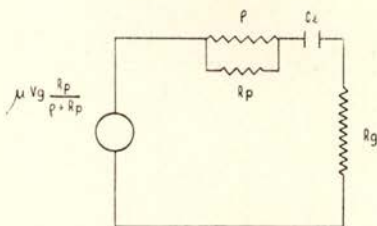


Fig. 8 (c)

DÉFINITION : La fréquence  $F_0 = \frac{1}{2 \pi R C_l}$ , pour laquelle l'atténuation est de 3 db, s'appelle la fréquence de coupure inférieure.

La fonction  $\varphi = g(f)$  devient :  $\text{tg } \varphi = \frac{F_0}{F} = \frac{1}{2 \pi R C_l}$ .

On voit qu'il existe une avance de phase  $\varphi$  aux basses fréquences.

2.°) *Région des moyennes fréquences :*

Les capacités parasites  $C_{gk}$  et  $C_{pk}$  sont encore négligeables et la capacité de liaison  $C_l$  le devient aussi. Le schéma devient (figures 9 a et 9 b):

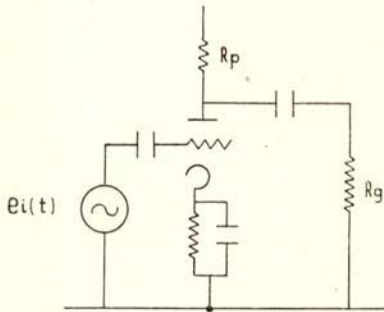


Fig. 9 (a)

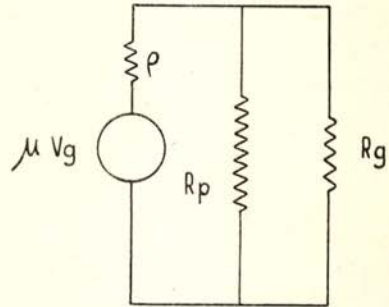


Fig. 9 (b)

Posons

$$R = \frac{R_p R_g}{R_p + R_g}$$

il vient :

$$|A| = \frac{\mu R}{\varphi + R}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R} = 0.$$

L'impédance de transfert et la fonction phase sont constantes.

3.°) *Région des hautes fréquences :*

Les capacités parasites  $C_{gk}$  et  $C_{pk}$  interviennent,  $C_l$  est négligeable. Nous avons le schéma ci-contre (figure 10(a) dont l'équivalent électrique est donné par les figures 10(b) et 10(c).

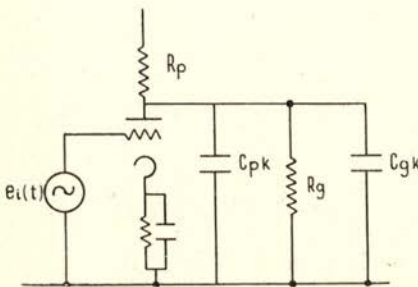


Fig. 10 (a)

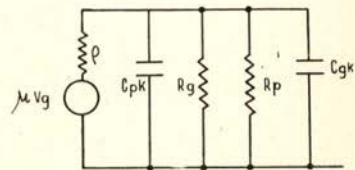


Fig. 10 (b)

$$R = \frac{\varphi R_p R_g}{\varphi R_p + \varphi R_g + R_p R_g} \quad C_t = C = C_g k + C_p k.$$

Posons :

$$F_1 = \frac{1}{2\pi RC}$$

et calculons  $A(f)$  et  $\varphi = g(f)$

$$A = \frac{SR}{1 + jRC\omega} = \frac{SR}{j \times 2\pi FRC} \quad S = \text{pente du tube.}$$

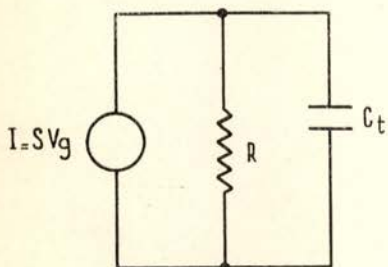


Fig. 10 (c)

$$A = SR \times \frac{1}{1 + j \frac{F}{F_1}}$$

Si  $\frac{F}{F_1} = a$

$$A = A_{MF} \times \frac{1}{1 + ja}$$

car :  $A_{MF} = SR.$

Si  $A = A_{MF} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$

$a = 1$  c'est à dire  $F = F_1.$

DÉFINITION : la fréquence  $F_1$  pour laquelle l'atténuation est de 3 décibels s'appelle la fréquence de coupure supérieure.

