

## ÉTUDE DES MÉCANISMES DE FONCTIONNEMENT DES CATHODES CREUSES (1) \*

ARMANDO ROCHA TRINDADE (2)

RÉSUMÉ — Nous avons étudié le plasma formé à l'intérieur d'une cathode creuse cylindrique en régime d'arc à flux de gaz.

L'analyse théorique montre qu'il est raisonnable d'admettre une description de ce plasma ne tenant compte que des variations longitudinales des paramètres tels que: la pression du gaz, les densités des particules, le potentiel de la gaine, etc., dans la partie centrale du canal cathodique.

En considérant un modèle atomique à trois niveaux (états fondamentaux et métastable de l'Ar I; état fondamental de l'Ar II), nous avons fait le bilan détaillé des processus électroniques de collision inélastique; les électrons, provenant à l'origine de l'émission thermique de la paroi, sont considérés comme appartenant à un certain nombre de groupes discrets d'énergies.

Les prédictions théoriques qui en résultent sont en bon accord avec les résultats expérimentaux et améliorent notre compréhension de certaines particularités du fonctionnement de ces décharges.

---

ABSTRACT — We have studied the plasma formed inside a cylindrical hollow cathode in the so-called «gas fed HCD» regime.

We have shown that theoretical analysis in this region allows us to consider only the axial dependence of parameters (e.g. gas pressure, ion sheath potential and particle densities) describing the central part of the channel.

We have made a detailed balance of the inelastic electronic collisions using a three-level model for the Ar atom (ground and metastable Ar I states and ground state Ar II). For this we have considered discrete groups of energy of the electrons emitted by the wall.

Theoretical predictions are consistent with the experiments and offer an explanation to some already reported obscure peculiarities of the H. C. D.

---

(1) Thèse présentée à la Faculté des Sciences de Paris (Orsay) pour obtenir le grade de Docteur ès Sciences Physiques.

(2) Adresse actuelle: Comissão de Estudos de Energia Nuclear—Av. Rovisco Pais—Lisboa—Portugal.

\* Reçu le 1er Juin 1970.



PARTIE I  
GÉNÉRALITÉS



## 1 — INTRODUCTION

L'étude des décharges à cathode creuse en régime d'arc a eu ses origines dans les travaux de LUCE en 1958 [1] au Oak Ridge National Laboratory (U. S. A.), bien que le régime luminescent de ce type de décharge eut été connu et étudié depuis longtemps.

Le dispositif expérimental présente une cathode en métal réfractaire (*Ta, W, Mo*) ayant la forme d'un tube cylindrique, orienté suivant l'axe longitudinal de la décharge, par l'intérieur duquel un gaz est injecté dans une enceinte évacuée.

L'intérêt de ce type de décharge a été soulevé par un article de LIDSKY et al. [2] en 1962, où les auteurs faisaient le point sur les résultats déjà acquis, notamment en ce qui concerne le choix des matériaux et la géométrie, caractéristiques de la décharge, influence de certains paramètres. Ils ont finalement montré qu'on pouvait obtenir par ce moyen un plasma dense, propre et fortement ionisé.

Ceci rend les arcs à cathode creuse particulièrement intéressants du point de vue des applications; soit dans les domaines tels que: lasers à Argon ionisé, sources d'ions, propulsion ionique, convertisseurs MHD, etc, où il est souhaitable de disposer de sources de courant intense, soit pour la création de plasmas utilisables dans la recherche fondamentale.

Au Laboratoire de Physique des Plasmas de la Faculté des Sciences d'Orsay ces décharges sont étudiées depuis 1964.

Dans une première phase nous y avons effectué une étude systématique de la décharge, comprenant des mesures fondamentales, l'étude de l'influence des divers paramètres sur le comportement et les caractéristiques de la décharge, des études de bruit, etc... Il en a résulté un ensemble de publications [3] à [8].

Une fois acquise notre connaissance de la décharge, nous avons développé un effort en deux directions parallèles: d'une part, une prospection des applications possibles, dans les domaines du laser à Argon ionisé [9] [10], création de plasmas calmes [11], fonctionnement à

haute pression pour l'application à la M. H. D. [12], amélioration des électrodes existantes [13] [14] etc; d'autre part, une étude théorique des processus qui déterminent le fonctionnement, en essayant d'aboutir à une compréhension accrue des phénomènes observés expérimentalement et éventuellement, à l'amélioration des performances de la décharge.

Ainsi dans la partie I de ce travail nous résumerons les caractéristiques principales de la décharge, la description des régimes de fonctionnement possibles et les résultats des mesures qui ont été faites dans notre Laboratoire. Pour ce qui est des détails expérimentaux et des questions de méthodes de mesure et de calcul, nous renvoyons aux références [7] et [8].

Dans la partie II nous proposons un modèle de la région cathodique de la décharge qui permette l'étude théorique des processus inélastiques dans cette région.

Le calcul de ces processus inélastiques et celui de l'équation du courant ionique, nous permettent d'étudier les processus de transfert de chaleur dans la paroi cathodique et d'évaluer la répartition de la température de celle-ci.

Le calcul numérique (pour une situation expérimentale donnée) des quantités déduites théoriquement, permet de faire la critique de la méthode utilisée. Par ailleurs, les résultats obtenus fournissent des renseignements qui améliorent notre connaissance du fonctionnement des cathodes creuses.

## 2—CARACTÉRISTIQUES GÉNÉRALES DES ARCS À CATHODE CREUSE

Du point de vue du dispositif expérimental, ce type de décharge se distingue des arcs classiques par le fait que la cathode est constituée d'un cylindre métallique creux, par l'intérieur duquel un gaz peut être introduit dans l'enceinte de la décharge. Ce dispositif est présenté dans la Figure 1.

Dans notre cas la cathode est en Tantale, de longueur  $L_C$ , rayon intérieur  $R$  et épaisseur de paroi  $e$ ; la partie active de l'anode est dans la plupart des cas constituée d'un disque de cuivre normal à l'axe longitudinal de la décharge. Les supports des deux électrodes sont refroidis à l'eau.

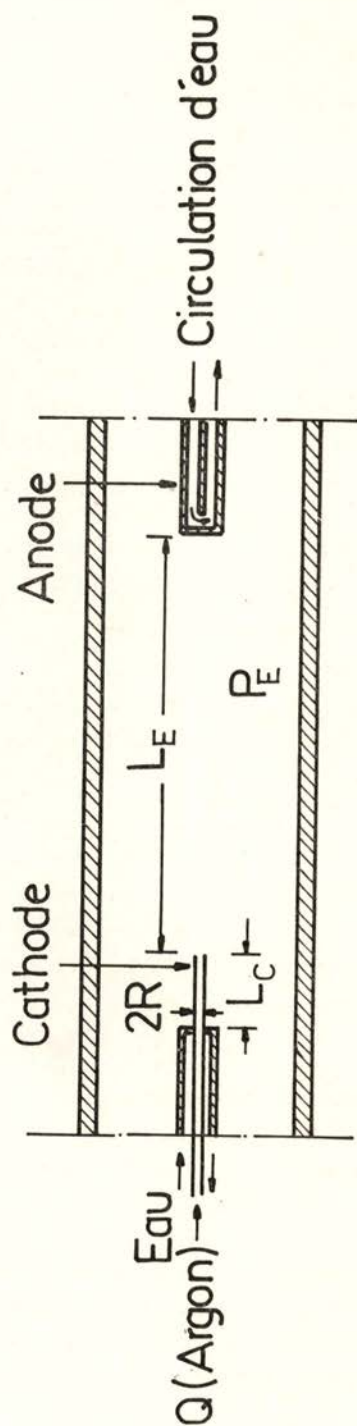


Fig. 1 — Dispositif expérimental de la décharge à cathode creuse

La longueur de l'espace interélectrodes est désignée par  $L_E$ . L'ensemble est enfermé dans une enceinte où il règne une pression  $P_E$  variable suivant les applications. Le gaz  $y$  est introduit, soit par l'intérieur de la cathode, soit à travers une anode (creuse, elle aussi), soit par une entrée indépendante loin des électrodes. Quoi qu'il en soit, la pression  $P_E$  est déterminée par le débit volumique de gaz introduit ( $Q$ ) et par la vitesse du groupe de pompage.

Il reste à signaler que la décharge peut aussi bien fonctionner dans une enceinte scellée, sans flux de gaz.

Le plasma situé entre les électrodes peut constituer: soit une colonne confinée par un champ magnétique longitudinal ( $B$ ), soit une véritable colonne positive cylindrique (confinement par une paroi), soit un plasma qui remplit toute l'enceinte. La solution choisie dépend de l'application envisagée et détermine la valeur du champ électrique longitudinal. Remarquons cependant que la présence d'un champ magnétique de confinement, étant utile pour empêcher l'échauffement des parois de l'enceinte, n'est nullement nécessaire au fonctionnement de la cathode.

### 3 — RÉGIMES DE FONCTIONNEMENT DE LA CATHODE

#### a) *Régime avec colonne positive intérieure (régime normal)*

Dans le régime le plus intéressant des arcs à cathode creuse on assure un gradient de pression du gaz neutre à l'intérieur du canal cathodique par une introduction de gaz dans ce canal et par un pompage rapide de l'enceinte de la décharge.

Dans ces conditions et pour un courant supérieur à un certain seuil, on constate que la température de la paroi cathodique ne varie pas d'une façon monotone en fonction de l'abscisse  $x$  de la cathode (cf. Figure 2): cette température présente un maximum pour une certaine abscisse  $l$ . Cette abscisse varie notamment avec le débit de gaz injecté par la cathode et avec son rayon intérieur  $R$ .

Pour des raisons qui deviendront plus apparentes par la suite, nous admettons qu'une partie de la colonne de plasma pénètre à l'intérieur du canal, constituant la colonne positive intérieure (C. P. I.) qui caractérise ce régime.

Faute d'un autre point de repère, nous associons la longueur de la C. P. I. à la distance  $l$ : nous admettons ainsi que le plasma pénètre



dans le canal et atteint une profondeur correspondant (à peu près) à la localisation du maximum de température cathodique.

Dans ce régime la décharge est très stable; pour un courant constant, la tension de la décharge croît lorsque la longueur de la C. P. I. augmente; on peut obtenir cet effet soit en diminuant le débit gazeux (pour un diamètre donné de la cathode), soit en augmentant le diamètre en gardant le même débit.

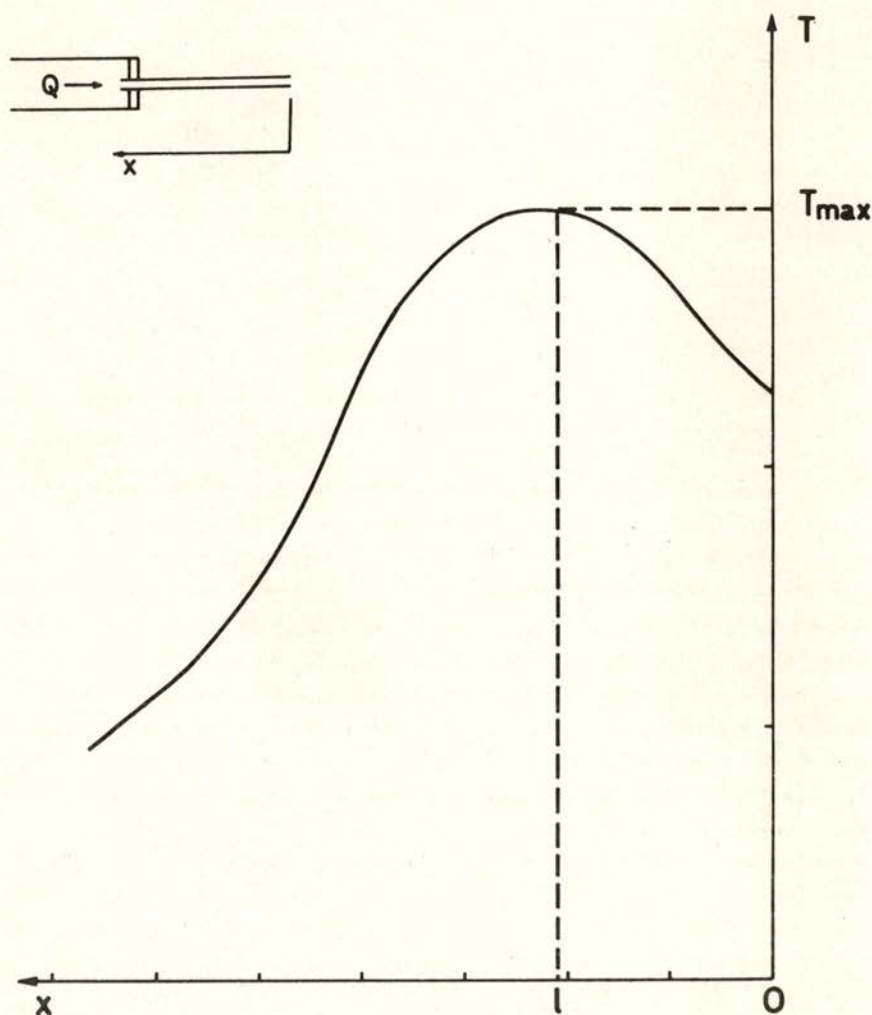


Fig. 2 — Répartition longitudinale de la température cathodique

b) — *Régime instable à faible courant*

Ce régime apparaît lorsque le courant de la décharge n'atteint pas la valeur de seuil dont nous avons parlé au paragraphe précédent.

Dans ces conditions nous constatons que le fonctionnement est instable. La cathode n'atteint pas, globalement, la température élevée qui caractérise le régime normal; en plus, la répartition longitudinale de cette température n'est pas statique. On constate l'apparition d'une zone plus chaude qui se déplace rapidement dans l'un et l'autre sens, le long de la cathode, avec une période de l'ordre de  $10^{-1}$  s. La tension de la décharge varie au même rythme.

Si l'on augmente le courant de façon à dépasser la valeur de seuil, la zone la plus chaude se fixe à une abscisse donnée et la température de la cathode augmente globalement d'un demi millier de degrés. Le fonctionnement devient stable (régime normal avec colonne positive intérieure); la tension est en général plus faible que dans le régime instable.

Qualitativement, on constate que le courant de seuil croît avec le diamètre du canal, ce qui suggère l'existence d'un seuil pour la densité du courant.

c) *Régime sans colonne positive intérieure (faible débit)*

Si dans un fonctionnement en régime normal on réduit le débit de gaz, le maximum de température se déplace progressivement vers le support de la cathode. Mais, si l'on continue à diminuer le flux gazeux, en dessous d'une certaine valeur apparaît un nouveau régime. Son avènement se caractérise par un bouleversement global de la répartition longitudinale de la température cathodique, processus qui prend une fraction de minute; au bout de ce temps, une nouvelle répartition de température s'est établie, présentant une décroissance monotone à partir du bout de la cathode (cf. Figure 3).

Ce nouveau régime est stable (nous ne parlons pas de la période transitoire qui le précède); la tension de la décharge est cependant supérieure, en général, à celle du régime normal à fort débit (\*) (cf. Figure 4).

---

(\*) En fait on conçoit que le changement de régime s'effectue lorsque la tension aux bornes de la décharge dans le régime normal aurait tendance à dépasser la tension du régime sans C.P.I., à cette pression de l'enceinte. (point A dans la Fig. 4).

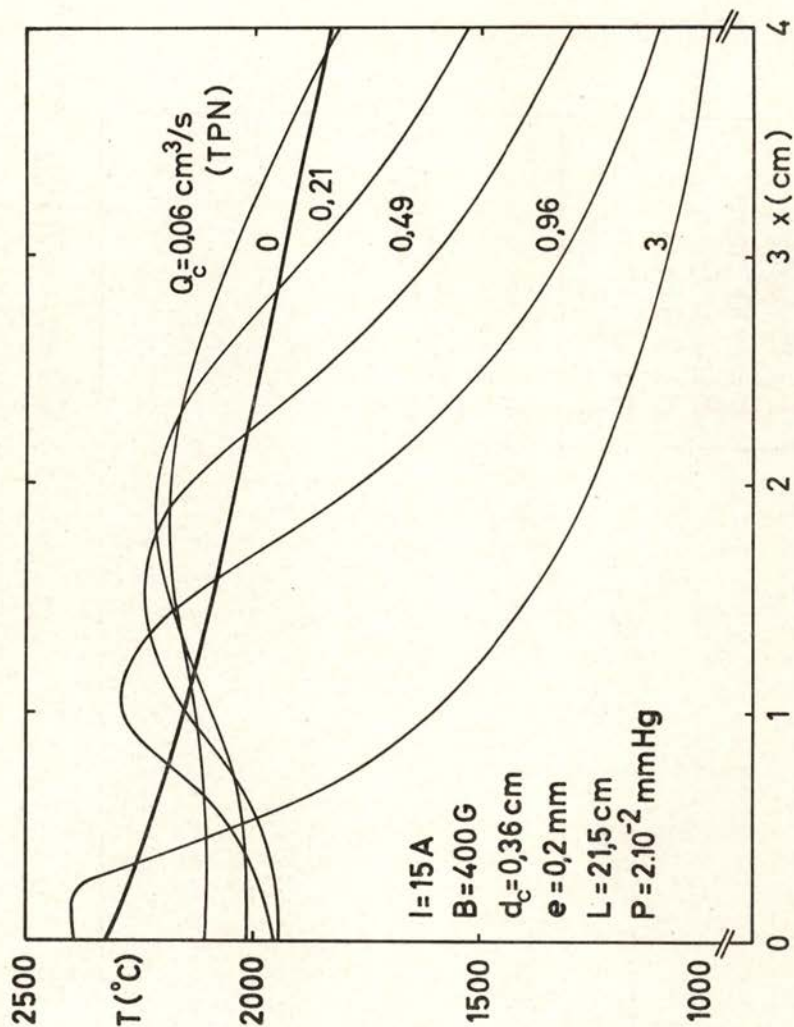


Fig. 3 — Transition du régime normal au régime sans C. P. I. par la réduction du débit  $Q$

Les caractéristiques de la décharge ne sont pas changées si l'on coupe alors complètement le débit de gaz par la cathode: notamment la tension de la décharge reste inchangée. En revanche, cette tension dépend maintenant d'une manière assez marquée, de la pression  $P_E$  dans l'enceinte, ce qui n'était pas le cas dans le régime normal (cf. Figure 5).

On peut passer autrement du régime normal au régime sans C. P. I. : cette transition se vérifie en montant progressivement la pression dans l'enceinte, tout en gardant constant le débit gazeux par la cathode.