DÉFINITION : La gamme de fréquences comprises entre  $F_1$  et  $F_0$  s'appelle la bande passante :

$$\Delta F = F_1 - F_0$$

Calculons  $\varphi = g(f)$  :

$$\text{tg } \varphi = -RC\omega$$

On voit qu'il existe un retard de phase pour les hautes fréquences.

La relation essentielle existant entre le gain  $A$  et la fréquence de coupure  $F_1$  est la suivante :

$$\begin{aligned} A_{MF} &= SR & S &= \text{pente} \\ 2\pi F_1 RC &= 1 & R &= \text{charge} \end{aligned}$$

d'où

$$F_1 \times A = \frac{S}{2\pi C}$$

a)  $\frac{S}{C}$  se nomme «Facteur de mérite de la lampe»

b) Pour  $A = 1$ ,  $F_1 = \frac{S}{2\pi C}$  c'est la fréquence limite au-dessus

de laquelle la lampe n'amplifie plus. En unités pratiques la formule devient

$$F = 160 \frac{S}{C} \quad \begin{cases} F \text{ en } MC \\ S \text{ en } \text{milli/Volt} \\ C \text{ en } pF \end{cases}$$

Exemple :

$I$ (milliamp)	$S$ (milli/Volt.)	$C_p k$ (pF)	$C_p k$ (pF)	$T_m$ ( $10^{-9}$ sec.)	$F_1$ (MC)	
7	5,1	4	2,8	3,75	93	6 A K 5
10	9,4	9,5	4,5	3,4	102	E F 4 2

Exemple :

$$F_1 = 3,3 MC ; S = 5 \text{ milli/volt} ; C_i = 7 pF$$

$$G \neq 40$$

Remarque : On voit qu'il existe un compromis entre  $A$  et  $F_1$  :

a) Grand gain et faible bande passante

b) Petit gain et grande » »

b) Relation temps de montée-fréquence de coupure :

Supposons que nous appliquons à l'entrée du montage précédent (figure 5) la fonction marche unité :

$$e_i(t) = \gamma(t) \quad \begin{cases} \gamma(t) = 1 & \text{pour } t \geq 0 \\ \gamma(t) = 0 & \text{» } t \leq 0 \end{cases}$$

On peut l'écrire sous la forme :

$$e_i(t) = \gamma(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin \omega t}{\omega} d\omega$$



L'expérience montre :

- 1.°) que l'amplificateur ne laisse passer les fréquences que jusqu'à  $F_0$  ;
- 2.°) qu'il répond avec un temps fini  $\tau$  .

La tension de sortie s'exprimera par :

$$e_0(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_1} \frac{\text{Sin } \omega(t - \tau)}{\omega} d\omega$$

La courbe  $e_0(t)$  (fig. 11) présente un point d'inflexion au point  $t = \tau$

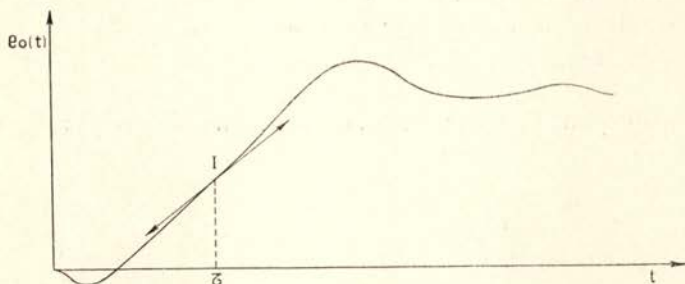


Fig. 11

$$\frac{d[e_0(t)]}{dt} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_1} \text{Cos } \omega(t - \tau) d\omega = \frac{1}{\pi} \left[ \frac{\text{Sin } \omega(t - \tau)}{t - \tau} \right]_0^{\omega_1}$$

$$\left[ \frac{d e_0(t)}{d t} \right]_{t=\tau} = \frac{\omega_1}{\pi}$$

Le temps de montée peut être défini comme l'inverse de la tangente au point  $I$

$$T_m = \frac{\pi}{\omega_1} = \frac{1}{2 F_1}$$

$$T_m = \frac{1}{2 F_1}$$

En pratique on emploie la formule

$$\boxed{T_m = \frac{1}{3 F_1}}$$

car la coupure dans le spectre de fréquences n'est pas brusque.