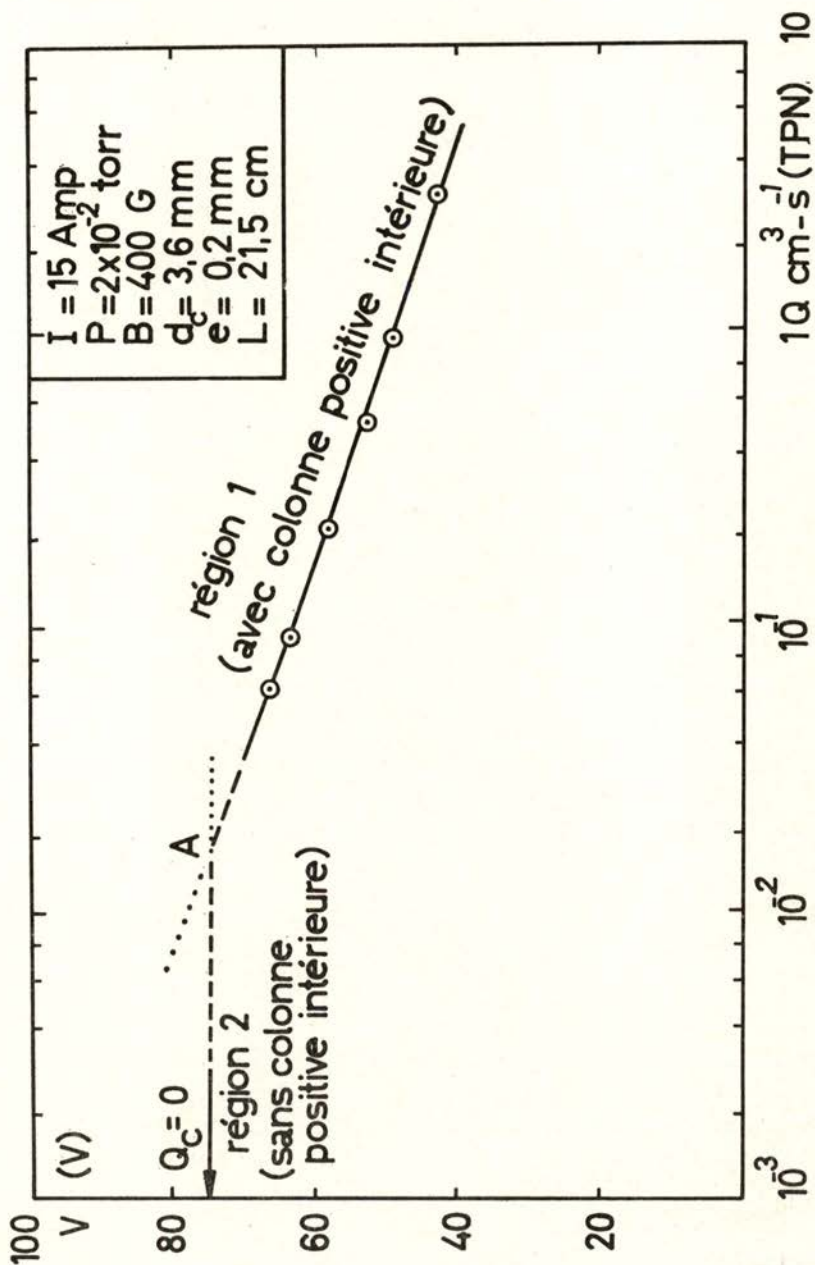


Fig. 4 — Variation de la tension  $V$  de la décharge en fonction du débit cathodique  $Q$

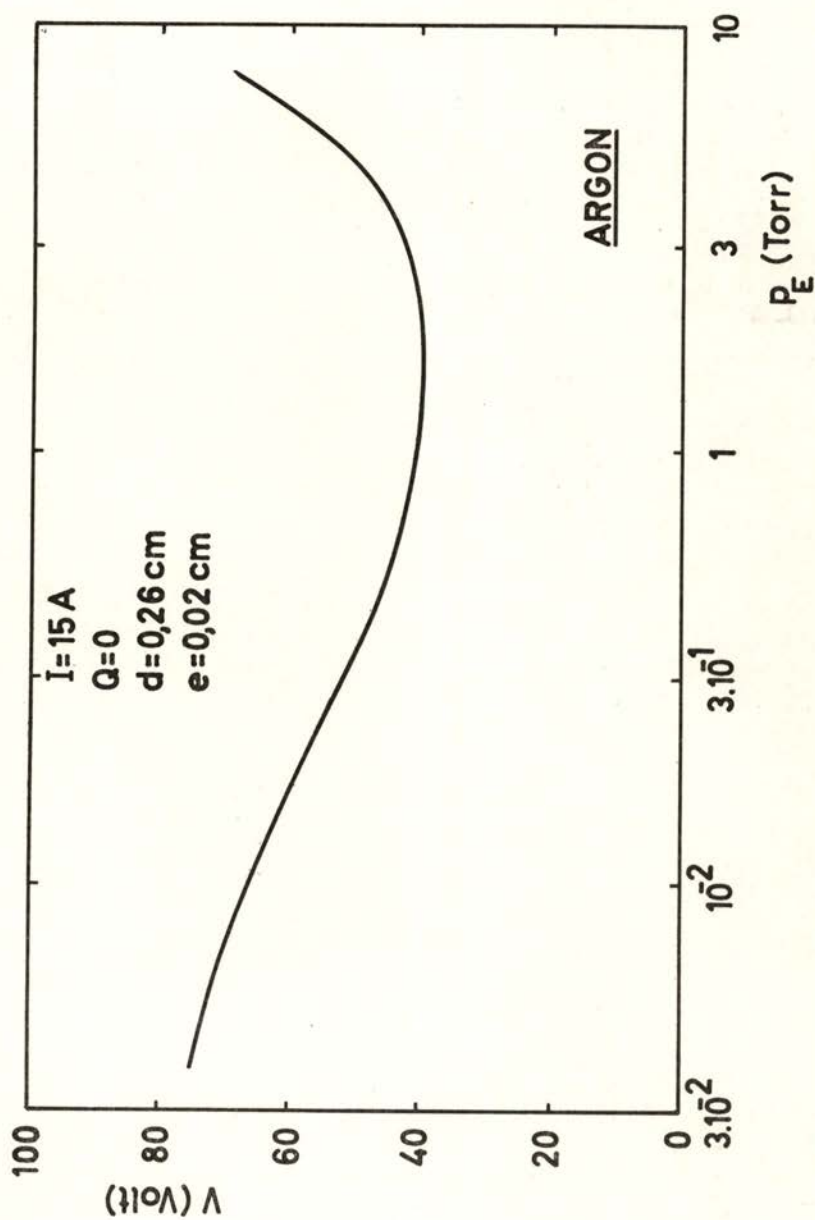


Fig. 5 — Variation de la tension  $V$  de la décharge en fonction de la pression  $P_E$  dans l'enceinte

Lorsque  $P_E$  atteint quelques dixièmes de Torr, le maximum de température cathodique commence à approcher le bout de la cathode. Pour  $P_E \approx 1$  Torr, la répartition de la température cathodique prend la forme caractéristique du régime sans C. P. I. (cf. Figure 6).

L'analyse des caractéristiques des trois régimes nous amène aux conclusions qualitatives suivantes:

— Le régime normal avec un maximum de température cathodique est associé à l'existence d'une pression de l'ordre du Torr dans un point à l'intérieur du canal cathodique.

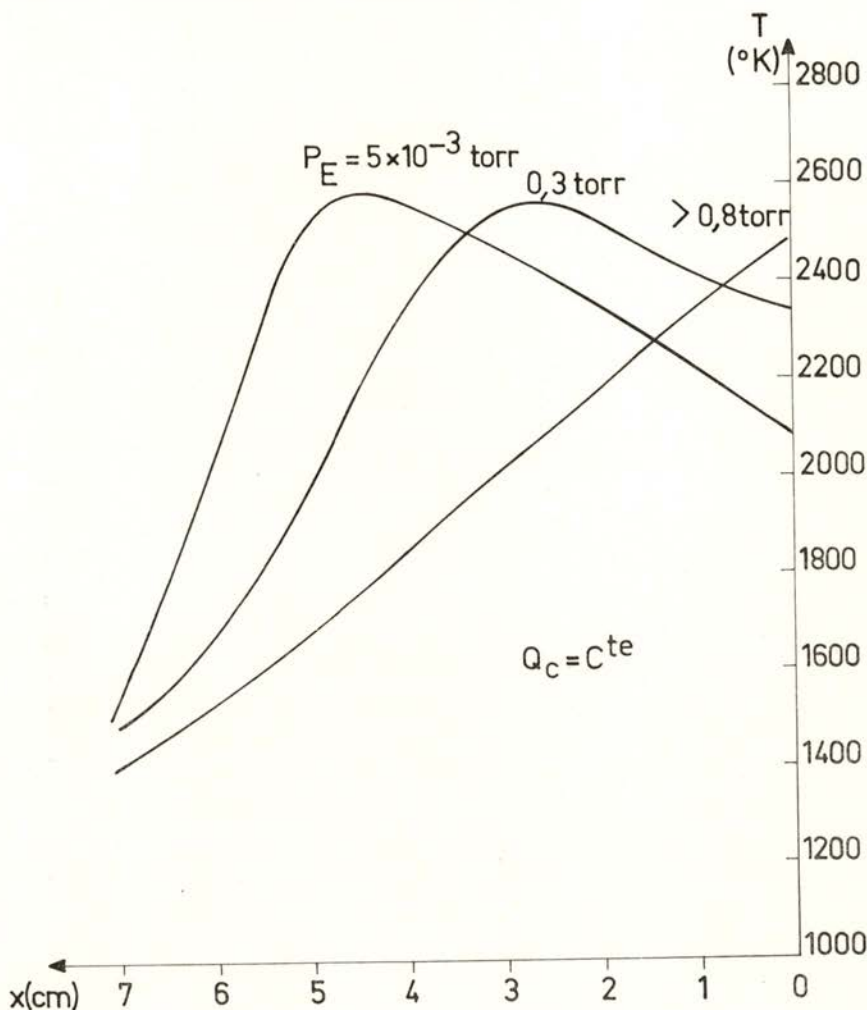


Fig. 6 — Transition du régime normal au régime sans C. P. I. par augmentation de la pression dans l'enceinte

— Quand il n'y a plus de point à l'intérieur de la cathode que satisfasse à cette condition (ce que l'on peut imposer, soit en coupant le débit cathodique, soit en montant la pression dans l'enceinte), nous aurons une répartition monotone de température.

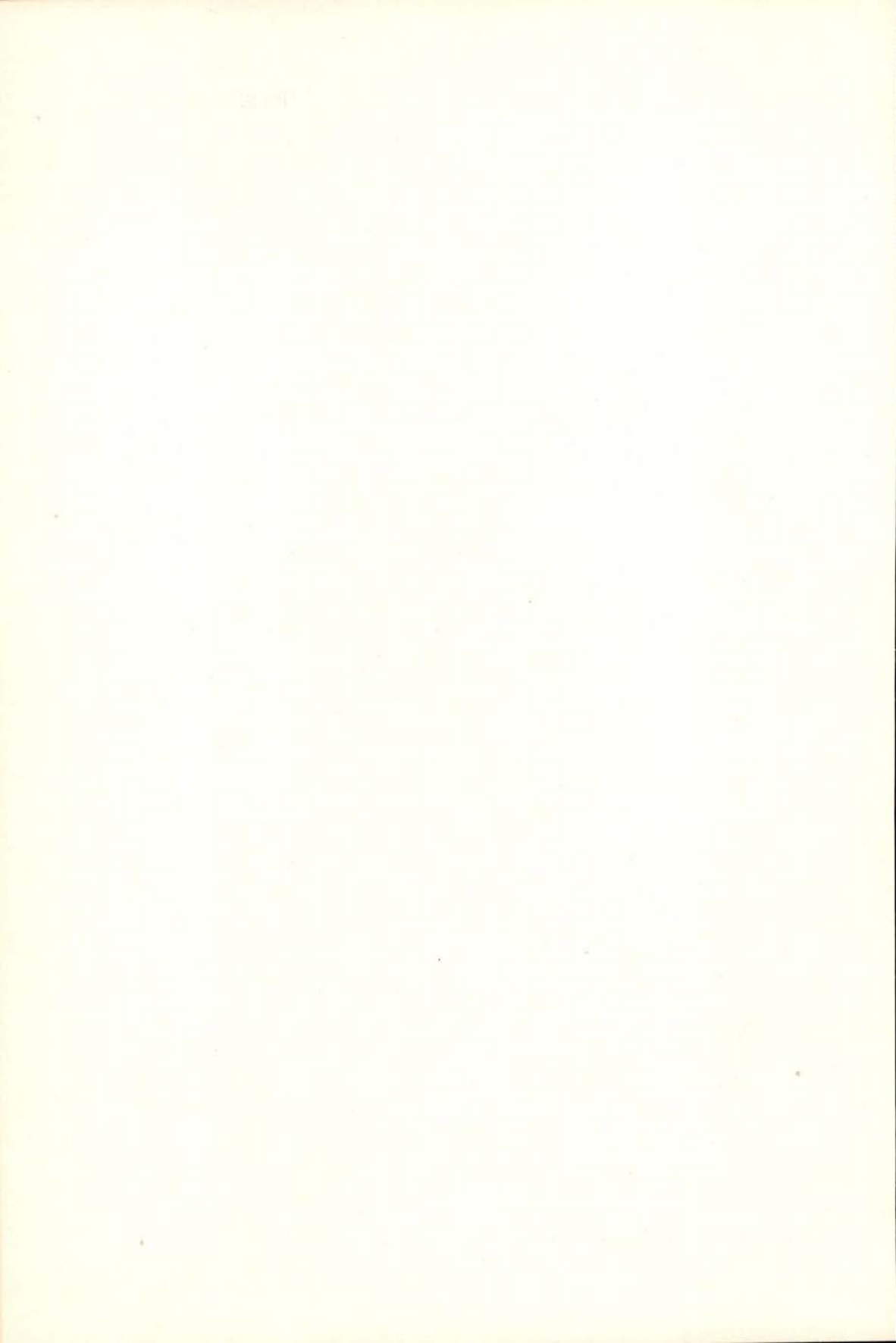
— L'établissement du régime normal impose une densité du courant qui dépasse une certaine valeur minimale.

Nous verrons dans quelle mesure notre étude théorique pourra apporter l'explication de ces faits.

#### 4 — VALEURS CARACTÉRISTIQUES DES PARAMÈTRES DE LA DÉCHARGE

— Cathode — Cylindre en tantale	$L_C = 80 \text{ mm}$ $R = 1 \text{ à } 4,3 \text{ mm}$ $e = 0,2 \text{ mm}$
— Anode — Disque en cuivre ou: cylindre en tantale	$\phi_A = 30 \text{ mm}$ $R_A = 3 \text{ à } 5 \text{ mm}$
— Débit de gaz cathodique (Argon)	$Q = 10^{-2} \text{ à } 3 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1} \text{ TPN}$
— Distance interélectrodes	$L_E = \text{variable}$
— Courant de la décharge	$I = 10 \text{ à } 100 \text{ A}$ (régime continu)
— Tension de la décharge	$V = 25 \text{ à } 100 \text{ V}$ (régime continu)
— Champ magnétique longitudinal	$B = 0 \text{ à } 1000 \text{ G}$
— Pression dans l'enceinte :	
Régime normal	$P_E = 10^{-3} \text{ à } 10^{-1} \text{ Torr}$
Régime sans C.P.I.	$P_E = 10^{-3} \text{ à } 760 \text{ Torr}$
— Champ électrique dans la colonne de plasma extérieur	$X_E = 0,2 \text{ à } 0,5 \text{ V/cm}$
(*) { — Champ électrique dans la C. P. I.	$X_I = 3 \text{ à } 10 \text{ V/cm}$
{ — Chute cathodique radiale	$V_C \approx 12 \text{ V}$
{ — Chute anodique	$V_A \approx 10 \text{ à } 50 \text{ V}$
— Température de la paroi cathodique au niveau du maximum	$T_{max} = 2000 \text{ à } 3000^\circ \text{ K}$
— Densité électronique dans la colonne extérieure	$n_e = 10^{12} \text{ à } 10^{14} \text{ cm}^{-3}$
— Température électronique	$T_e = 2 \text{ à } 5 \text{ eV}$
— Température ionique	$T_i \approx 0,2 \text{ eV}$

(\*) Voir II-2 pour la définition de ces grandeurs.





PARTIE II  
THÉORIE



## 1 — INTRODUCTION

Ayant constaté expérimentalement l'existence d'un régime caractérisé par une répartition longitudinale de la température cathodique qui passe par un maximum; sachant que la localisation de ce maximum dépend du diamètre du canal cathodique, du débit gazeux et du courant de la décharge, notre but est à présent de faire le nécessaire pour remonter à la distribution longitudinale de la température par la voie théorique, c'est à dire, en résolvant une équation de transfert de la chaleur dans la région cathodique.

Cette équation comprendra des termes de source de chaleur (principalement, le bombardement de la paroi par les ions et par les métastables), et des termes de refroidissement, notamment par conduction thermique vers le support de la cathode et par rayonnement de la paroi cathodique.

Ces deux derniers termes seront calculés à partir des mesures de température de la cathode; pour les termes de source, le calcul sera fait par la voie théorique.

Ainsi, après avoir établi et justifié un modèle de la région cathodique qui en facilite l'étude, nous allons déterminer:

— la densité et la température du gaz neutre dans le canal cathodique;

— le nombre d'ions créés à chaque point de la cathode, et l'équation du courant ionique dans cette région;

— la densité des métastables créés à l'intérieur de la cathode et le flux de ces métastables sur la paroi.

Nous serons alors en mesure d'évaluer la forme de la répartition longitudinale de la température cathodique et de la comparer aux données expérimentales.

## 2 — CHOIX D'UN MODÈLE POUR LA RÉGION CATHODIQUE

## 2.1 — Existence d'un plasma dans le canal cathodique

Notre supposition que, dans le régime normal de la cathode, le plasma pénètre à l'intérieur du canal cathodique, est basée sur les considérations suivantes:

a) Lorsqu'on diminue le débit gazeux introduit par le canal cathodique, en maintenant constants la pression dans l'enceinte et le courant de la décharge, la tension totale  $V$  augmente.

Si l'on trace en fonction de l'abscisse  $l$  du maximum de température ( $l$  augmente si  $Q$  diminue), la variation correspondente de  $V$ , on obtient une droite dont la pente vaut, selon les diamètres, entre 3 et 10 V/cm (cf. Figure 7).

Le courant et la pression dans l'enceinte étant constants, on doit attribuer cette augmentation de tension à la région cathodique. Il est donc raisonnable de supposer qu'une longueur croissante de plasma pénètre dans le canal cathodique au fur et à mesure que l'on diminue le débit. Si en plus on considère que cette augmentation de longueur accompagne le déplacement du maximum de température, on en déduit que cette partie du plasma présente un champ électrique  $X_I$  égal à la pente de la droite de la Figure 7. On serait donc en présence d'une sorte de colonne positive à l'intérieur du canal ce qui justifie sa désignation de colonne positive intérieure.

Il est d'ailleurs évident que l'existence d'un maximum de température implique la présence d'un plasma à cet endroit, capable d'entretenir des processus de bombardement de la paroi.

b) Notre hypothèse d'existence d'une C.P.I. est consistante avec la diminution de  $X_I$  que l'on constate quand on utilise des cathodes ayant un diamètre intérieur de plus en plus grand (cf. Tableau I).