*Exemple :* Pour respecter le temps de montée d'une impulsion qui passe de 10 à 90%<sub>0</sub> de son amplitude en  $10^{-8}$  seconde, on devra

introduire un amplificateur qui ne coupe que les fréquences supérieures à :

$$F_1 = \frac{1}{3 \times 10^{-8}} = 33 \text{ MC.}$$

c) Corrections hautes [fréquences améliorant la bande passante (référence [4])]

Pour un gain donné, on cherche en général à obtenir la fréquence de coupure la plus élevée possible.

Introduisons une self en série avec la résistance de plaque : on forme ainsi un circuit oscillant figure 12(a) dont l'équivalent électrique est donné par la figure 12(b).

En employant la transformation de LAPLACE il vient :

$$e_0(p) = \frac{I(p)}{p} \times \frac{1}{Cp + \frac{1}{\frac{R}{L}p + \frac{1}{LC}}} = \frac{I(p)}{LCp \left( p^2 + \frac{R}{L}p + \frac{1}{LC} \right)}$$

Soient  $p_1$  et  $p_2$  les racines de  $p^2 + \frac{R}{L}p + \frac{1}{LC}$

données par

$$p = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}$$

il vient :

$$e_0(p) = \frac{I(p)}{pLC(p-p_1)(p-p_2)}$$

posons  $\alpha = \frac{L}{R^2C}$

sera

$$p = -\frac{1}{2\alpha CR} (1 \pm \sqrt{1-4\alpha})$$

et en revenant à la fonction  $e_0(t)$  on a : figure (13)

$$e_0(t) = e_i(t) \left[ 1 + \frac{1}{p_1 - p_2} e^{p_1 t} e^{p_2 t} + p_2 e^{p_1 t} - p_1 e^{p_2 t} \right]$$

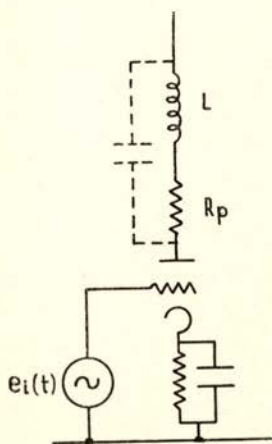


Fig. 12 (a)

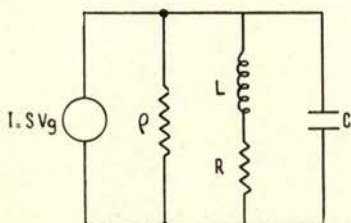


Fig. 12 (b)

La correction permise sans apparition « d'overshoot » correspond a :

$$\alpha = 0,25.$$

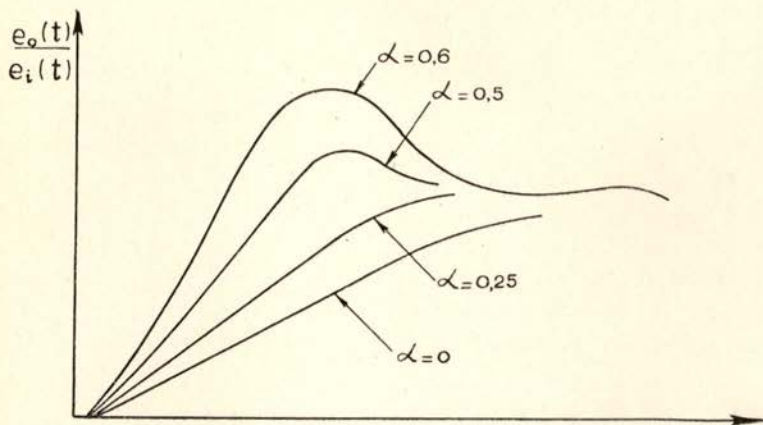


Fig. 13

Le temps de montée  $T_m$  de l'amplificateur ordinaire qui, exprimé en fonction de  $RC$ , est :

$$T_{m_0} = 2,2 RC \text{ devient } T_m = 1,65 RC$$

$$T_m = T_{m_0} \times 0,75$$

Le temps de montée est amélioré, la bande passante élargie. On peut se représenter cette correction sous la forme suivante.