TABLEAU I

Variation du champ électrique dans la C.P.I. en fonction du rayon de la cathode [8]

$R$ (mm)	1,05	1,3	1,45	1,8	2,3	2,8
$X_I$ (V/cm)	10	8	7,8	4,3	3,7	3,3

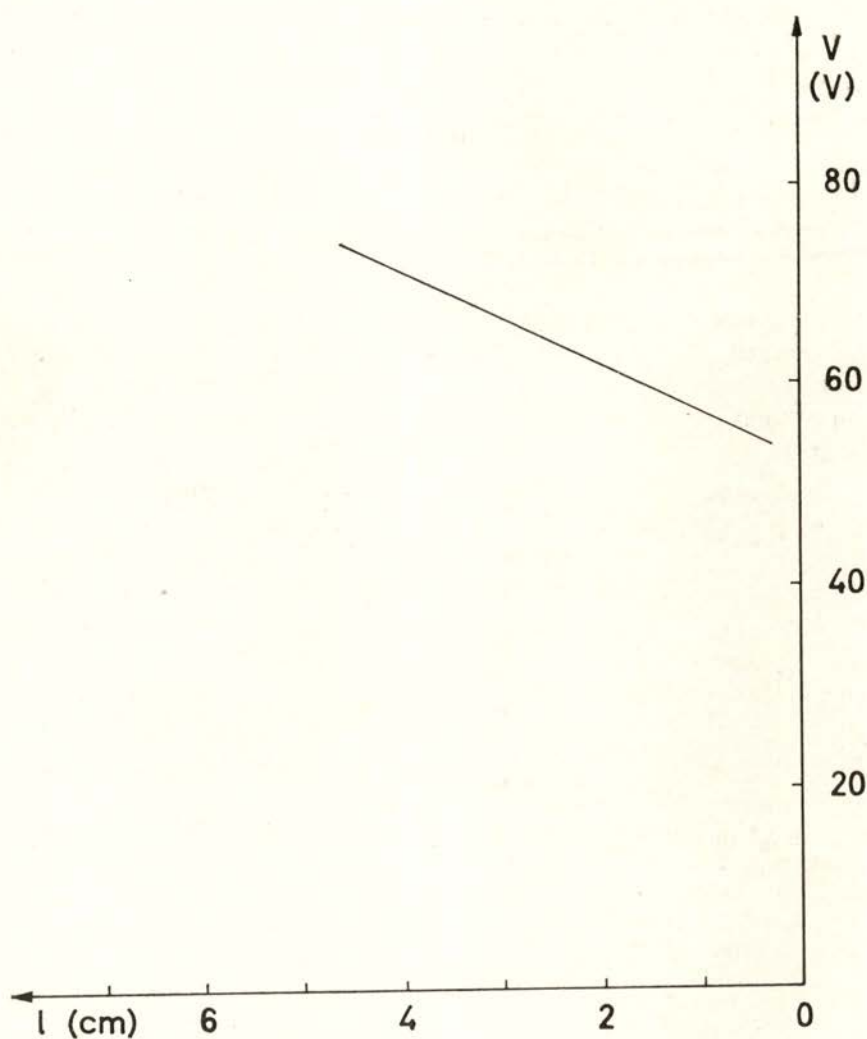


Fig. 7 — Variation de la tension de la décharge  $V$  en fonction de l'abscisse du maximum de température cathodique  $l$  ( $R = 1,45$  mm)

En effet, l'éloignement des parois intérieures diminue les pertes de particules chargées par diffusion ambipolaire, et le régime stationnaire de création et perte de ces particules est compatible avec un champ électrique plus faible.

c) Le dernier argument en faveur de l'hypothèse d'une colonne positive intérieure est donné par la comparaison avec ce qui se passe dans le domaine des arcs classiques.

En effet, nous pouvons écrire que la tension totale  $V$  de la décharge se répartit dans les termes suivants (mesurés dans l'axe longitudinal) :

$$V = V_C + X_I l + X_E L_E + V_A \quad (1)$$

avec  $L_E$  : longueur de la colonne de plasma extérieur;  
 $X_E$  : champ électrique dans cette colonne;  
 $V_A$  : chute anodique (cf. Figure 8).

En connaissant par la voie expérimentale les valeurs de  $X_I$ ,  $X_E$  et  $V_A$  [8] nous vérifions que l'équation (1) est satisfaite pour une valeur donnée de la quantité  $V_C$ . Pour un courant de 15 A et pour deux valeurs du diamètre du canal, il s'avère que  $V_C$  se situe aux alentours de 12 V(\*). Or cette valeur est proche de la chute cathodique dans une décharge d'arc classique dans des conditions comparables (cathode en Ta, Argon, mêmes pression et courant). Dans ces décharges la chute cathodique se situe dans la transition gaz-métal de la cathode et au voisinage de celle-ci.

Dans notre cas, suivant nos hypothèses et parallèlement au cas des arcs classiques,  $V_C$  représente une chute de potentiel radiale, au niveau de l'abscisse  $l$ , entre le plasma de la C.P.I. et la paroi cathodique, supposée équipotentielle (\*\*).

## 2.2 — Description et justification d'un modèle de la région cathodique

Nous allons décomposer le canal cathodique en deux régions que nous étudierons séparément, en raison de leurs propriétés très différentes:

- gaine positive (au voisinage de la paroi cathodique);
- plasma, remplissant la majeure partie du canal et constituant la C.P.I.

(\*) On peut d'ailleurs mesurer  $V_C$  par d'autres méthodes, notamment dans des conditions où  $l = 0$ , ce qui simplifie les mesures à effectuer; on obtient encore  $V_C = 12$  V [8].

(\*\*) En effet, la chute ohmique le long de la paroi métallique est négligeable: pour la plus faible épaisseur de paroi utilisée (0,2 mm) et pour un rayon intérieur de 1 mm, sa résistance linéaire est de:  $1,4 \times 10^{-3}$   $\Omega/\text{cm}$ . Nous considérons toujours par la suite que cette paroi coïncide avec l'équipotentielle 0 volt.

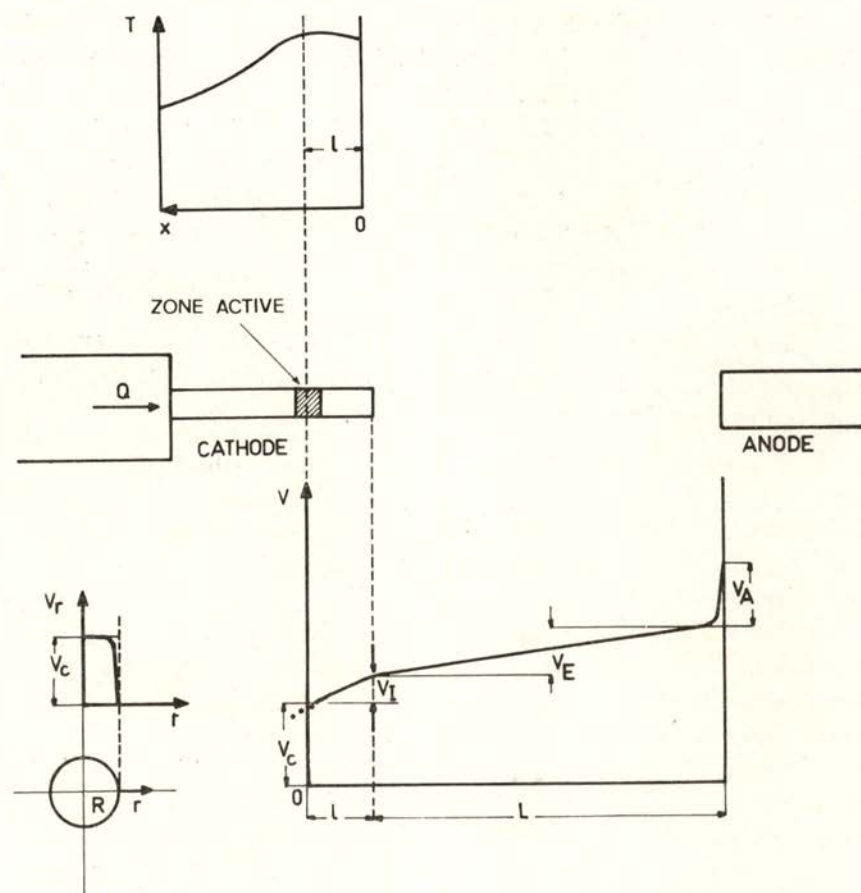


Fig. 8 — Répartition du potentiel suivant l'axe longitudinal de la décharge

Nous allons établir successivement l'existence des propriétés suivantes dans ces deux régions:

1) La gaine positive a une faible épaisseur par rapport au rayon  $R$  du canal; le champ électrique  $y$  est purement radial et le potentiel de cette gaine peut atteindre des valeurs très élevées ( $V_g \sim 50$  V).

2) Les particules présentes dans le plasma de la C.P.I. (atomes non excités, atomes métastables, électrons et ions) ont une densité approximativement constante dans chaque section transversale.

3) Le champ électrique longitudinal  $X_l$  est uniforme sur toute la longueur de la C.P.I.; pour ce qui est du champ électrique radial  $X_r$ , dans le plasma, son intensité est en général inférieure à  $X_l$ .

4) Pour ce qui est des mouvements d'ensemble des particules chargées dans le canal (électrons d'émission cathodique; électrons et ions du plasma de la C.P.I.), seuls les ions peuvent atteindre la paroi cathodique, en raison du fort champ électrique radial de la gaine.

Pour ce qui est des mouvements dans la direction longitudinale, les ions et les électrons (thermalisés) du plasma sont entraînés par le champ électrique axial (mouvement contrôlé par mobilité); en revanche le mouvement des électrons rapides est en général déterminé par la diffusion.

Nous prouverons que cet ensemble de propriétés est vérifié dans le canal cathodique; il en résultera un modèle de cette région que nous adopterons dans la suite de notre travail.

### 2.2.1 — *Étude de la gaine positive*

Signalons d'abord que l'existence d'un champ électrique longitudinal assez fort ( $X_I$  de 3 à 10 V/cm) dans la C.P.I., et le fait que la paroi de la cathode est métallique (donc équipotentielle) et maintenue à un potentiel imposé ( $V_p = 0$  Volt), crée une différence de potentiel entre l'axe de la C.P.I. et cette paroi. Cette chute de potentiel peut être importante: pour  $X_I = 8$  V/cm et une longueur de colonne (\*) de quelques centimètres, cette chute atteint facilement 50 V. Nous verrons plus tard que le champ électrique radial dans le plasma de la C.P.I. ne dépasse pas 3 ou 4 V/cm; dans ces conditions il est clair que presque toute la chute de potentiel se vérifie au niveau de la gaine.

Nous allons donc calculer l'épaisseur de cette gaine; ce calcul, qui est détaillé dans l'Appendice I-1 est semblable à celui qui a été mené par Mackeown [15] pour le cas d'une paroi émissive en contact avec un plasma. Cet auteur partait des hypothèses suivantes :

- Géométrie unidimensionnelle (paroi émissive plane, infinie).
- Les ions du plasma arrivent à la lisière de la gaine avec une densité du courant  $j_i$  et y possèdent une énergie négligeable.
- Les électrons sont émis par la paroi cathodique sans énergie initiale, avec une densité du courant  $j_e^e$ .
- On néglige les collisions à l'intérieur de la gaine.

---

(\*) Voir paragraphe 2.2.3 pour la définition de la longueur de la C.P.I.



Dans ces conditions, par l'intégration de l'équation de Poisson, on arrive à l'expression du champ électrique  $\frac{dV}{dx}$  à la distance  $x$  de la paroi, en fonction du potentiel  $V$  à ce point et du potentiel  $V_g$  à la lisière de la gaine :

$$\left(\frac{dV}{dx}\right)^2 = \frac{4}{\epsilon_0} \left(\frac{m}{2q}\right)^{1/2} \left[ j_i \left(\frac{M}{m}\right)^{1/2} (V_g - V)^{1/2} - j_e^c (V_g^{1/2} - V^{1/2}) \right] \quad (2)$$

Cette expression n'est pas d'intégration commode et ne permet pas, a priori, de calculer l'épaisseur  $e$  de la gaine. Cependant nous avons pu, à la suite d'un calcul approximatif et en posant les deux hypothèse supplémentaires ci-dessous, aboutir à une expression de l'épaisseur  $e$  de la gaine dans nos conditions de fonctionnement (cf. Appendice I-1). Les deux hypothèses sont :

- la densité du courant ionique  $j_i$  est déterminée par l'agitation thermique des ions du plasma (densité  $n_i$ , température  $T_i$ ) ;
- la densité du courant électronique d'émission de la paroi est donnée par l'équation de Richardson relative à l'effet d'émission thermoionique.

Dans ces conditions, pour  $T_p = 2800^{\circ} K$ ,  $n_i = 10^{14} \text{cm}^{-3}$  (\*) et  $V_g = 50 V$ , l'épaisseur  $e$  de la gaine est approximativement (cf. App. I-1) :

$$e \leq \frac{V_g}{\left(\frac{dV}{dx}\right)_{\text{paroi}}} \quad (3)$$

avec :

$$\left(\frac{dV}{dx}\right)_{\text{paroi}}^2 = \frac{4}{\epsilon_0} \left(\frac{m}{2q}\right)^{1/2} \left[ j_i \left(\frac{M}{m}\right)^{1/2} - j_e^c \right] V_g^{1/2} \quad (4)$$

et l'on obtient, dans les conditions indiquées ci-dessus :

$$e < 5.10^{-3} \text{ cm}$$

(\*) Cet ordre de grandeur de la densité ionique est couramment admis, sur la base de résultats expérimentaux confirmés [16] [17] [18].

L'épaisseur de la gaine est donc très inférieure au rayon du canal ( $R \geq 1$  mm) et la première partie de notre hypothèse est vérifiée.

D'autre part, la faible valeur de  $\epsilon$  entraîne l'existence d'un fort champ électrique radial (de l'ordre de  $10^4$  V/cm); l'existence d'un champ longitudinal de quelques V/cm est donc complètement négligeable: les équipotentielles sont parallèles à la paroi (*champ purement radial*).

### 2.2.2 — Profil radial de la densité des particules dans la C. P. I.

Nous voulons prouver que les densités des atomes neutres non excités, des atomes métastables, des électrons et des ions sont approximativement constantes dans chaque section transversale de la C. P. I.

La justification de cette hypothèse est différente selon qu'il s'agit des particules neutres ou des particules chargées.

#### a) Atomes neutres

Lorsqu'on considère un fluide circulant dans un conduit cylindrique en régime d'écoulement visqueux, laminaire et isotherme (pas de sources de chaleur au sein du fluide; tube suffisamment long pour qu'il y ait équilibre entre la température du fluide et celle — uniforme — de la paroi) le calcul de l'équation de Navier-Stokes et de l'équation de la continuité permet d'aboutir aux conclusions classiques suivantes [19]:

— La vitesse macroscopique du fluide est purement longitudinale; son profil radial est parabolique, avec  $v_z = 0$  à la paroi ( $r = R$ ).

— Le gradient de la pression du gaz est purement longitudinal

$$\left( \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\partial p}{\partial \phi} = 0 \right).$$

Le profil de la densité des particules neutres est donc constant dans chaque section transversale, si l'on admet que la température du gaz est indépendante de la coordonnée radiale.

Dans notre cas la température peut cependant varier radialement, comme nous le verrons dans le chapitre II-5. Retenons simplement que, dans la mesure où cette variation est faible, notre hypothèse  $n_n(r) = \text{cte}$  est acceptable.

b) *Ions et électrons du plasma*

Nous allons mener parallèlement le calcul des profils radiaux des densités de ces particules.

Signalons d'abord que la C. P. I. diffère des colonnes positives habituelles en ce qui concerne l'origine des particules chargées. En général, la création de paires électron-ion est due aux collisions effectuées sur les neutres, par les électrons du plasma; le terme d'ionisation est alors proportionnel à  $n_e$ .

Dans le cas de la C. P. I. la situation est différente. Nous avons à considérer deux familles d'électrons: ceux qui constituent le plasma, ayant une densité  $n_e$  de l'ordre de  $10^{14} \text{ cm}^{-3}$  et une température  $T_e = 2$  à  $5 \text{ eV}$ ; et les électrons émis par la paroi cathodique qui deviennent très énergétiques en franchissant la gaine ( $V_g$  pouvant atteindre  $50 \text{ V}$ ).

Ce sont ces électrons qui constituent la source dominante de phénomènes d'ionisation. Le nombre d'ions créés est ainsi indépendant de la densité électronique du plasma  $n_e$ ; en fait nous prouverons que le taux d'ionisation moyen  $\mathcal{I}$  dans une tranche de colonne comprise entre les abscisses  $x$  et  $x + \Delta x$  (nombre d'ions créés par unité de volume et par unité de temps) est proportionnel à la densité du courant d'émission cathodique  $j_e^c(x)$ ; on écrit:

$$\mathcal{I}(x) = \frac{2 \eta j_e^c(x)}{q R} \quad (5)$$

$R$  étant le rayon du canal et  $\eta$  un coefficiente de proportionnalité qui dépend de l'énergie initiale des électrons d'émission.

Dans cette expression,  $\mathcal{I}$  représente un taux d'ionisation moyen, dans le sens que nous avons ignoré la répartition  $i(r)$  des processus d'ionisation en fonction de la coordonnée radiale.

Autrement dit, la relation entre  $\mathcal{I}$  et le taux d'ionisation «local»  $i(r)$  s'écrit:

$$\pi R^2 \mathcal{I} = \int_0^R 2 \pi r i(r) dr \quad (6)$$

Cherchons maintenant à évaluer la forme de  $i(r)$ .

Si l'on ne considère que les phénomènes d'ionisation provenant d'une collision inélastique unique entre les électrons d'émission et les atomes neutres (le processus d'ionisation dominant), on peut essayer de déterminer la forme de  $i(r)$  de la manière suivante:

Soit  $\sigma_{el.}$  la section efficace de collision élastique électron-neutre et  $\sigma_{in.}$  la section efficace d'ionisation par choc unique électron-neutre. Le nombre  $N$  de collisions élastiques pour chaque collision ionisante est donc :

$$N = \frac{\sigma_{el.}}{\sigma_{in.}} \quad (7)$$

Pendant ces  $N$  collisions, les électrons s'éloignent de la paroi d'où ils proviennent, d'une distance moyenne  $d$  qui vaut approximativement (\*):

$$d = \sqrt{N} \cdot \lambda_{el} \quad (8)$$

$\lambda_{el}$  étant le libre parcours moyen des électrons vis à vis des collisions élastiques avec les neutres.

Pour des valeurs courantes des paramètres ( $V = 30$  V)  $n_n = 10^{16}$  cm<sup>-3</sup>;  $\sigma_{el}(30$  V) =  $7,5 \times 10^{-16}$  cm<sup>2</sup>;  $\sigma_i(30$  V) =  $2,4 \times 10^{-16}$  cm<sup>2</sup>, on obtient:

$$d \approx 1 \text{ mm}$$

Cette distance est en général inférieure à  $R$  (variant entre 1 et 5 mm); on peut donc conclure que l'ionisation des neutres n'est pas uniforme dans chaque section transversale, étant plus forte au voisinage de la paroi cathodique et décroissant vers le centre.

C'est ce que nous montrons qualitativement dans la Figure 9(a).

Si  $i(r)$  est connu, on peut calculer le profil radial de la densité ionique, par l'intégration de l'équation de conservation des ions en régime permanent:

$$\vec{\nabla} \cdot n_i \vec{v}_i = i \quad (9)$$

Supposons maintenant qu'il n'y a pas de mouvement d'ions dans le sens longitudinal ( $n_i v_i = 0$ ). Cette hypothèse, qui est évidemment fautive, a cependant le mérite de conduire à un profil radial de la densité ionique plus accentué que le profil réel (l'écoulement des ions créés

---

(\*) L'expression (8) n'est exacte que dans le cas d'une géométrie plane; dans notre cas (géométrie cylindrique) la valeur de distance donnée par (8) ne doit être prise que comme un ordre de grandeur de  $d$ .