Le circuit possède sa fréquence de résonance dans la zone de l'atténuation et la renforce : figure (14)

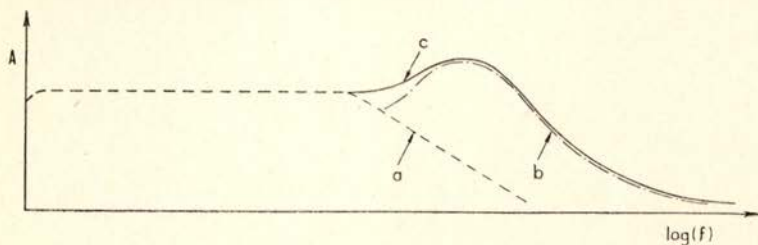


Fig. 14

- a - Réponse sans correction
- b - » du circuit oscillant
- c - » totale

d) Correction basses [réquences évitant l'overshoot (référence [6])

La réponse de  $n$  circuits différentiateurs (Vacuum tubes Amplifier) à une fonction marche unité  $\gamma(t)$  est:

$$e_0(t) = \sum_1^n A_i e^{-\frac{t}{\tau_i}}$$

avec

$$\frac{1}{A_1} = \prod_{i=1}^n \left[ 1 - \frac{\tau_i}{\tau_n} \right]$$

Supposons  $\tau_1 < \tau_2 < \tau_3 \dots < \tau_n$ .

La réponse est une somme exponentielle dont les coefficients  $A_i$  sont de signe inverse: figure (15) (Deux exponentielles seulement sont représentées).

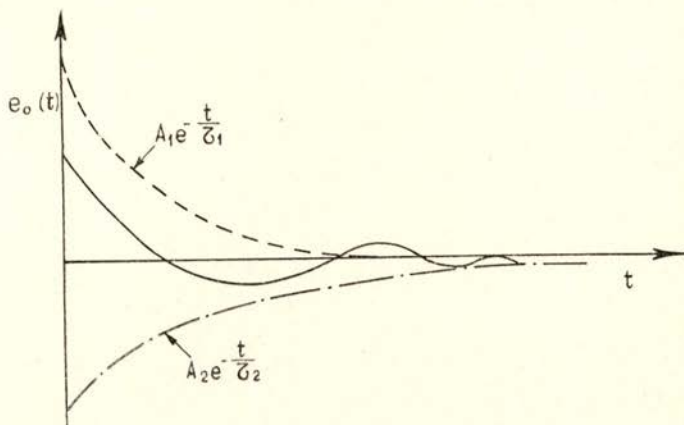


Fig. 15

On voit que  $e_0(t)$  présente des oscillations qui sont indésirables.

Prenons une des constantes de temps, soit  $\tau_{n+1}$ , beaucoup plus petite que les autres  $\tau_{n+1} \ll \tau_1 < \tau_2 \dots < \tau_n$ .

$$A_{n+1} = A_i \frac{\tau_{n+1}}{\tau_i}$$

Si  $\tau_1$  est la plus courte des  $N$  constantes de temps tous les coefficients  $A$ , seront multipliés par un nombre  $< \frac{\tau_{n+1}}{\tau_i}$  et les overshoots réduits dans le rapport  $\frac{\tau_{n+1}}{\tau_i}$ .



e) Amplificateurs à plusieurs étages : (référence [3]).

La formule donnant  $A$  aux hautes fréquences s'écrit :

$$A_{HF} = SR \times \frac{1}{1 + jRC\omega} = |A_{MF}| \times \frac{1}{1 + ja} \quad \text{avec } a = RC\omega.$$

Si nous avons  $n$  étages identiques

$$A \text{ total} = A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$$

d'où

$$A \text{ total} = |A_{MF}|^n \times \left( \frac{1}{1 + ja} \right)^n$$

$$\boxed{|A| \text{ total} = |A_{MF}|^n \times \left( \frac{1}{\sqrt{1 + a^2}} \right)^n}$$

La nouvelle bande passante sera définie pour  $a$  donnant :

$$|A| \text{ total} = \frac{|A_{MF}|^n}{\sqrt{2}}$$

d'où

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{(\sqrt{1 + a^2})^n}$$

$$2^{\frac{1}{2n}} = (1 + a^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$a = \sqrt{2^{\frac{1}{n}} - 1}$$

$$\boxed{\Delta F \text{ total} = \frac{\sqrt{2^{\frac{1}{n}} - 1}}{2\pi R_p C_t}}$$

Nous voyons que dans le cas d'un étage  $a_1 = 1$

pour  $n$  étages  $\rightarrow a_n = \sqrt{2^{\frac{1}{n}} - 1}$

$$\frac{\Delta F_n}{\Delta F_1} = \frac{1}{\sqrt{2^{\frac{1}{n}} - 1}}$$

$$\boxed{\Delta F_n = \Delta F_1 \times \frac{1}{\sqrt{2^{\frac{1}{n}} - 1}}}$$

La fréquence de coupure est multipliée par  $\frac{1}{\sqrt{2^{\frac{1}{n}} - 1}}$

$n$	$\sqrt{2^{\frac{1}{n}} - 1}$
1	1
2	0,64
3	0,51
4	0,43
5	0,38

Influence sur le temps de montée :

Nous allons donner la règle sans la démontrer :

$$T_m \text{ (total)} = \sqrt{T_{m_1}^2 + T_{m_2}^2 + \dots + T_{m_n}^2}$$

$$T_m \text{ (total)} = T\sqrt{n} \quad \text{si les } n \text{ étages sont identiques.}$$

Le temps de montée total est égal à la racine carrée de  $n$  fois le carré du temps de montée d'un étage.

*Exemple :* Une impulsion a son temps de montée égal à  $T_m = 4 \times 10^{-8}$ . Si un étage a  $1 \times 10^{-8}$  secondes de temps de montée propre

$$T_m = 10^{-8} \sqrt{16 + 1}$$

Soit une erreur de  $\frac{0,12}{4} = 3\%$ .

*Résumé :* Voici les formules essentielles ainsi qu'un exemple :

$$(1) \quad F_1 \times A = \frac{S}{2 \pi C_t} \quad (2) \quad F_1 = \frac{1}{2 \pi R C_t} \quad (3) \quad T_m = \frac{1}{3 F_1}$$

$$(4) \quad \Delta F \text{ total} = \Delta F_1 \times \frac{1}{\sqrt{2^{\frac{1}{n}} - 1}} \quad (5) \quad T_m \text{ total} = \sqrt{n} T^2 = T\sqrt{n}$$

$$(6) \quad \frac{L}{R^2 C} = \alpha$$

$F_0$  = Fréquence de coupure ;

$A$  = Fonction transfert ;

$S$  = Pente ;

$T_m$  = Temps de montée ;

$n$  = nombre d'étages.

Reprenons l'exemple ci-dessus : une impulsion a un  $T_m = 4 \times 10^{-8}$  nous voulons un gain de 6. La lampe est une 6AK5;  $C_l = 7 \text{ pF}$ ;  $S = 5,1 \times 10^{-3}$ . Avec une erreur de 3%

$$T_m = 4,12 \times 10^{-8} \text{ sec.}$$

de (2) on tire

$$R = 1260 \Omega.$$

de (5) on tire

$$L = 1,7 \mu \text{ Henry.}$$

Le gain est alors :

$$A = 5,1 \times 1,2 \neq 6$$

et le montage est représenté figure (16)

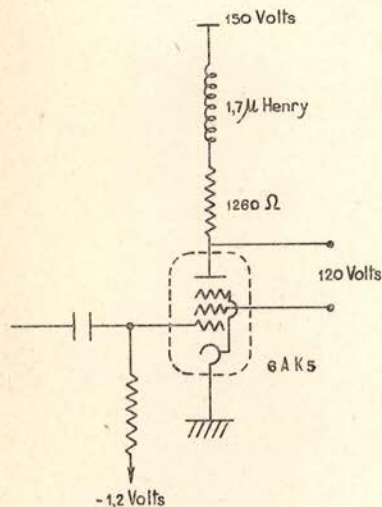


Fig. 16

### Les amplificateurs à reactions

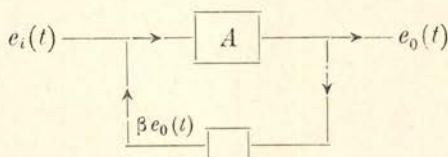
Lorsqu'on s'attache à transmettre des impulsions dont on veut conserver rigoureusement les rapports d'amplitude (discriminateur d'énergie), la fonction de transfert  $A$  doit présenter une grande stabilité. En effet une variation de  $A$  se répercute immédiatement sur  $e_0(t)$

$$e_0(t) = A e_i(t)$$

$$d e_0(t) = e_i(t) d A(t)$$

Les variations de  $A$  viennent de ce que les lampes vieillissent, les résistances chauffent. Afin d'éliminer ces variations on emploie la contre réaction.