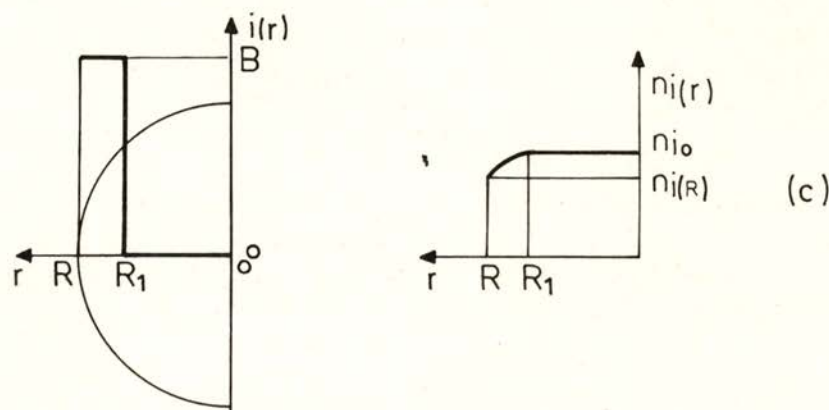
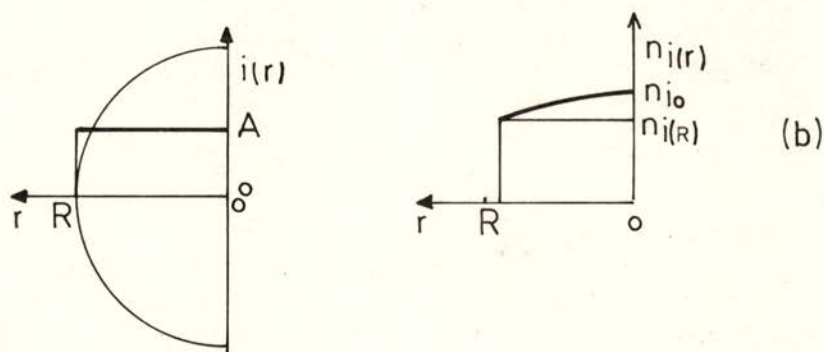
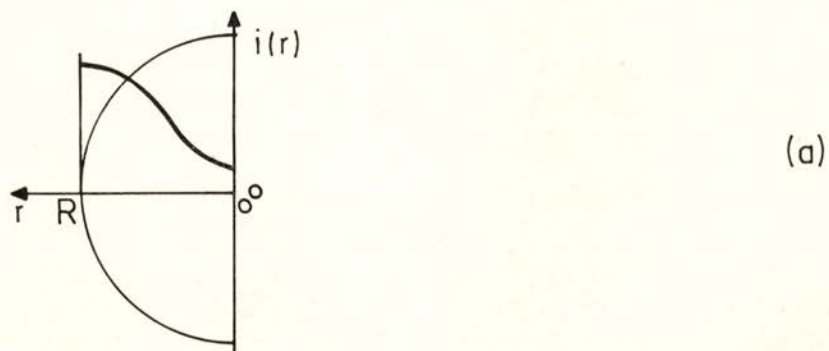


Fig. 9 — Forme du profil radial des processus d'ionisation :  
 a) Cas réel; b)  $i(r) = \text{Cte.}$ ; c)  $i(r) = \text{Cte.}$  (non nul) à la périphérie de la cathode

devant être assuré par le seul gradient radial de densité). Dans ces conditions (9) devient :

$$D_a \nabla_r^2 n_i = -i(r) \quad (10)$$

si le régime de diffusion est ambipolaire parfait [20].

L'intégration de cette équation dépend évidemment, de la forme exacte de  $i(r)$ . Nous l'avons fait, dans deux cas, correspondant à chacune des hypothèses suivantes :

— Ionisation uniforme dans toute la section transversale:  $i(r) = \text{cte}$  (cf. Figure 9-b).

— Ionisation uniforme dans une couche située à la périphérie du canal, et nulle ailleurs (cf. Figure 9-c).

Ces calculs qui sont détaillés dans l'Appendice I-2, montrent que les profils de densité ionique correspondants sont définis par les expressions :

$$n_i(r) = n_i(0) - \frac{\mathcal{I}}{4 D_a} r^2 \quad (i(r) = \text{cte}) \quad (11)$$

et

$$\begin{cases} n_i(r) = n_i(0) - \frac{\mathcal{I}}{4 D_a} \frac{R^2}{R^2 - R_1^2} \left[ (r^2 - R_1^2) - R_1^2 \log \left( \frac{r}{R_1} \right)^2 \right] & r \geq R_1 \\ n_i(r) = n_i(0) & r < R_1 \end{cases} \quad (12)$$

dans le cas de l'ionisation en couronne;  $R_1$  est le rayon intérieur de cette couche périphérique.

L'analyse des expressions (11) et (12) montre que le profil le plus accentué correspond au cas  $i(r) = \text{cte}$ . Même dans ce dernier cas le profil est assez aplati: pour des conditions courantes de fonctionnement ( $n_{i0} = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ ;  $n_n = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ;  $T_i = T_{\text{paroi}} = 2.500^\circ \text{K}$ ;  $T_e = 3 \text{ eV}$ ;  $\eta = 0,3$  et  $R = 0,3 \text{ cm}$ ) la densité ionique au niveau de la paroi atteindrait dans cette hypothèse 84 % de la densité maximale au centre du canal (cf. Appendice I-2).

D'autre part le régime de diffusion étant ambipolaire parfait, le profil de densité des électrons du plasma est identique à celui des ions, étant assez aplati.

c) *Atomes métastables*

Le cas des métastables est légèrement différent du cas précédent, dans la mesure où le terme de destruction des métastables (par choc inélastique), dépend effectivement de leur densité. Cependant, il a été prouvé que dans nos conditions de fonctionnement, on obtient encore un profil de densité presque constant dans la majeure partie de la section transversale du canal [21].

En conclusion, nous pouvons dire que les profils radiaux des densités de toutes les espèces de particules, satisfont assez bien à notre hypothèse des profils constants dans chaque section transversale du canal cathodique.

2.2.3 — *Champ électrique dans la C. P. I.*

a) *Expression du potentiel suivant l'axe longitudinal*

Notre hypothèse sur l'uniformité du champ électrique longitudinal repose sur la croissance linéaire de la tension de la décharge, en fonction de l'abscisse  $l$  du maximum de température cathodique (cf. Figure 7); en principe,  $l$  doit être liée à la dimension effective de la C. P. I.

Nous allons cependant définir celle-ci d'une manière plus précise, en disant que, pour des potentiels de la gaine inférieures à 11,6 V (potentiel d'excitation des niveaux métastables de l'Argon) les électrons émis par la paroi ont une faible probabilité d'assurer l'ionisation du gaz neutre.

Nous prendrons ainsi le début de la C. P. I. à une abscisse  $x_0$ , correspondant à la localisation de la partie centrale de l'équipotentielle  $V_0 = 11,6$  V; le potentiel au centre du canal sera donné par l'équation :

$$V(x) = V_0 + (x_0 - x) X_I \quad \text{pour} \quad r = 0 \quad (13)$$

b) *Champ électrique radial dans la C. P. I.*

Dans le cas d'un régime de diffusion ambipolaire parfaite, le champ électrique radial  $X_r$ , dans une colonne de plasma est lié à la

forme du profil radial de la densité électronique  $n_e$  par l'expression [20]:

$$X_r = \frac{D_e - D_i}{|\mu_e| - \mu_i} \frac{\nabla_r n_e}{n_e} \quad (14)$$

avec  $D_{e,i}$  = coefficients de diffusion électronique et ionique.  
 $\mu_{e,i}$  = mobilités électronique et ionique.

En négligeant  $D_i$  devant  $D_e$  et  $\mu_i$  devant  $\mu_e$  et en faisant intervenir la relation d'Einstein on obtient:

$$X_r = \frac{k T_e}{q} \frac{\nabla_r n_e}{n_e} \quad (15)$$

En faisant intervenir la forme du profil de densité des électrons du plasma dans le cas le plus défavorable, nous vérifions (cf. Appendice I-3) que le champ radial est maximum au voisinage de la paroi; une limite supérieure de la valeur de ce champ est donnée par:

$$|X_r|_{max} = \frac{k T_e}{q} \frac{\mathcal{S} R}{2 D_a n_{e0}} \quad (16)$$

Pour des conditions courantes de fonctionnement ( $n_{e0} \sim 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ ;  $T_e = 3 \text{ eV}$ ;  $R = 0,3 \text{ cm}$ ;  $\mathcal{S} = 2,5 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$ ;  $D_a = 4,26 \times 10^4 \text{ cm}^2 \text{ s}$ ) nous obtenons:

$$|X_r|_{max} \sim 4,5 \text{ V/cm}$$

Remarquons encore que, dans le cas où la majeure partie des processus d'ionisation se vérifie près de la paroi, le potentiel reste constant dans la partie centrale de chaque section transversale du canal.

Pour illustrer ces résultats nous avons calculé la forme de la variation radiale du potentiel dans les cas:  $i(r) = \text{cte}$  (cf. Figure 10-a);  $i(r)$  limité à une couche périphérique du canal. Nous avons pris  $V(0) = 50 \text{ V}$  et une épaisseur de la couche d'ionisation  $R - R_1 = 0,1 \text{ cm}$  (cf. Figure 10-b); les autres paramètres ont les mêmes valeurs que ci-dessus.

Nous vérifions ainsi que le potentiel ne varie que faiblement dans chaque section transversale: *les equipotentiellees sont pratiquement normales à la paroi dans la partie centrale du canal cathodique.*



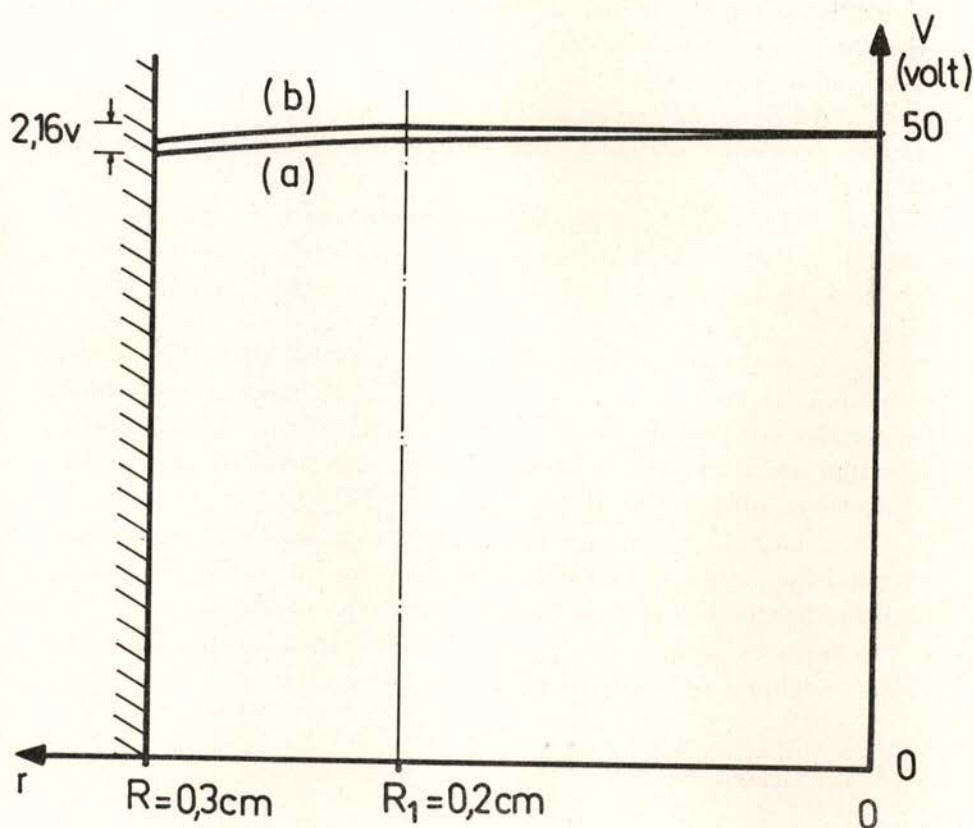


Fig. 10 — Variation radiale du potentiel au sein du plasma de la C. P. I. :  
 a)  $i_r = \text{Cte.}$ ; b)  $i_r = \text{Cte.}$  pour  $R > r > R_1$  et  $i_r = 0$  ailleurs

#### 2.2.4 — Mouvements macroscopiques des particules chargées

Nous pouvons considérer dans le canal cathodique l'existence de trois catégories de particules chargées, dont nous allons examiner l'origine et les déplacements macroscopiques :

- Électrons du plasma de la C. P. I. ( $T_e \sim 2$  à  $5$  eV).
- Ions du plasma de la C. P. I. ( $T_i \sim 0,2$  eV).
- Électrons rapides provenant de l'émission cathodique.

Ces électrons d'émission acquièrent leur énergie initiale en traversant la gaine ( $V_g \sim 12$  à  $50$  V suivant l'abscisse du point d'émission considéré); puis, ils perdent des fractions importantes de cette énergie

au cours des collisions inélastiques sur les particules lourdes (ionisation directe des atomes neutres —  $16 \text{ eV}$  de perte; excitation des niveaux métastables —  $12 \text{ eV}$ ; ionisation à partir de l'état métastable —  $4 \text{ eV}$ ). Au cours des collisions inélastiques successives, les électrons rapides deviennent de plus en plus lents jusqu'à atteindre des énergies de l'ordre de  $T_e$ .

On conçoit ainsi que les électrons constituant le plasma proviennent du refroidissement (par choc inélastique) des électrons d'émission et aussi des processus d'ionisation qui ont lieu dans le canal cathodique.

En régime permanent, tout se passe comme si la fonction de distribution des électrons présents dans la colonne était la superposition d'une Maxwellienne de température électronique  $T_e$  et d'une certaine fonction qui tient compte de la présence d'un excès de population d'électrons rapides dans la colonne.

Les ions du plasma de la C. P. I. proviennent des phénomènes d'ionisation dans le canal cathodique, mais aussi de ceux qui ont lieu à l'extérieur (notamment au niveau de la chute anodique).

Cherchons maintenant à déterminer la nature des mouvements macroscopiques de ces particules.

#### a) *Mouvement radial*

Nous avons déjà remarqué que le régime de diffusion des électrons et ions du plasma était ambipolaire parfait. Cependant, les densités de ces particules présentent un faible gradient radial et nous les avons considérées comme constantes dans la section transversale du canal (à l'exception de la région de la gaine).

Dans ces conditions, le flux d'ions qui atteint la lisière de la gaine est simplement  $\frac{n_i w_i}{4}$ ,  $w_i$  étant leur vitesse d'agitation thermique. Ces ions sont alors accélérés dans la gaine et vont bombarder la paroi cathodique.

Pour ce qui est des électrons (qu'ils soient lents ou rapides) la situation est toute autre, puisque le potentiel de la gaine les empêche de franchir la lisière de celle-ci: ils sont repoussés par le champ radial et réintègrent la partie centrale du canal.

Ainsi leurs mouvements d'ensemble dans la direction longitudinale sont les seuls qu'il faut considérer.

b) *Mouvement longitudinal*

Les particules présentes sont des électrons et ions du plasma ( $T_e$ ,  $T_i$ ) et des électrons rapides. Pour ce qui de ces derniers, nous allons les considérer comme appartenant à des groupes discrets d'énergie, caractérisés par les températures  $T_{l,m,n,\dots}$ . Pour chacune de ces espèces de particules nous allons déterminer lequel des deux processus — mobilité ou diffusion — est responsable de leurs mouvements macroscopiques dans la direction axiale.

Les termes de flux longitudinal des particules dont l'espèce est caractérisée par l'énergie  $T_k$ , dans les cas de la diffusion longitudinale et de la mobilité, s'écrivent respectivement :

$$D_k \nabla_x n_k(x) \quad \text{et} \quad \mu_k X_x n_k(x)$$

$\nabla_x$  et  $X_x$  étant le gradient et le champ électrique dans la direction axiale.

Le rapport  $\varepsilon_k$  de ces deux termes vaut donc :

$$\begin{aligned} \varepsilon_k(x) &= \frac{D_k}{\mu_k} \frac{1}{X_x} \frac{\nabla_x n_k(x)}{n_k(x)} \\ &= \frac{K T_k}{q} \frac{1}{X_x} \frac{\nabla_x n_k}{n_k} \end{aligned} \quad (17)$$

On peut mettre le rapport  $\frac{\nabla_x n_k}{n_k}$  sous la forme :

$$\frac{\nabla_x n_k}{n_k} = \frac{1}{e_k(x)} \quad (18)$$

$e_k$  étant une longueur caractéristique correspondant à une variation appréciable de la densité des particules  $k$  et qui est fonction de l'abscisse considérée. On vérifie ainsi que la valeur de  $\varepsilon_k$  dépend de cette longueur  $e_k$  sur laquelle nous allons comparer les effets de la diffusion et de la mobilité :

$$\varepsilon_k(x) = \frac{K T_k}{q} \frac{1}{X_x e_k(x)} \quad (19)$$

Il nous faut donc un critère pour l'évaluation de  $e_k$ . Or, nous verrons dans le chapitre II-6 que pour faciliter l'analyse des processus inélastiques à l'intérieur du canal cathodique, nous serons amenés à effectuer un découpage de celui-ci en «tranches» dont l'épaisseur  $\Delta x$  est définie par la relation:

$$\Delta x = \frac{V_i - V_m}{X_x} \quad (20)$$

$V_i$  et  $V_m$  étant respectivement les potentiels d'ionisation et d'excitation des niveaux métastables de l'Argon ( $V_i - V_m \sim 4 V$ ).

Cette longueur  $\Delta x$  correspond qualitativement à la longueur de canal sur laquelle nous pouvons considérer que les processus inélastiques au sein du plasma ne varient pas sensiblement. Le canal cathodique serait ainsi considéré comme une juxtaposition de tranches de plasma dont les caractéristiques varient seulement à la surface de séparation de deux tranches.

Nous verrons aussi que les variations de densité les plus brutales entre deux tranches adjacentes correspondent au cas des électrons d'émission qui viennent juste de franchir la gaine positive; ces variations décroissent pour les électrons qui ont déjà perdu une partie de leur énergie par choc inélastique, en devenant très faibles pour les électrons thermalisés ( $T_e \sim 2$  à  $5 eV$ ).

On peut donc considérer que  $e_k \geq \Delta x$ , l'égalité s'appliquant au cas des électrons les plus rapides; l'inégalité est forte pour les électrons thermalisés et pour les ions.

D'après ce qui précède nous pouvons écrire l'expression (19) sous la forme suivante (cas des ions):

$$\epsilon_i \ll \frac{k T_i}{q} \frac{1}{X_x \Delta x} \quad (21)$$

soit, en tenant compte de (20):

$$\epsilon_i \ll \frac{T_i}{4} \quad (T_i \text{ en Volt}) \quad (22)$$

Pour les électrons thermalisés on aura de la même façon:

$$\epsilon_e \ll \frac{T_e}{4} \quad (23)$$

et finalement, pour les électrons les plus rapides (d'énergie  $T_h$ ) :

$$\varepsilon_h \sim \frac{T_h}{4} \quad (24)$$

On peut alors tirer les conclusions suivantes :

— Les ions du plasma ( $T_i \sim 0,2 V$ ) sont entraînés par le *champ électrique longitudinal* (donc vers l'intérieur du canal cathodique); la diffusion ne joue aucun rôle ( $\varepsilon_i \ll 1$ ).

— Les électrons thermalisés du plasma ( $T_e \sim 2$  à  $5 V$ ) sont aussi entraînés par le *champ électrique* (donc vers la sortie du canal) ( $\varepsilon_e \ll 1$ ).

— Les électrons les plus rapides ( $T_h$  pouvant atteindre quelques dizaines de Volts) sont par contre entraînés par leur *gradient de densité*; le champ électrique ne joue aucun rôle dans leur déplacement ( $\varepsilon_h > 1$ ).

Au fur et à mesure que ces électrons deviennent moins énergétiques, la diffusion diminue et la mobilité devient de plus en plus déterminante.

### 2.2.5 — *Description du modèle adopté pour l'étude de la région cathodique*

D'après les conclusions des paragraphes précédents, nous postulons pour notre modèle les propriétés suivantes :

a) Les densités des électrons et ions du plasma de la C. P. I., et celles des atomes neutres dans l'état fondamental ou métastable, sont considérées comme constantes dans chaque section transversale (à l'exclusion de la gaine positive).

Pour ce qui est des électrons rapides, leur profil radial réel ne nous intéresse pas; que des collisions inélastiques se produisent au centre du canal ou à sa périphérie, c'est le nombre de ces processus en fonction de l'abscisse du canal qu'il importe de déterminer pour la suite de notre travail.

Nous prendrons donc les valeurs de toutes les grandeurs en cause comme dépendant seulement de la coordonnée axiale  $x$ .

b) Les équipotentielles à l'intérieur du canal cathodique seront considérées comme parallèles à la paroi au voisinage immédiat de celle-ci (région de la gaine, d'épaisseur  $e$  négligeable devant  $R$ ). Le champ électrique y est donc purement radial.

c) Dans la partie centrale du canal (jusqu'au rayon  $R-e$ ) les équipotentielles seront considérées comme planes et normales à la paroi cathodique.