*Rappel du principe:* Une fraction  $\beta e_0(t)$  de la tension de sortie est ramenée en opposition de phase à l'entrée :



Soit  $e_0(t)$  la tension de sortie ; la nouvelle tension d'entrée est :

$$e_i(t) - \beta e_0(t)$$

la fonction de transfert étant  $A$  en chaîne ouverte, nous avons :

$$[e_i(t) - \beta e_o(t)] A = e_o(t)$$

d'où la fonction de transfert  $G$  en chaîne fermée :

$$(I) \quad G = \frac{e_o(t)}{e_i(t)} = \frac{A}{1 + \beta A}$$

Remarque Si  $A \gg 1$  il vient :

$$G = \frac{1}{\beta}$$

Le gain est indépendant de l'amplificateur, il ne dépend que du réseau passif de contre réaction. La stabilité d'un réseau étant bien supérieure à celle des lampes, on obtient une stabilité meilleure. Chiffrons cette stabilité :

$$\frac{dG}{G} = \frac{dA}{A} \times \frac{1}{1 + \beta A}$$

La réaction améliore la stabilité du gain dans le rapport  $\frac{1}{1 + \beta A}$ .

Exemple :  $\frac{dA}{A} = \frac{5}{100}$  si  $\frac{1}{\beta} = 20$   $A = 10^3$

$$\frac{dG}{G} = \frac{5}{100} \times \frac{1}{1 + \frac{1}{20} \times 10^3}$$

$$\frac{dG}{G} = \frac{5}{100} \times 10^{-3}$$

On a gagné un facteur  $10^3$ .

Corrections apportées en HF par la réaction. (référence [2])

En portant dans l'équation (I) la valeur de  $A_{HF}$

$$A_{HF} = SR \times \frac{1}{1 + jRC_i\omega}$$

il vient

$$G_{HF} = \frac{SR}{1 + \beta SR} \times \frac{1}{1 + \frac{jRC_i\omega}{1 + \beta SR}} = G_{MF} \times \frac{1}{1 + jR\omega \frac{C_i}{1 + \beta SR}}$$



On voit que la capacité parasite  $C_i$  a été diminuée dans le rapport  $\frac{1}{1 + \beta S R}$ ; la bande passante va donc se trouver améliorée; en effet:

$$\frac{|G_{MF}|}{\sqrt{2}} = G_{MF} \times \frac{1}{1 + j R C_i \omega} \quad C_1 = \frac{C_i}{1 + \beta S R}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + a^2}} \quad a = \frac{F}{F_1}$$

Pour  $a=1$ ,  $F_1 = \frac{1}{2 \pi R \frac{C_i}{1 + \beta S R}} = F$

$F_1 = F_1(1 + \beta S R)$	$F_1$ : fréquence de coupure sans contre réaction
----------------------------	---------------------------------------------------

La fréquence de coupure est repoussée vers les hautes fréquences, de la même manière que par la self correction dans les amplificateurs ordinaires.

Corrections apportées sur la distorsion non linéaire  
(Variations de  $P. S. \mu$ )

Considérons par exemple, l'harmonique de rang 2. Soit  $e_0(t) 2 \omega$  la valeur de la tension de sortie; nous avons:

$$A[e_i(t) - \beta e_0(t) 2 \omega] = e_0(t) 2 \omega$$

$e_0(t) 2 \omega = \frac{A e_i(t)}{1 + \beta A}$
--------------------------------------------------

Règle: La tension de l'harmonique se trouve réduite dans le même rapport que l'amplification, soit:  $\frac{1}{1 + \beta A}$ .

Ex. Si sans contre réaction le taux de distorsion est 5% il deviendra 5‰ si la contre réaction abaisse  $A$  dans le rapport 1 à 10.

Précautions à prendre avec la contre réaction. (référence [2])

a) Rotation de phase aux basses fréquences.

Nous avons trouvé pour les amplificateurs ordinaires l'expression du gain:

$$A_{BF} = \frac{1}{1 - j \frac{F_1}{F}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{j R C \omega}}$$

Posons

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{1}{RC\omega}$$

Il vient

$$A_{BF} = \frac{\operatorname{Cos} \theta}{\operatorname{Cos} \theta - j \operatorname{Sin} \theta}$$

$$e_0(t) = e_i(t) \operatorname{Cos} \theta e^{j\theta}$$

L'amplitude de  $e_0(t)$  est  $e_i(t) \operatorname{Cos} \theta$

La phase de  $e_0(t)$  est  $\theta$ .

Nous retrouvons ainsi la rotation de phase. Si l'amplificateur comprend, par exemple, 3 étages nous aurons :

$$e_0(t) = e_i(t) A_{MF} \operatorname{Cos} \theta_1 \operatorname{Cos} \theta_2 \operatorname{Cos} \theta_3$$

La rotation de phase est :

$$\varphi = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3$$

La contre réaction introduit un déphasage de  $\pi$ . Si

$$\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = \pi$$

Il y aura réaction et naissance d'oscillations : Car le déphasage sera  $2\pi$ .

*Exemple :* Si

$$\theta_1 = \theta_2 = \theta_3$$

$$3\theta = \pi \quad \theta = \frac{\pi}{3} = 60^\circ$$

$$\operatorname{Cos} \theta = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{Cos}^3 \theta = \frac{1}{8}$$

La formule de gain avec contre réaction est :

$$G = \frac{A}{1 + \beta A}$$

Si  $\beta A \geq 1$  il y a oscillation : Donc, avec l'exemple ci-dessus

$$\beta A \operatorname{Cos}^3 \theta \geq 1 \quad \beta A \times \frac{1}{8} \geq 1$$

$$\beta A \geq 8$$

Si  $\beta A \geq 8$  des oscillations prendrons naissance: on peut améliorer de la façon suivante :

Choisissons une constante de temps  $CR \ll C_1 R = C_2 R$ .

*Exemple :*

$$(CR)_1 = (CR)_2 = 100 (CR)_3.$$

Lorsque  $\theta_1 = \theta_2 = \frac{\pi}{4} \quad tg \theta_3 = 100$

d'où  $\theta_3 \neq \frac{\pi}{2}$

et  $\text{Cos } \theta_1 \text{ Cos } \theta_2 \text{ Cos } \theta_3 = \frac{1}{200}$

La valeur supérieure de  $\beta A$  est ainsi 200.

b) Rotation de phase aux hautes fréquences.

On démontre de la même manière que ci-dessus que :

$$e_0(t) = e_i(t) \text{Cos } \theta e^{-j\theta}.$$

La rotation de phase est  $-\theta$  et le résultat est identique: des oscillations peuvent prendre naissance.

**Résumé:** la contre réaction introduit une perte de gain, mais améliore la bande passante et la stabilité. Les formules à retenir sont les suivantes :

$$\boxed{G = \frac{A}{1 + \beta A}} \quad \text{si } A \gg 1 \quad \boxed{G = \frac{1}{\beta}}$$

$$\boxed{e_0(t) = e_i(t) \text{Cos } \theta e^{+j\theta}}$$

$$\boxed{\beta A_{BF} = \beta A_{MF} \text{Cos } \theta_1 \text{ Cos } \theta_2 \text{ Cos } \theta_3 = 1}$$



Voici un exemple d'amplificateur à contre réaction, figure (17)

Bande passante = 20 MC

Gain  $\neq 17$

$T_m = 2 \times 10^{-8}$

Lampe = 4 c 4 A

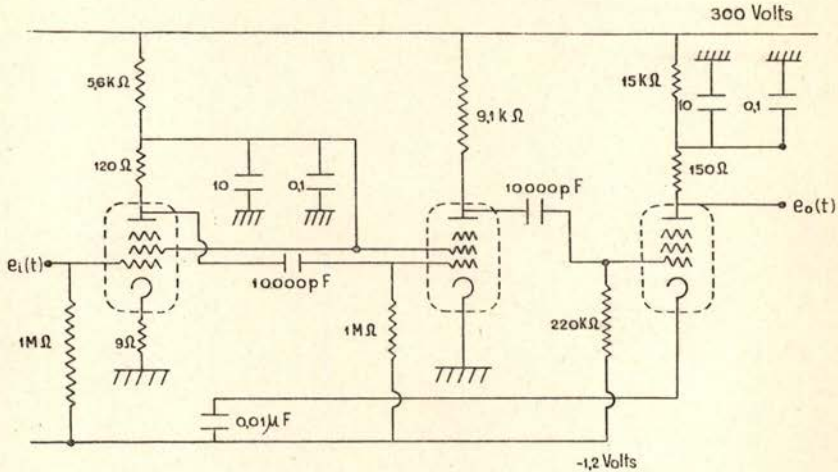


Fig. 17

### Les amplificateurs distribués

Nous venons de voir que les limitations apportées aux caractéristiques des amplificateurs compensés, au à contre réaction étaient dues aux capacités parasites des lampes. L'introduction de la notion de « tubes à ondes progressives » par PIERCE et FIELD ainsi que Percival a permis de tourner cette difficulté d'une manière très élégante.