D'après les deux hypothèses précédentes le potentiel à l'intérieur du canal s'écrit :

$$V(x, r) = V(x) = V_0 + (x_0 - x) X_I \quad \text{pour } r \leq R - e \quad (25)$$

La forme de ces équipotentielles est indiquée dans la Figure 11.

d) *Relation entre les abscisses  $x_0$  et  $l$*

À première vue, ces deux abscisses devraient coïncider; en fait, leur signification est différente (cf. Figure 12).

La longueur  $x_0$  apparaît liée à l'existence d'une chute de potentiel radiale  $V_0$  suffisante pour être à l'origine de processus inélastiques. En effet, pour des points situés plus près du support de la cathode, la chute radiale est insuffisante pour communiquer aux électrons émis par la paroi cathodique l'énergie nécessaire à l'excitation d'un niveau radiatif ou métastable. Le gaz doit donc y être neutre en totalité. La longueur  $x_0$  est donc liée théoriquement à la dimension effective du plasma cathodique. Cependant, il paraît douteux qu'on puisse mesurer directement cette longueur.

En revanche, la longueur  $l$  a une origine expérimentale, représentant l'abscisse du maximum de température de la paroi. Encore une fois, la chute de potentiel radiale  $V_c$  à ce niveau, obtenue par la voie expérimentale, se trouve être voisine de  $V_0$ . Cependant, rien ne permet d'affirmer que  $x_0$  et  $l$  coïncident; tout au plus on peut dire que les deux longueurs sont voisines et varient dans le même sens en fonction des variations des paramètres de la décharge.

### 3 — ÉCOULEMENT DU GAZ NEUTRE À L'INTÉRIEUR DE LA CATHODE; RÉPARTITION LONGITUDINALE DE LA DENSITÉ DES NEUTRES

Le gaz introduit dans le canal cathodique s'écoule en raison de de la dépression créée par le pompage de l'enceinte.

Nous verrons plus loin que, pour les valeurs du rayon  $R$  et débit  $Q_c$  utilisées, nous sommes en présence d'un écoulement laminaire, intermédiaire entre le régime visqueux et le régime moléculaire.

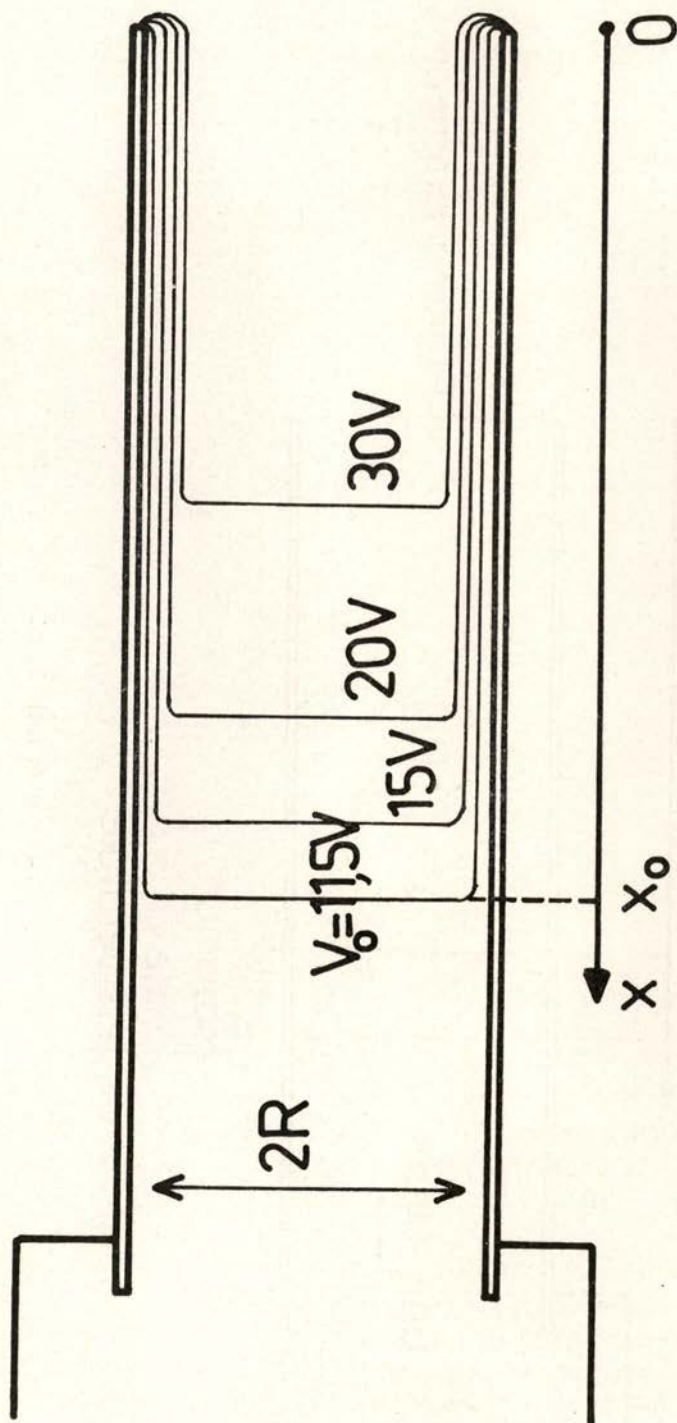


Fig. 11 — Modèle de la forme des équipotentielles à l'intérieur du canal cathodique

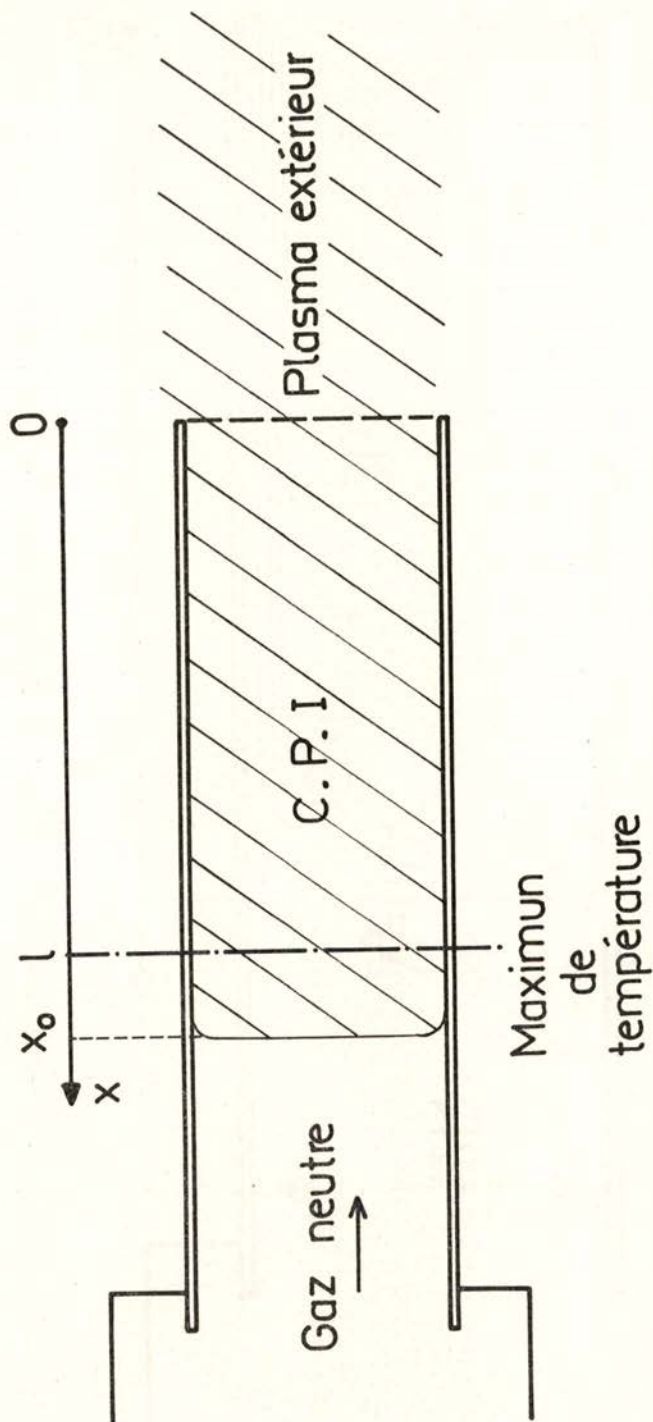


Fig. 12 — Relation entre les abscisses  $x_0$  et  $l$



Dans ces conditions la pression  $P(x)$  du gaz neutre à l'abscisse  $x$  du canal de rayon  $R$ , en fonction du débit cathodique  $Q_c$  et de la pression  $P_E$  dans l'enceinte, s'obtient à partir de l'équation de Poiseuille modifiée pour le régime intermédiaire (cf. Appendice II) et l'on peut écrire :

$$P(x) = \frac{k T_m b}{R} \left\{ \left[ a \frac{x Q_c}{R^2} + \left( \frac{P_E R}{k T_m b} + 1 \right)^2 \right]^{1/2} - 1 \right\} \quad (26)$$

avec :  $a$  et  $b$  : deux fonctions de la température moyenne du gaz,  $T_m$ , représentées dans la Figure 13 ;

$Q_c$  : débit du gaz, ramené aux conditions normales de pression et de température ;

$k$  : constante de Boltzmann.

Cette équation se simplifie dans les cas où la pression dans l'enceinte  $P_E$  est suffisamment basse pour que l'on ait :

$$P_E \ll \frac{b}{R} k T_m \quad (27)$$

soit, en utilisant des unités plus commodes ( $P_E$  en Torr ;  $b$ ,  $T_m$  et  $R$  en unités CGS) :

$$P_E \ll 10^{-19} \frac{b T_m}{R} \quad (28)$$

Dans nos expériences la limite supérieure de la température du gaz est  $T_m = 3000^\circ K$ . D'après la Figure 13 et pour un rayon moyen de  $R = 0,3$  cm on obtient :

$$P_E \ll 2,3 \text{ Torr} \quad (29)$$

ce qui est nettement vérifié dans nos expériences des cathodes fonctionnant en régime normal (avec C.P.I.).

Dans ces circonstances nous pouvons écrire :

$$P(x) = \frac{k T_m b}{R} \left[ \left( a \frac{x Q_c}{R^2} + 1 \right)^{1/2} - 1 \right] \quad (30)$$

et finalement, en faisant intervenir la densité des neutres  $n_n(x)$  on aura :

$$n_n(x) = \frac{b}{R} \left[ \left( a \frac{x Q_c}{R^2} + 1 \right)^{1/2} - 1 \right] \quad (31)$$

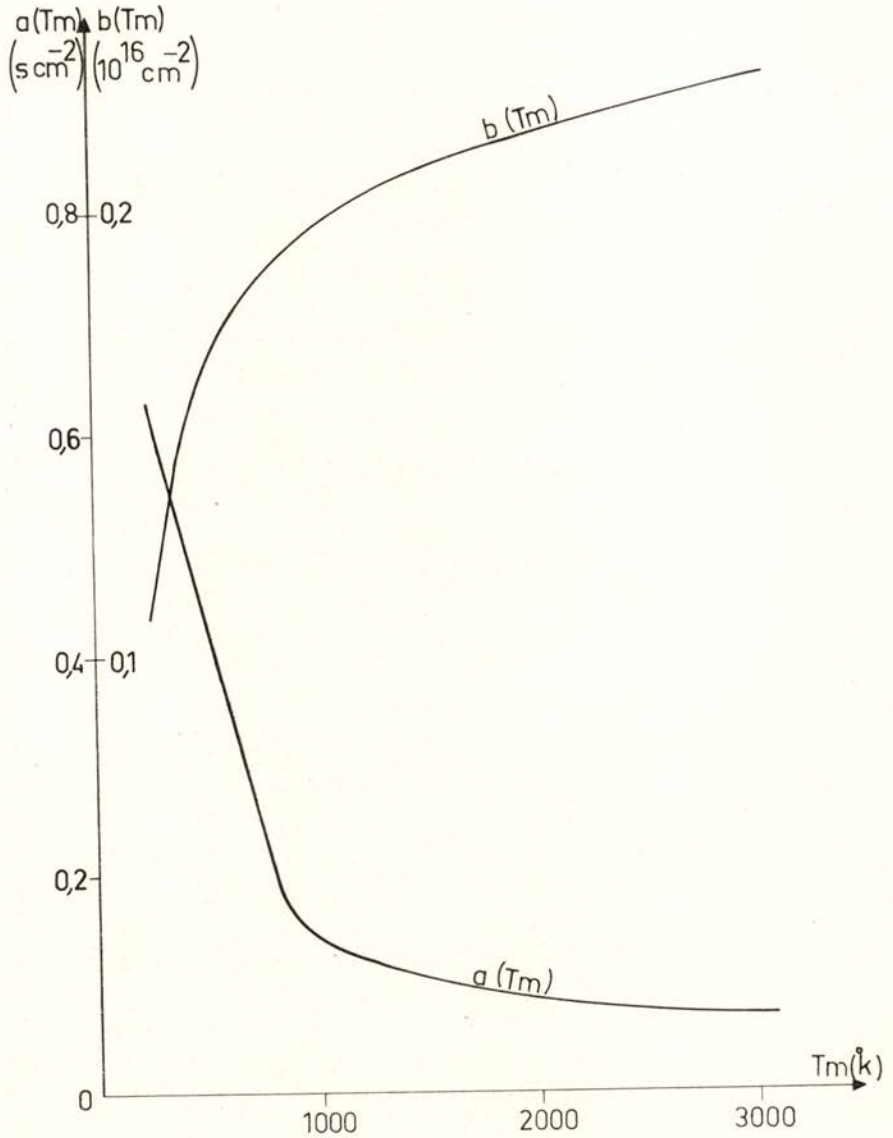


Fig. 13 — Fonctions  $a$  et  $b$  de la température du gaz  $T_m$

La fonction  $n_n \cdot R$  est représentée dans la Figure 14 en fonction de la variable  $\frac{x Q_c}{R^2}$ , pour différentes températures  $T_m$  du gaz (nous avons inversé le sens positif habituel de l'échelle des abscisses, de façon à tenir compte de la disposition de la cathode que nous avons adoptée — flux de gaz de gauche à droite).

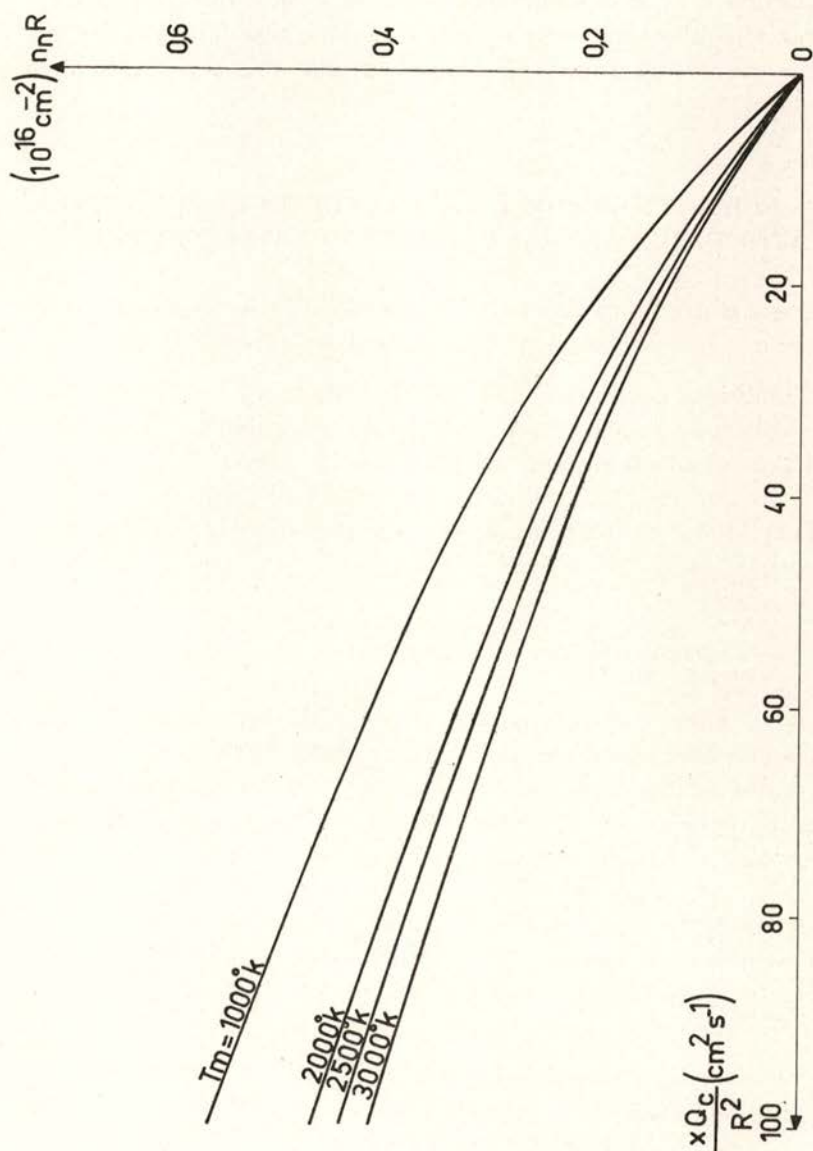


Fig. 14 — Valeurs du produit  $n_n R$  en fonction de  $\frac{x Q_c}{R^2}$  pour différentes valeurs de  $T_m$

Soulignons encore que ces courbes ne sont applicables que si la pression dans l'enceinte est suffisamment faible pour que la condition (28) se trouve vérifiée. Si par contre  $P_E$  devient de l'ordre du Torr, la pression effective à chaque abscisse du canal s'en trouve augmentée par rapport à celle qui est donnée par les courbes de la Figure 14.

Ceci est en accord avec les résultats expérimentaux qui montrent un déplacement du maximum de température cathodique vers la sortie du canal, lorsqu'on augmente  $P_E$ ; on aura donc tendance à croire que l'abscisse de ce maximum correspond à une pression locale bien déterminée.

#### 4 — EFFETS THERMIQUES À L'INTÉRIEUR DU CANAL CATHODIQUE: ÉCHAUFFEMENT DU GAZ NEUTRE

Le gaz neutre qui s'écoule le long du canal cathodique est soumis à plusieurs processus d'échauffement dont les principaux sont :

- a) Collisions élastiques avec les électrons.
- b) Collisions de 2ème espèce avec les atomes excités.
- c) Conduction thermique gaz-métal de la cathode.

Nous allons évaluer successivement l'importance de ces trois processus.

##### 4.1 — *Collisions élastiques électron-neutre*

Les électrons présents dans la région cathodique sont produits : par émission thermoionique de la paroi métallique (dont la température à l'abscisse du maximum peut atteindre 3000° K); par émission secondaire de cette paroi, bombardée par des atomes métastables et des ions; et par ionisation du gaz neutre à l'intérieur du canal cathodique.

En raison de l'existence de la gaine ionique qui crée un champ électrique radial au voisinage de la paroi, les électrons libérés de celle-ci acquièrent une énergie qui, suivant les conditions locales, peut être suffisante pour créer :

- des atomes excités dans l'état métastable;
- une ionisation en deux étapes, en passant par l'état métastable;
- l'ionisation directe des atomes d'Argon.

D'autre part, les électrons (thermalisés) du plasma de la C. P. I. peuvent aussi exciter ou ioniser les atomes neutres. Il ne s'agit évidemment que des électrons de la queue de la fonction de distribution électronique ( $T_e \sim 2$  à  $5 eV$ ).

Cependant tous ces électrons effectuent entre temps des collisions élastiques avec les atomes neutres. Lors de chacune de ces collisions l'énergie  $\Delta E$  transférée à l'atome vaut :

$$\Delta E = E_0 \frac{2m}{M} \quad (32)$$

$E_0$  étant l'énergie initiale de l'électron,  $m$  et  $M$  les masses de l'électron et de l'atome. Cependant, le grand nombre de collisions de ce type peut conduire à un échauffement du gaz non négligeable.

On peut effectuer un calcul d'ordre de grandeur basé sur les hypothèses simplificatrices suivantes :

— Les électrons d'émission cathodique perdent leur énergie principalement par collision inélastique.

— Prenons une C. P. I. suffisamment longue pour que le potentiel «moyen» de la gaine ionique y soit  $\bar{V}_g = 36 V$  (par exemple :  $x_0 = 6 \text{ cm}$  ;  $X_I = 8 \text{ V/cm}$  ;  $V(0) = 60 V$  ;  $V(x_0) = 12 V$ ).

— Considérons que la totalité du courant de la décharge  $I$  provient du courant d'émission cathodique, ce qui est, évidemment, une hypothèse extrême.

Ces hypothèses sont suffisantes pour calculer l'échauffement du gaz par collision élastique avec les électrons d'émission cathodique. Pour ce qui est des collisions avec les électrons thermalisés du plasma de la C. P. I., nous admettrons une densité de ces électrons  $n_e = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ , sur la base de résultats expérimentaux confirmés [16] [17] [18].

#### a) *Échauffement par les électrons d'émission*

Il s'agit maintenant de calculer combien de collisions élastiques électron-neutre effectuent en moyenne les électrons d'émission, pendant le temps qu'il leur faut pour perdre la totalité de leur énergie par choc inélastique. Si l'on prend comme référence le processus d'exci-

tation des niveaux métastables ( $V_m = \bar{V}_g/3$ ; section efficace  $\sigma^m$ ), ce nombre est de l'ordre de :

$$N_{el} = 3 \frac{\sigma^{en}}{\sigma^m} \quad (33)$$

par électron. La puissance initiale des électrons qui constituent le courant d'émission sera :

$$W_o = \bar{V}_g I \quad (34)$$

Finalment, la puissance transmise au gaz par ces électrons ( $\Delta W_o$ ) sera :

$$\Delta W_o = 3 \frac{\sigma^{en}}{\sigma^m} \frac{2m}{M} \bar{V}_g I \quad (35)$$

Nous poursuivons notre calcul d'ordre de grandeur en nous donnant des conditions extrêmes : attribuons ainsi à  $\sigma^{en}$  la valeur maximale qu'elle prend dans l'Argon (correspondant à l'énergie de 12 eV) et à  $\sigma^m$  une valeur moyenne :

$$\sigma^{en} = 14,2 \times 10^{-16} \text{ cm}^2$$

$$\sigma^m = 3 \times 10^{-16} \text{ cm}^2$$

On obtient ainsi, pour un courant moyen  $I = 30 \text{ A}$  :

$$\Delta W_o = 0,63 \text{ watt}$$

b) *Échauffement par les électrons du plasma de la C. P. I.*

En raison de leur énergie assez faible ( $T_e \approx 2 \text{ à } 5 \text{ eV}$ ) la perte d'énergie des électrons thermalisés se fait surtout par collision élastique. Le taux de ces collisions (avec les neutres) dans le canal cathodique s'écrit :

$$\tau^{en} = n_e n_n \langle \sigma^{en} w_e \rangle \quad (36)$$

La puissance  $\Delta W_1$  fournie au gaz dans la C. P. I. sera donc :

$$\Delta W_1 = n_e n_n \langle \sigma^{en} w_e \rangle \frac{2m}{M} \frac{3}{2} k T_e \pi R^2 x_o \quad (37)$$

soit, pour  $\sigma^{mn} = 5 \times 10^{-16} \text{ cm}^2$  ( $T_e = 5 \text{ eV}$ ),  $R = 0,44 \text{ cm}$ ,  $n_n = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  et  $x_0 = 5 \text{ cm}$ , on obtient :

$$\Delta W_1 \leq 4,3 \text{ watts}$$

#### 4.2 — *Collisions de 2<sup>ème</sup> espèce atome-atome métastable*

Ce processus, traduit par l'équation de réaction :



dégage, pour chaque collision, une énergie  $E_2$  importante. Si l'on suppose que les deux atomes se retrouvent après la collision, dans l'état fondamental, l'énergie libérée est de  $E_2 = 11,6 \text{ eV}$  (énergie des niveaux métastables de l'Argon).

Le nombre de collisions de ce type, par unité de volume et par unité de temps, s'écrit :

$$\tau_{mn} = n_m n_n \sigma_2^{mn} w_m \quad (39)$$

avec :  $n_m$  la densité des métastables.

$n_n$  la densité des atomes neutres.

$\sigma_2^{mn}$  la section efficace de la réaction de 2<sup>ème</sup> espèce.

$w_m$  la vitesse thermique des métastables.

Considérons, comme auparavant, une situation extrême :

— colonne longue :  $x_0 = 5 \text{ cm}$

— fort rayon :  $R = 0,44 \text{ cm}$

—  $T_m$  (température des métastables)  $3000^\circ \text{ K}$

—  $n_n = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  (\*)

—  $n_m = 5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$

— les densités des neutres et des métastables seront prises comme constantes sur toute la C. P. I. (ceci correspond encore à nous situer à une limite supérieure).

(\*) Comme nous le verrons dans le chapitre II-6, ces chiffres, quoique élevés, sont acceptables comme des limites supérieures.

Dans ces conditions, la puissance fournie par les métastables au gaz sera ( $\sigma_2^{mn} = 2,1 \times 10^{-20} \text{ cm}^2$ ):

$$\begin{aligned} \Delta W_2 &\leq n_m n_n \sigma_2^{mn} w_m E_2 \pi R^2 x_0 \\ \Delta W_2 &\leq 0,21 \text{ watt} \end{aligned} \quad (40)$$

Du fait de l'ensemble de ces processus collisionnels le gaz absorbe dans la C. P. I. une puissance  $\Delta W_{coll.}$  donné par :

$$\begin{aligned} \Delta W_{coll.} &= \Delta W_0 + \Delta W_1 + \Delta W_2 \\ \Delta W_{coll.} &< 5,5 \text{ watts} \end{aligned} \quad (41)$$

#### 4.3 — Échauffement du gaz par la paroi cathodique

A l'inverse des termes précédents, ce terme d'échauffement ne peut pas être évalué a priori: il dépend, en effet, des températures relatives du gaz et de la paroi métallique. De plus, il n'est même pas évident quel est son signe: il sera positif si la cathode est plus chaude que le gaz, négatif dans le cas inverse. Or, si la cathode est à haute température en raison des processus de bombardement que nous détaillerons dans le chapitre suivant, le gaz neutre a, lui aussi, des processus d'échauffement spécifiques (collisions élastiques  $e-n$  et collisions de 2<sup>ème</sup> espèce  $n-m$ ) qui peuvent amener le gaz à une température encore plus élevée.

Cependant il faut signaler que ces processus n'ont lieu que dans la région de la C.P.I.; pour des abscisses plus grandes où il n'y a pas de plasma, le gaz neutre ne peut être chauffé que par la conduction thermique à partir de la paroi. Celle-ci a dans la longueur qui précède la C.P.I. une température minimale (tout près du support refroidi) d'environ 800° C; la température maximale est variable, comme nous l'avons précisé, mais en tout cas supérieure à 1500° C.

Le gaz neutre, initialement froid, est donc chauffé à partir de la température ambiante jusqu'à une température de l'ordre du millier de °C, exclusivement par conduction thermique métal-gaz. Une fois dans la C.P.I. le gaz est encore chauffé par les collisions — éventuellement il sera porté à une température supérieure à celle de la paroi. Nous allons considérer séparément ces deux zones (cf. Figure 15).



a) Zone précédant la C. P. I. ( $x > x_0$ )

Nous avons vu qu'il y avait un transfert de chaleur dans le sens métal  $\rightarrow$  gaz dans la longueur de canal qui précède la C.P.I.; nous voulons évaluer la puissance transmise au gaz dans cette région.

Soit le gaz introduit dans le canal cathodique avec un débit  $Q_c$  et une température initiale  $T_1$ , voisine de la température ambiante ( $T_1 \sim 300^\circ K$ ). Ce gaz traverse la longueur de canal qui précède la C.P.I. et dont la température (variable suivant l'abscisse) de la paroi,  $T_p$ , peut atteindre environ  $2500^\circ K$ .

Le calcul de la température  $T_2$  du gaz au bout de cette zone est basé sur une méthode proposée par Mac Adam [22]; les détails de ce calcul sont présentés dans l'Appendice III. On aboutit au résultat suivant :

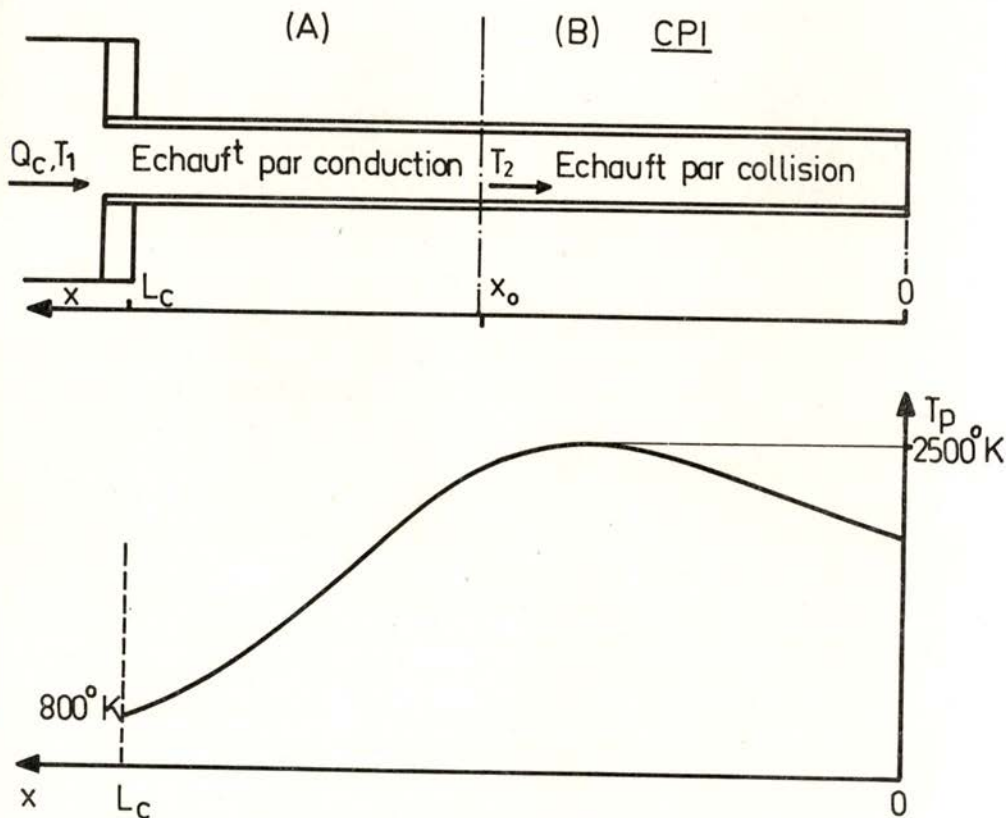


Fig. 15 — Régions de la cathode suivant le processus dominant d'échauffement du gaz

Pour les ordres de grandeur de température qui nous concernent, le gaz d'Argon se met approximativement en équilibre thermique avec la paroi au bout d'un parcours  $L_{th}$  (longueur d'équilibre thermique) qui est donné (numériquement) par :

$$L_{th} = \frac{Q_c}{3} \quad (L_{th} \text{ en cm ; } Q_c \text{ en cm}^3\text{s}^{-1}) \quad (42)$$

Même pour des débits très forts (le plus grand débit que nous avons utilisé dans nos expériences était  $Q_c = 3 \text{ cm}^3/\text{s}$ ) cette longueur ne dépasse pas 1 cm et décroît linéairement avec le débit.

On conçoit que dans ces conditions le gaz suit les variations de la température de la paroi avec un certain décalage, faible pour des valeurs courantes du débit cathodique.

La limite supérieure de la puissance  $\Delta W_{pg}$  transférée au gaz par la paroi dans la partie du canal qui précède la C.P.I. correspond au cas  $T_2 = T_{pmax}$ . Si l'on pose  $T_{pmax} = 2500^\circ \text{ K}$ ,  $T_1 = 300^\circ \text{ K}$ ,  $Q_c = 3 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$  ( $q_c = 5,4 \times 10^{-3} \text{ g s}^{-1}$ ) et  $C_p(2500^\circ \text{ K}) = 0,52 \text{ J/g}^\circ \text{ K}$  [23] on aura :

$$\Delta W_{pg} = q_c C_p (T_p - T_1) \quad (43)$$

$$\Delta W_{pg} < 3,5 \text{ watts}$$

b) C. P. I. ( $x \leq x_0$ )

Le gaz qui pénètre dans cette région a déjà une température très voisine de celle de la paroi; il sera porté à une température encore supérieure en raison des processus de collision. Cependant le couplage thermique existant entre le gaz et la paroi métallique, limite la température que le gaz peut atteindre; c'est cet effet que nous essayerons d'évaluer quantitativement.

Soit  $\Delta W_{coll}$  la puissance libérée au sein du gaz dans la C.P.I. par l'ensemble des processus de collision (paragraphe II-4.2).

Cette puissance fera augmenter la température moyenne du gaz, qui deviendra de ce fait plus chaud que la paroi. Ceci implique l'apparition d'un gradient radial de température au voisinage de la paroi, provoquant un flux de chaleur dans le sens gaz-métal.

Il est bien évident qu'une limite supérieure de la puissance ainsi transférée est donnée par  $\Delta W_{coll}$  (le gaz ne pouvant transmettre au métal une puissance plus grande que celle qu'il reçoit du fait des collisions).

Nous pouvons donc écrire l'équation de transfert de chaleur par conduction radiale sous la forme d'une inégalité :

$$\Delta W_{coll.} > 2 \pi R x_o \lambda \left( \left| \frac{dT}{dr} \right| \right)_{r=R} \quad (44)$$

d'où :

$$\left| \frac{dT}{dr} \right|_{r=R} < \frac{\Delta W_{coll.}}{2 \pi R x_o \lambda} \quad (45)$$

En fait, le gradient radial de température doit être croissant entre l'axe de la colonne et la paroi; on peut donc écrire, a fortiori :

$$\frac{T_M - T_p}{R} < \frac{\Delta W_{coll.}}{2 \pi R x_o \lambda} \quad (46)$$

$T_p$  étant la température du gaz pour  $r=R$  et  $T_M$  la température maximale possible du gaz dans une section transversale (cf. Figure 16).

On aura alors pour  $x_o = 5$  cm,  $\Delta W_{coll.} = 5$  watts,  $\lambda (2500^\circ K) = 6,91 \times 10^{-4}$  W/cm °K [24] :

$$T_M - T_p < 230^\circ K$$

c'est à dire, dans l'hypothèse la plus défavorable, l'écart relatif entre la température moyenne du gaz dans une section transversale de la C. P. I. et la température de la paroi ne dépasse pas 5 %.

#### 4.4 — Conclusions

Résumons rapidement nos résultats. Il y a deux zones, le long de la cathode, correspondant à des processus différents d'échauffement du gaz :

— *Zone qui précède la C. P. I.* : le gaz y entre froid et se met rapidement en équilibre avec la paroi de la cathode par conduction thermique. La longueur d'équilibre thermique varie de quelques dixièmes de millimètre (très faible débit) à 1 cm (débit maximum) ; la puissance

transférée par ce processus est de l'ordre des centièmes d'watt à quelques watts suivant les débits.

— *C. P. I.*, où le gaz entre déjà à une température élevée; il y est encore chauffé par les collisions, ce qui implique un transfert de chaleur dans le sens gaz  $\rightarrow$  paroi.

La puissance ainsi transférée ne dépasse pas quelques watts; la température moyenne du gaz s'écarte de moins de 5 % de celle de la paroi.

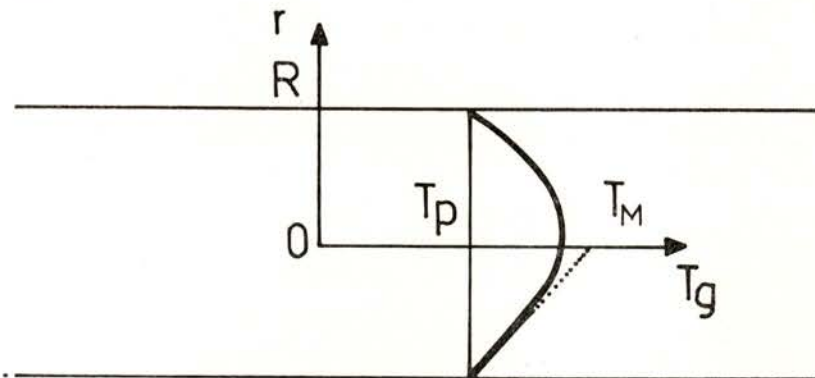


Fig. 16 — Répartition radiale de la température du gaz dans la C. P. I. (qualitatif)

## 5 — EFFETS THERMIQUES DANS LA CATHODE : ÉCHAUFFEMENT DE LA PAROI

La paroi cathodique est chauffée par les processus suivants :

- *bombardement ionique*
- bombardement par les métastables
- bombardement par le rayonnement du plasma
- effet Joule dans le métal
- conduction thermique gaz-métal (dans la C. P. I.).

Les processus qui refroidissent la paroi sont :

- *rayonnement de la paroi*
- émission thermoionique
- évaporation de la cathode
- conduction thermique métal-gaz (dans la zone qui précède la C.P.I.)
- *conduction thermique par le métal vers le support de la cathode.*

Nous allons étudier successivement chacun de ces processus. En anticipant nos conclusions, nous avons souligné les processus dominants.

### 5.1 — *Processus d'échauffement*

#### a) *Bombardement ionique*

D'après le modèle que nous avons choisi (Ch. II-2), chaque ion arrivant à la cathode est soumis à un champ électrique longitudinal  $X_T$  qui l'entraîne à l'intérieur du canal cathodique. D'autre part, il y aura des ions créés à l'intérieur même du canal par collision électron-neutre ou électron-métastable.

Ces ions ne voient un champ électrique radial qu'en arrivant au voisinage de la paroi. Ils diffusent donc en raison de leur agitation thermique jusqu'à atteindre ce voisinage; une fois qu'ils y sont parvenus, le champ radial de la gaine ionique les entraîne vers la paroi.

Les ions peuvent y libérer l'énergie cinétique acquise dans la gaine (potentiel  $V(x)$ ), plus leur énergie de recombinaison avec les électrons du métal (proportionnelle à  $V_i - \varphi$ ;  $V_i =$  potentiel d'ionisation de l'Argon;  $\varphi$  travail de sortie de tantale) (\*). La puissance dissipée par unité de surface de la paroi en raison de ce bombardement ionique ( $q_i$ ) s'écrit donc :

$$q_i(x) = j_{i_r} \cdot [V(x) + V_i - \varphi] \quad (47)$$

$j_{i_r}$  étant la composante radiale de la densité du courante ionique.