Une suite de cellules peut, dans une certaine bande de fréquences se comporter comme une ligne. C'est ainsi que  $N$  cellules en  $T$ , fermées sur leur impédance caractéristique  $Z_0$ , laisseront une onde se propager avec une vitesse  $v$ , et auront une fréquence de coupure  $F_0$ . Ceci provient de la démonstration classique de l'équation des « télégraphistes » en supposant l'atténuation nulle (figure 18).

$$\frac{\partial v}{\partial x} = l \frac{\partial I}{\partial t} \quad \frac{\partial I}{\partial x} = c \frac{\partial v}{\partial t} \quad l = \text{self par unité de longueur.}$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = l c \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}}$$

$c = \text{capacité par unité de longueur.}$



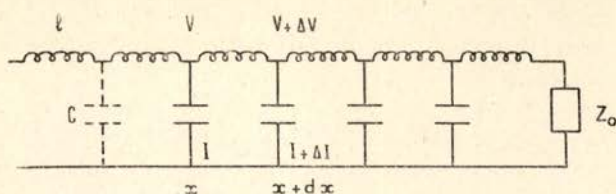


Fig. 18

Si les capacités parasites sont introduites dans deux suites de cellules simulant une ligne, leur effet néfaste ne se produira plus, et l'on obtiendra ainsi le schéma suivant : figure 19.

Les vitesses de propagation dans les lignes de plaques et de grilles sont égales rendues  $v_1 = v_2$ .

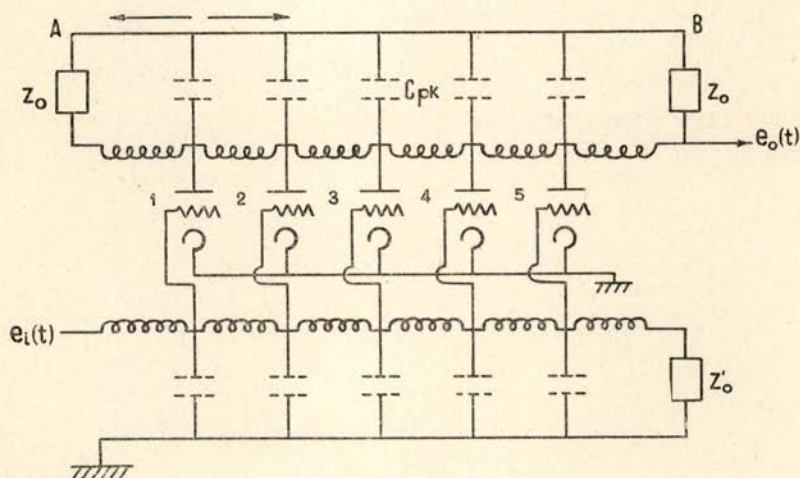


Fig. 19

Une impulsion arrivant sur la grille 1 est amplifiée par la lampe (1).

Deux chemins s'ouvrent à elle dans la ligne de plaque. Une partie se dirige vers *A* où elle est absorbée par  $Z_0$  (onde progressive), une autre partie se dirige vers la lampe 2 avec la vitesse  $v$ .

Comme l'impulsion d'entrée voyage sur la ligne de grille avec la même vitesse, ces deux impulsions se trouvent simultanément sur la lampe 2, qui amplifie, et le même processus se répète  $n$  fois si bien que :

$$e_o(t) = n e_i(t)$$

Nous avons construit un amplificateur de ce type, ayant 220 *MC.* de bande passante et un gain  $A = 10$ . La théorie plus détaillée sera donnée par la suite.

Je remercie Mme JOLIOU-CURIE, Directeur de l'Institut du Radium, ainsi que MM. VALADARES et J. TEILLAC pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail. Je remercie aussi le Directeur du Centre National de la Recherche Scientifique qui m'a donné l'autorisation de publier ce travail.

#### AUTEURS CONSULTÉS:

- [1] Calcul et Construction des émetteurs. Cours E. S. E. (FAGOT).
- [2] Electrical Counting (LEWIS).
- [3] Principles of Radar (M. I. T.).
- [4] Pulse techniques (MOSKOWITZ).
- [5] Théorie des Radiocommunications (Cours de transmissions militaires).
- [6] Vacuum tubes amplifiers: WALLY et WALMAN (M. I. T.).
- [7] A transient Analysis of the cathode feedback loop: by DEAN WATKINS and L. FISHBINE.