#### b) *Bombardement par les métastables*

Les atomes dans l'état métastable qui existent à l'intérieur du canal cathodique atteignent la paroi du fait de leur agitation thermi-

---

(\*) Ceci n'est exact que si l'on néglige la possibilité d'émission secondaire d'électrons du métal de par ce bombardement ionique, auquel cas une partie de l'énergie de l'ion serait consacrée à l'arrachement d'électrons secondaires. En fait le coefficient d'émission secondaire correspondant à des ions de 50 eV est [25]  $\gamma_i = 0,1$  électron/ion et nous n'en tiendrons pas compte.

que. Si leur densité locale est  $n_m(x)$  et leur énergie thermique moyenne  $w_m$ , le flux de métastables sur la paroi ( $\phi_m$ ) s'écrit :

$$\phi_m(x) = \frac{n_m(x) w_m}{4} \quad (48)$$

Si l'on suppose que ces métastables sont à la température de la paroi, il n'y a pas d'échange de chaleur par conduction. En revanche, ils disposent de leur énergie potentielle d'excitation ( $\varphi_m = 11,6 V$ ) qui peut être dissipée dans la paroi. Si l'on admet que l'émission secondaire d'électrons par ces métastables est négligeable et qu'ils se retrouvent, après le choc sur la paroi, dans l'état fondamental, la densité de puissance libérée par ce processus est donnée par :

$$q_m(x) = \frac{n_m(x) w_m q \varphi_m}{4} \quad (49)$$

### c) *Bombardement par le rayonnement du plasma*

L'évaluation de ce terme est beaucoup plus compliquée que celle des termes précédents. En effet, le plasma de la C. P. I. est fortement hors d'équilibre et il n'est pas aisé de déterminer les populations des divers niveaux radiatifs.

Pour ce qui est de l'émission de spectre continu, nous nous limiterons au calcul du rayonnement de Bremsstrahlung par interaction électron-ion.

La puissance libérée par unité de volume d'un plasma de densité électronique  $n_e$  et de température électronique  $T_e$  est donnée par : [26].

$$\mathcal{B} = 4,8 \cdot 10^{-37} Z^2 n_e^2 T_e^{1/2} \text{ (unités (MKS; } T_e \text{ en } k e V)) \quad (50)$$

Dans le cas où le plasma n'absorberait pas ce rayonnement, la densité de puissance incidente sur la paroi ( $q_{ph.}$ ) serait donnée par :

$$q_{ph.} = \frac{\mathcal{B} R}{2},$$

soit, finalement :

$$q_{ph.} = 7,6 \cdot 10^{-33} n_e^2 T_e^{1/2} R (W \text{ cm}^{-2}; (\text{cm}^{-3})^{1/2}; (eV)^{1/2}; \text{cm}) \quad (51)$$

d) *Effet Joule dans la paroi cathodique*

Considérons à l'abscisse  $x$  de la cathode un tronçon de paroi de longueur  $dx$ . Le courant que traverse cette longueur de métal (vers le support cathodique) s'écrit :

$$I(x) = 2 \pi R \int_0^x [j_{ir}(x) + j_e^c(x)] dx \quad (52)$$

$j_{ir}$  et  $j_e^c$  étant les densités de courant ionique radial et électronique d'émission et  $R$  le rayon de la cathode.

La puissance dissipée par unité de surface du métal  $q_J$  s'écrit simplement :

$$q_J(x) = \frac{\rho}{e} \left[ \int_0^x [j_{ir}(x) + j_e^c(x)] dx \right]^2 \quad (53)$$

$\rho$  étant la résistivité du tantale ( $\rho = 10^{-4} \Omega \text{ cm}$ ) [27] et  $e$  l'épaisseur de la paroi.

e) *Conduction thermique radiale gaz-paroi (dans la C. P. I.)*

Ce terme n'est pas aussi facile à évaluer que les précédents ; en effet tout ce que nous connaissons c'est une limite supérieure  $\Delta W_{gp} \leq \Delta W_{coll.}$  de la puissance qui peut être transférée par ce processus, de l'ensemble de la C. P. I. à la paroi qui l'entoure. (cf. paragraphe 4.3.b). On aura alors :

$$\bar{q}_{g.p.} < \frac{\Delta W_{coll.}}{2 \pi R x_0} \quad (54)$$

$\bar{q}_{gp}$  étant la puissance moyenne transférée par unité de surface métallique, et  $\Delta W_{coll.}$  la puissance dissipée dans la gaz de la C. P. I. par collision (pouvant atteindre environ 5 watts).

f) *Terme d'échauffement de la paroi*

Tous les processus d'échauffement de la paroi cathodique seront calculés numériquement lorsque nous disposerons des valeurs qui prennent la densité du courant ionique radial et de la densité des métastables tout au long de la C. P. I.

Ces termes peuvent se regrouper dans une fonction  $q_r(x)$  qui représente le flux radial de chaleur sur la paroi intérieure de la cathode :

$$q_r(x) = q_i + q_m + q_{ph} + q_J + q_{g.p.} \quad (55)$$

## 5.2 — *Processus de perte de chaleur de la paroi cathodique*

### a) *Rayonnement de la paroi*

La paroi cathodique a une répartition longitudinale de température  $T(x)$  que nous considérons comme inconnue du point de vue théorique. Le rayonnement thermique de la paroi extérieure de la cathode constitue un processus de refroidissement de celle-ci ; la puissance rayonnée par unité de surface émissive s'obtient par la loi de Stéphan :

$$\dot{p}_{ray.}(T) = \varepsilon(T) \sigma T^4 \quad (56)$$

$\varepsilon(T)$  étant l'émissivité du Tantale et  $\sigma$  la constante de Stéphan ( $\sigma = 5,67 \times 10^{-12} \text{ W cm}^{-2} (\text{°K})^{-4}$ ).

Pour le Tantale l'émissivité croît d'une manière approximativement linéaire en fonction de la température entre 300 et 3000° K, et nous pouvons écrire :

$$\varepsilon(T) = \varepsilon(T_0) + \alpha(T - T_0) \quad (57)$$

avec :

$$T_0 = 300^\circ \text{K}, \varepsilon(T_0) = 0,05 \text{ et } \alpha = 1,05 \times 10^{-4} (\text{°K})^{-1} [28].$$

### b) *Émission thermoélectronique*

La densité du courant électronique émis par une surface métallique portée à la température  $T$  s'obtient à partir de l'équation de Richardson-Dushman :

$$j_e^c = A T^2 e^{-b_0/T} \quad (58)$$

$A$  et  $b_0$  étant des constantes caractéristiques du métal. Pour le Tantale on a [28] :  $A = 55 \text{ A (cm } ^\circ\text{K)}^{-2}$  et  $b_0 = 4,86 \times 10^4 (\text{°K})$ .



À chaque électron émis il correspond une énergie dépensée  $e\varphi$  ( $\varphi$  étant le travail de sortie du métal:  $\varphi = 4,12 V$  pour le Tantale). La puissance perdue par unité de surface de la cathode s'écrit donc :

$$\dot{p}_{th}(T) = A \varphi T^2 e^{-b_0/T} \quad (59)$$

c) *Évaporation du métal cathodique*

La puissance dissipée par unité de surface cathodique par ce processus s'obtient à partir de [29] :

$$\dot{p}_{ev}(T) = Q_s C T^{-1/2} e^{-D/T} \quad (60)$$

$Q_s$  étant la chaleur de sublimation ( $Q_s = 4,17 \times 10^3 J/g$  pour le Tantale [30]);  $C$  et  $D$  sont deux constantes caractéristiques du métal ( $C = 8,1 \times 10^{-9} g cm^{-2} s^{-1} (^\circ K)^{1/2}$  et  $D = 9,2 \times 10^{-4} ^\circ K$  pour le Tantale [29]).

d) *Conduction thermique métal-gaz*

Cet effet, qui a lieu dans la zone qui précède la C. P. I., a déjà été étudié dans le paragraphe II-4.3. Nous y avons évalué une limite supérieure de la puissance transférée dans cette région entre la paroi et le gaz,  $\Delta W_{pg}$ .

On peut alors écrire :

$$\dot{p}_{p.g.} < \frac{\Delta W_{pg}}{2 \pi R (L_c - x_0)} \quad (61)$$

$\dot{p}_{p.g.}$  étant la puissance perdue par l'unité de surface cathodique dans la partie de la cathode qui précède la C. P. I. et dont la longueur est  $L_c - x_0$ .

e) *Terme de refroidissement radial de la paroi cathodique*

Soit  $p_r(T)$  la puissance totale perdue radialement par l'unité de surface de la paroi, par l'ensemble des processus de transfert de chaleur que nous venons de décrire; on aura :

$$\dot{p}_r(T) = \dot{p}_{ray} + \dot{p}_{th} + \dot{p}_{ev} + \dot{p}_{p.g.} \quad (62)$$

Nous examinerons séparément les pertes par conduction thermique au sein du métal, vers le support cathodique; en effet ce flux de chaleur est longitudinal et non pas radial comme les précédents. Nous l'obtiendrons à partir du bilan des processus radiaux d'échauffement et de refroidissement de la paroi.

### 5.3 — *Bilan thermique de la paroi cathodique*

Nous allons considérer une tranche de la paroi cathodique (rayon intérieur  $R$ , épaisseur  $e$ ), de longueur élémentaire  $dx$ ; soit  $x$  son abscisse et  $T$  sa température.

Le bilan d'énergie dans cette tranche de la paroi peut s'écrire (en négligeant  $e$  devant  $R$ , ce qui est justifié pour les cathodes que nous utilisons normalement) :

$$[q_r(x) - \dot{p}_r(T)] 2\pi R dx - \frac{d\dot{p}_L}{dx} 2\pi R e dx = 0 \quad (63)$$

$\dot{p}_L$  étant la puissance écoulee longitudinalement par unité de surface de la section métallique transversale.

D'autre part, on peut obtenir  $\dot{p}_L$  à partir de l'équation de la conduction thermique :

$$\dot{p}_L = -\lambda \frac{dT}{dx} \quad (64)$$

$\lambda$  étant la conductibilité thermique du métal. On aura alors :

$$q_r(x) - \dot{p}_r(T) = -e \frac{d}{dx} \left[ \lambda \frac{dT}{dx} \right] \quad (65)$$

Les équations (55), (62) et (65) déterminent la fonction  $T(x)$ . Si l'on néglige pour le moment la variation  $\lambda(T)$ , l'équation (65) devient :

$$q_r - \dot{p}_r = -e \lambda \frac{d^2 T}{dx^2} \quad (66)$$

On peut en tirer les conclusions qualitatives suivantes :

— Les points d'inflexion de la courbe de  $T(x)$  correspondent à l'égalité des flux radiaux de perte et d'apport de chaleur sur la paroi cathodique (cf. Fig. 17).

— Le région centrale de la courbe, où  $\frac{d^2T}{dx^2} < 0$ , correspond à un apport de chaleur supérieur aux pertes radiales.

— Le minimum de  $\frac{d^2T}{dx^2}$  correspond alors au maximum de l'échauffement net radial ( $q_r - p_r$ ) de la paroi.

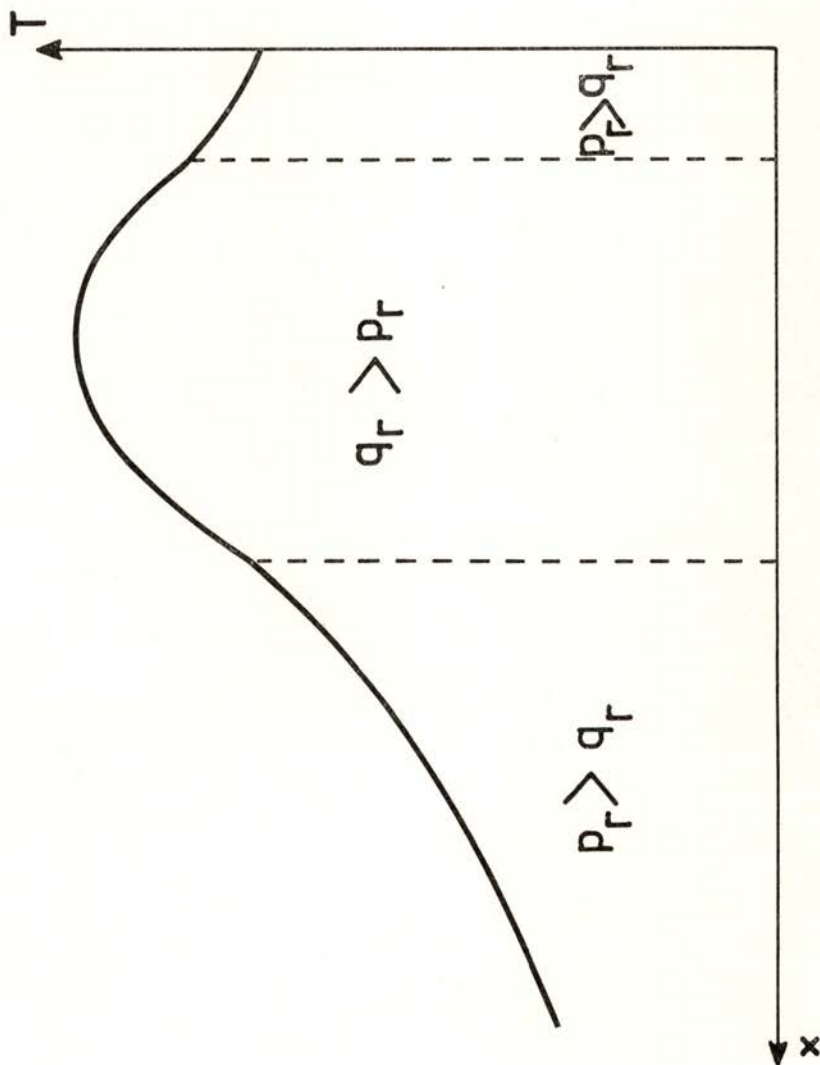


Fig. 17 — Relations entre les termes radiaux d'apport et de perte d'énergie dans la paroi cathodique

## 6 — CALCUL DES PROCESSUS INÉLASTIQUES À L'INTÉRIEUR DU CANAL CATHODIQUE

### 6.1 — *Modèle de calcul*

Nous voulons calculer les taux de production d'électrons, d'ions et de métastables à l'intérieur du canal cathodique. Or, ces taux sont variables suivant l'abscisse considérée, non seulement en raison de la variation longitudinale de la densité des particules neutres, mais aussi à cause des électrons émis par la paroi qui varient, et en énergie et en densité de courant.

Le problème est encore rendu compliqué par le fait que les collisions inélastiques électron d'émission-atome neutre n'ont pas lieu à l'abscisse du point d'émission; il faut donc tenir compte du mouvement des particules pendant le temps qui s'écoule entre l'émission d'un électron et le choc inélastique qu'il effectuera.

Finalement et comme nous l'avons déjà signalé, le même électron peut être à l'origine de plusieurs processus inélastiques successifs, éventuellement de nature différente. Par exemple, un électron de 16 eV peut ioniser un atome d'Argon, auquel cas il ne lui reste plus assez d'énergie pour d'autres processus inélastiques; mais il peut aussi exciter d'abord un atome neutre en le portant à l'état métastable, et ioniser ensuite un autre métastable. Finalement, il peut ne faire que des ionisations d'atomes métastables jusqu'à la perte de son énergie initiale.

Si l'on considère que le nombre et la nature des processus possibles augmente pour des électrons ayant des énergies initiales plus grandes, et que les sections efficaces de ces processus inélastiques varient beaucoup pour la gamme des énergies en cause, on se rend compte que le problème ne peut être résolu d'une manière simple.

Remarquons que, si l'on ne considère que les processus inélastiques d'excitation des niveaux métastables à partir de l'état fondamental, d'ionisation des atomes neutres et d'ionisation des atomes métastables, les électrons qui effectuent ces types de collisions perdront des énergies qui sont respectivement  $E_m = 11,6 \text{ eV}$ ;  $E_i = 15,7 \text{ eV}$ ;  $E_i - E_m = 4,1 \text{ eV}$ .

Nous allons considérer que ce dernier processus correspond à une unité de perte d'énergie ( $\approx 4 \text{ eV}$ ); l'excitation correspondra à environ 3 unités, l'ionisation des atomes neutres à environ 4 unités. D'autre part, nous allons répartir les électrons d'émission par «groupes d'énergie» discrets, séparés précisément par 1 unité de perte d'énergie. Pour

cela, nous considérons une division spatiale de la cathode en tranches de longueur  $\Delta x$  telle que :

$$\Delta x \cdot X_l = V_i - V_m = 4 V \quad (67)$$

$X_l$  étant le champ électrique longitudinal à l'intérieur du canal cathodique. Étant donné que le potentiel de la gaine accompagne les variations du potentiel dans la colonne (cf. parag. II.2.2.5), l'énergie initiale moyenne des électrons émis dans deux tranches successives diffère effectivement de  $4 eV$  (cf. Fig. 18).

Le potentiel de la gaine sera considéré comme constant dans chaque tranche et égal à la moyenne des valeurs que le potentiel y prend effectivement. Il y aura donc une correspondance biunivoque entre le groupe d'énergie des électrons émis et la localisation spatiale de la tranche émettrice. D'autre part les pertes d'énergie de ces électrons par collision inélastique se traduisent par la décroissance du numéro d'ordre qui désigne leur groupe d'énergie; nous présentons dans la Fig. 19 le schéma des processus possibles pour des électrons ayant une énergie initiale de  $30 eV$ .

Notre méthode de travail consiste à établir, pour chaque tranche, le bilan des électrons appartenant à chaque groupe d'énergie, compte tenu des processus de peuplement et de dépeuplement qui lui correspondent, et aussi des écharges possibles entre tranches adjacentes.

## 6.2 — Notation

1) Dans ce qui suit, chaque tranche sera désignée par sa lettre d'identification (Fig. 18); de même, l'énergie des électrons est traduite par le numéro d'ordre du groupe d'énergie respectif (par exemple  $18 V \rightarrow$  groupe 4 cf. Fig. 19).

2) Les grandeurs qui portent en indice deux chiffres, concernent des processus de collision électron-particule lourde : le premier indice indique le groupe d'énergie initiale de l'électron; le deuxième, le groupe d'énergie finale. Comme généralisation, la répétition de l'indice indique un processus élastique.

Dans cette notation, l'écart entre les deux indices définit le nature des processus inélastiques; ionisation à partir de l'état fondamental ( $16 V$  soit 4 unités d'écart); excitation (3 unités); ionisation de métastables (1 unité). Exemple :

$\sigma_{33}$  — section efficace de collision élastique électron-neutre (électrons de  $14 eV$ ).

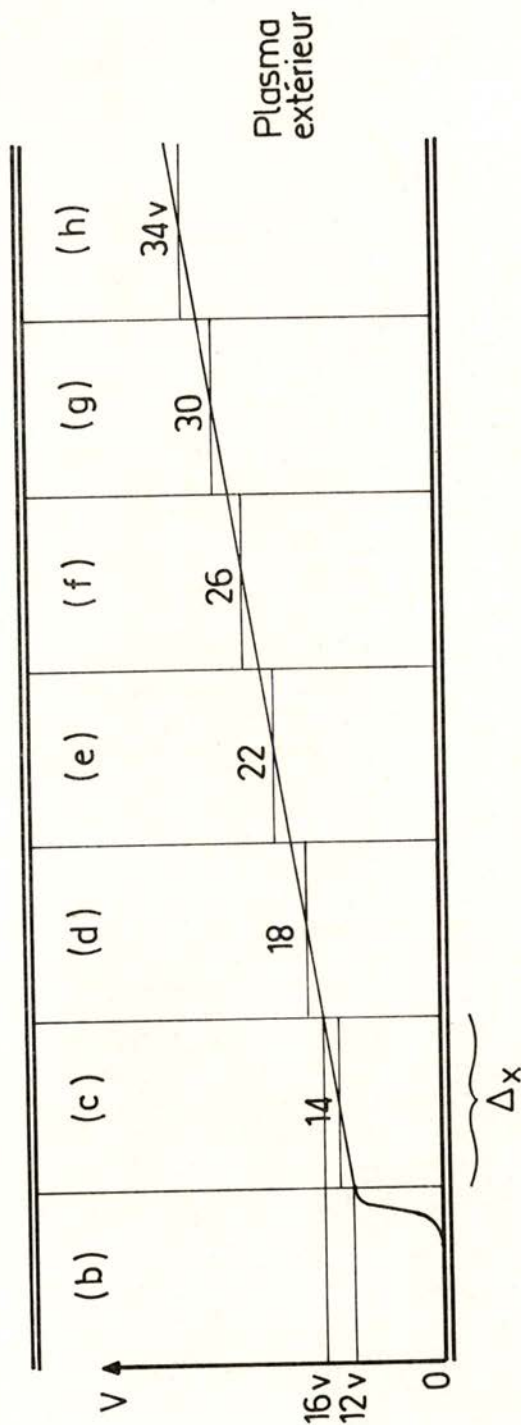


Fig. 18 — Schéma du découpage de la C. P. I. en tranches, suivant l'énergie des électrons émis

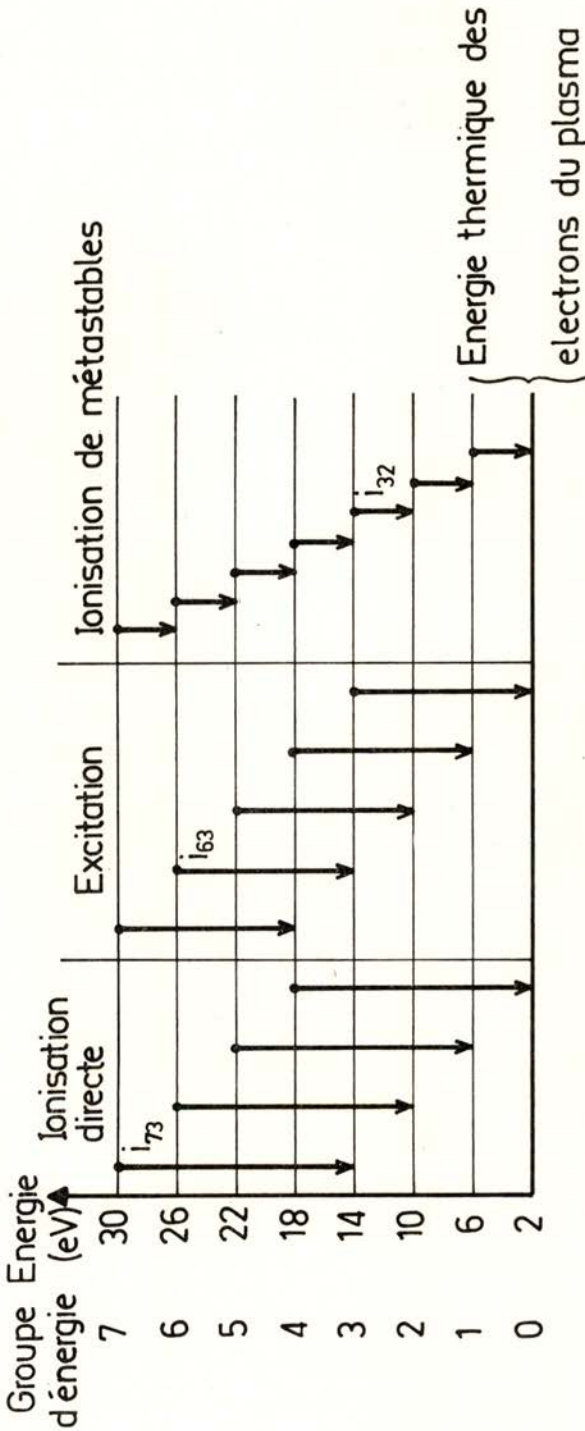


Fig. 19 — Schéma des processus possibles de perte d'énergie des électrons par collision inélastique

$\lambda_{21}^c$  — libre parcours moyen des électrons du groupe 2 vis à vis des collisions inélastiques électron-atome métastable dans la tranche  $c$  (l'électron de  $10 \text{ eV}$  aura  $6 \text{ eV}$  à la fin de la collision).

3) Le nombre d'électrons participant à un processus donné, par unité de volume et par unité de temps, est désigné par la lettre  $i$ ; en indice seront portées les énergies; en exposant les localisations spatiales.

Ainsi, nous avons les processus possibles :

a) Émission cathodique.

Une lettre en exposant indique la tranche où l'émission a eu lieu; le chiffre en indice, le groupe d'énergie des électrons émis. Étant donné que, suivant notre découpage spatial de la cathode, à chaque tranche correspond un seul groupe d'énergie des électrons d'émission, cette notation est redondante; nous l'adoptons néanmoins par souci de clarté (ex. :  $i_4^d$ ).

b) Processus de collision inélastique à l'intérieur d'une tranche.

La tranche est désignée par une lettre en exposant; les énergies initiale et finale, par deux indices comme il a déjà été dit (ex. :  $i_{21}^c$ ).

c) Processus de diffusion des électrons entraînant leur migration vers une tranche adjacente, sans qu'il y ait changement de groupe d'énergie : deux lettres seront portées en exposant, indiquant respectivement les tranches initiale et finale. Un seul indice désignera le groupe d'énergie des électrons (ex. :  $i_1^{cd}$ ).

4) Les densités des particules seront désignées par la lettre  $n$  affectée des indices  $n$ ,  $m$ ,  $e$  ou  $i$  selon qu'il s'agit de particules neutres, de métastables, d'électrons ou d'ions.

Dans le cas des électrons un indice suivant le groupe d'énergie figurera aussi.

Exemples :

$n_{e3}^f$  — densité des électrons de  $14 \text{ eV}$  dans la tranche  $f$ .

$n_{e0}^d$  — densité des électrons thermalisés dans la tranche  $d$ .



### 6.3 — Calcul général des processus inélastiques dans les tranches

#### a) Probabilité de collision inélastique

Chaque tranche est «alimentée» par des électrons d'émission appartenant au groupe d'énergies correspondant au potentiel local de la gaine. Ces électrons effectuent des collisions élastiques sur les neutres et, de temps en temps, une collision inélastique de type donné, qui fait changer de groupe d'énergie les électrons concernés par ledit processus.

D'autres collisions s'en suivent, entraînant de nouvelles pertes d'énergie; l'état stationnaire se traduit par une certaine fonction de distribution dans la tranche, chaque groupe d'énergie  $p$  étant caractérisé par une densité des électrons  $n_{ep}$ .

Il faut cependant considérer que, non seulement des électrons appartenant à des groupes d'énergie variés ont pu sortir de la tranche par diffusion ou par mobilité, mais aussi des électrons provenant des tranches adjacentes ont pu entrer entre temps dans la tranche considérée par les mêmes raisons.

Nous allons résoudre formellement ce problème en comparant le nombre de processus inélastiques effectués à l'intérieur d'une tranche par les électrons du groupe  $p$  (quelle que soit l'origine de ces derniers), au nombre d'électrons de ce groupe qui ont eu origine dans la tranche même (soit, suivant les cas, des électrons d'émission ou ceux qui sont issus d'une transition à partir d'un groupe supérieur). Le rapport de ces deux nombres sera appelé *probabilité de collision inélastique* ( $\alpha_p$ ) des électrons du groupe  $p$ .

Considérons par exemple les électrons du groupe 4 dans la tranche  $e$ . Les électrons de ce groupe proviennent aussi bien de la transition  $i_{54}^e$ , que des processus de diffusion  $i_4^{de}$  et  $i_4^{fe}$ ; cependant, suivant notre définition, le nombre de processus inélastiques (par  $\text{cm}^3$  et par s) effectués à l'intérieur de la tranche par les électrons du groupe 4 s'écrit :

$$i_{43}^e + i_{41}^e + i_{40}^e = i_{54}^e \alpha_4^e \quad (68)$$

La perte nette d'électrons, par diffusion ou par mobilité est donnée par le bilan entre les électrons sortis de la tranche sans avoir fait de collision inélastique, et ceux qui y sont entrés; soit :

$$\Delta i_4 = i_4^{ef} + i_4^{ed} - (i_4^{de} + i_4^{fe}) = i_{54}^e (1 - \alpha_4^e) \quad (69)$$

Nous n'expliciterons pas les valeurs des  $\alpha_p$  dans une première phase de nos calculs; nous établirons plus tard des critères permettant de les déterminer dans chaque cas.

b) Répartition des processus inélastiques possibles

Lorsque le groupe d'énergie des électrons permet l'existence simultanée de processus inélastiques de nature différente, ces processus se répartissent proportionnellement aux fréquences de collision correspondantes. Ainsi, pour les électrons du groupe 4 dans la tranche  $e$  (par exemple) trois types de processus inélastiques sont possibles (excitation, ionisation directe et ionisation de métastables), comme nous l'avons indiqué dans le paragraphe précédent; le nombre de processus pour chacune de ces collisions sera donné par :

$$\begin{aligned}
 i_{40}^e &= i_{54}^e \alpha_4 \frac{n_n^e \sigma_{40}}{n_n^e (\sigma_{40} + \sigma_{41}) + n_m^e \sigma_{43}} \\
 i_{41}^e &= i_{54}^e \alpha_4 \frac{n_n^e \sigma_{41}}{n_n^e (\sigma_{40} + \sigma_{41}) + n_m^e \sigma_{43}} \\
 i_{43}^e &= i_{54}^e \alpha_4 \frac{n_m^e \sigma_{43}}{n_n^e (\sigma_{40} + \sigma_{41}) + n_m^e \sigma_{43}}
 \end{aligned} \tag{70}$$

c) Calcul appliqué à la tranche  $c$ : terme d'ionisation

Nous allons considérer d'abord la tranche  $c$  à laquelle correspond une énergie initiale des électrons d'émission, à peine suffisante pour exciter les niveaux métastables de l'Argon. Nous prouverons par la suite que les processus inélastiques débutent dans cette tranche, celles qui la précèdent ayant des potentiels de gaine insuffisants.

Nous allons détailler le calcul pour cette tranche, dans la mesure où ceci permettra d'illustrer notre méthode.

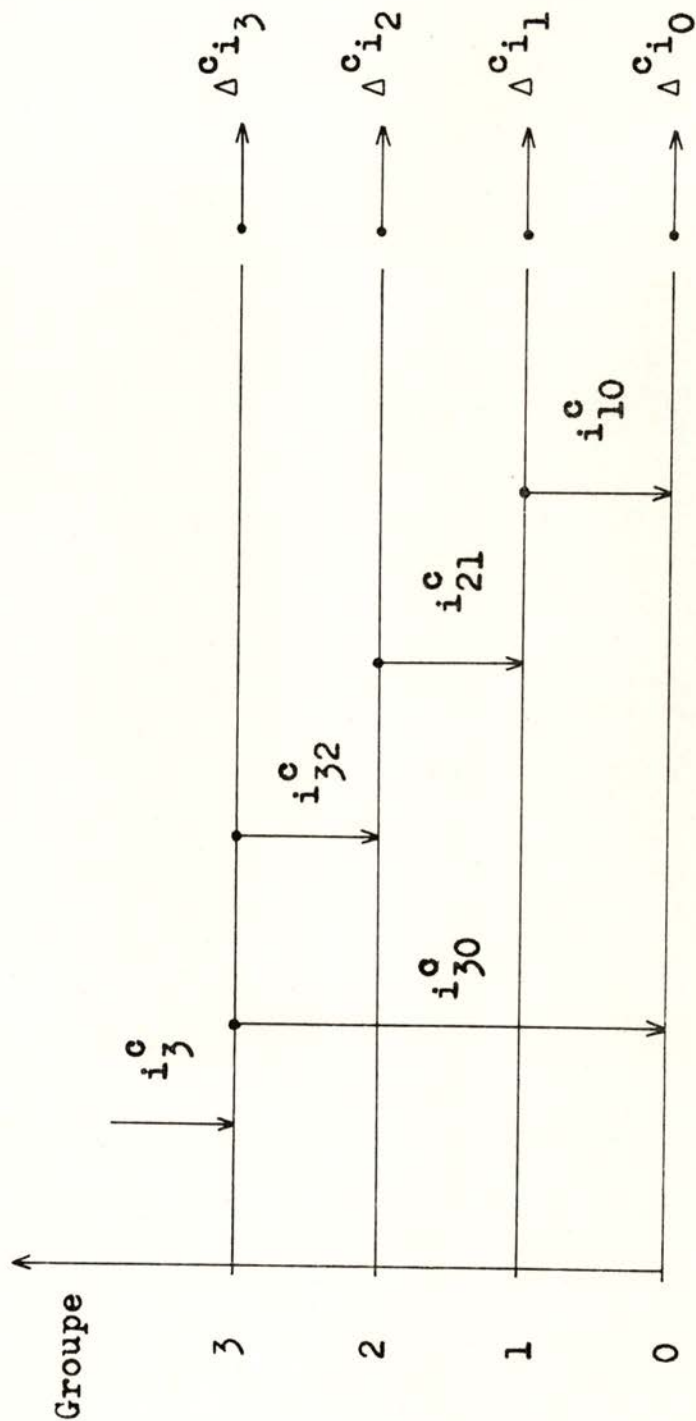


Fig. 20 — Transitions possibles dans la tranche  $c$

Électrons du groupe 3

$$i_3^c = i_{30}^c + i_{32}^c + \Delta^c i_3$$

$$i_{30}^c = i_3^c \alpha_3^c \frac{n_n^c \sigma_{30}}{n_n^c \sigma_{30} + n_m^c \sigma_{32}}$$

$$= i_3^c \alpha_3^c \frac{\sigma_{30} / \sigma_{32}}{\frac{\sigma_{30}}{\sigma_{32}} + m^c} \quad \text{avec} \quad m^c = \frac{n_m^c}{n_n^c} \quad (71)$$

$$i_{32}^c = i_3^c \alpha_3^c \frac{m^c}{\frac{\sigma_{30}}{\sigma_{32}} + m^c} \quad (72)$$

$$\Delta^c i_3 = i_3^c (1 - \sigma_3^c)$$

Électrons du groupe 2

$$i_{32}^c = i_{21}^c + \Delta^c i_2$$

$$i_{21}^c = i_{32}^c \alpha_2^c \quad (73)$$

$$\Delta^c i_2 = (1 - \alpha_2^c) i_{32}^c$$

Électrons du groupe 1

$$i_{21}^c = i_{10}^c + \Delta^c i_1$$

$$i_{10}^c = i_{21}^c \alpha_1^c \quad (74)$$

$$\Delta^c i_1 = (1 - \alpha_1) i_{21}^c$$

Électrons du groupe 0

$$i_{30}^c + i_{10}^c + \mathcal{I}^c = \Delta^c i_0 \quad (75)$$

$\mathcal{I}^c$  étant le terme d'ionisation (nombre de paires électron froid-ion créés par unité de volume et par unité de temps dans la tranche); on a :

$$\mathcal{I}^c = i_{32}^c + i_{21}^c + i_{10}^c \quad (76)$$

soit, d'après (72), (73) et (74) :

$$\mathcal{I}^c = i_3^c \alpha_3^c \frac{m^c}{\frac{\sigma_{30}}{\sigma_{32}} + m^c} [1 + \alpha_2^c (1 + \alpha_1^c)] \quad (77)$$

Dans cette équation la valeur de  $\mathcal{I}^c$  apparaît comme une fonction de  $m^c$  («degré d'excitation de métastables») du plasma dans la tranche  $c$ ).

#### d) Équation de conservation des métastables

La création des métastables est due aux collisions d'excitation; leur disparition se fait : par ionisation, par diffusion longitudinale et par désexcitation sur la paroi cathodique. Ce dernier terme, que nous désignons par  $i_p$  (paroi) s'écrit, dans l'hypothèse où tous les métastables arrivés sur la paroi se désexcitent ;

$$i_p^c = \frac{n_m^c w_m}{2 R} (cm^{-3} s^{-1}) \quad (78)$$

$w_m$  étant leur vitesse d'agitation thermique.

Nous allons négliger les pertes des métastables dues à la diffusion longitudinale, devant l'ensemble des pertes par collision inélastique et par désexcitation sur la paroi. Cette hypothèse est assez raisonnable; comparons déjà les pertes par diffusion longitudinale à celles dues à l'absorption par la paroi. Leur rapport  $\theta$  vaut :

$$\theta = \frac{D_m \nabla_x^2 n_m}{\frac{n_m w_m}{2 R}} \quad (79)$$

En explicitant  $D_m$  (coefficient de diffusion des métastables) et en posant  $\frac{\nabla_x^2 n_m}{n_m} = \frac{1}{L^2}$ , ou aura :

$$\theta = \frac{l^2}{L^2} \quad (80)$$

avec

$$l^2 = \frac{2 R k T_m}{M n_n \sigma^{mn} \omega_m^2} \quad (81)$$

$\sigma^{mn}$  étant la section efficace de collision élastique des métastables sur les atomes neutres non-excités.

Pour  $T_m = 0,25 \text{ eV}$ ;  $n_n = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ;  $\sigma^{mn} = 35 \times 10^{-16} \text{ cm}^2$  [20] et  $R = 0,4 \text{ cm}$ , on obtient :

$$l = 0,18 \text{ cm}$$

Si l'on considère  $L$  du même ordre de grandeur que la longueur de la C. P. I. (quelques centimètres),  $\theta \ll 1$  et notre hypothèse est raisonnable.

Nous avons aussi négligé la destruction des métastables par collision de deuxième espèce sur les atomes neutres non-excités. En effet la section efficace correspondante est très faible ( $\sigma_{2e}^{mn} = 2 \times 10^{-20} \text{ cm}^2$  [31]); ce processus est beaucoup moins probable que la destruction des métastables par ionisation (dont la section efficace vaut, au moins,  $10^{-16} \text{ cm}^2$ ), car on a dans tous les cas :

$$\frac{n_{e3} \sigma_{32}}{n_n \sigma_{2e}^{mn}} \gg 1$$

L'équation de conservation des métastables s'écrit, dans ces conditions :

$$i_{30}^c = i_{32}^c + i_{21}^c + i_{10}^c + i_P^c \quad (82)$$

Après quelques lignes de calcul on obtient :

$$m^c - r^c \left\{ 1 - \frac{m^c}{\frac{\sigma_{30}}{\sigma_{32}} + m^c} [2 + \alpha_2^c (1 + \alpha_1^c)] \right\} = 0 \quad (83)$$

$r^c$  désignant le paramètre :

$$r^c = \frac{2R}{w_m} \cdot \frac{i_3^c \alpha_3^c}{n_n^c} \quad (84)$$

Ce paramètre (introduit surtout pour des raisons de commodité de calcul) dépend des conditions expérimentales : débit du gaz, rayon du canal cathodique et courant de la décharge. Le débit et le rayon déterminent la valeur locale de la densité  $n_n$  ; le courant de la décharge est lié à la valeur locale de la température de la paroi et donc, à la densité du courant thermoionique d'émission. Les valeurs de  $\alpha$  dépendent non seulement des sections efficaces des collisions inélastiques possibles, mais aussi des échanges d'électrons entre tranches voisines.

Les équations (77) et (83) permettent d'obtenir, en fonction de  $r^c$ , les valeurs de  $\mathcal{S}^c$  et de  $m^c$ , une fois connues les valeurs de  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  et  $\alpha_3$ .

### e) Expressions générales

Pour la tranche  $d$  on obtient par la même méthode :

$$\mathcal{S}^d = i_4^d \alpha_4^d \left\{ 1 - (1 - \alpha_1^d) \frac{\sigma_{41}/\sigma_{43}}{\frac{\sigma_{40} + \sigma_{41}}{\sigma_{43}} + m^d} + \frac{(m^d)^2}{\left(\frac{\sigma_{30}}{\sigma_{32}} + m^d\right) \left(\frac{\sigma_{40} + \sigma_{41}}{\sigma_{43}} + m^d\right)} \alpha_3^d [1 + \alpha_2^d (1 + \alpha_1^d)] \right\} \quad (85)$$

$$m^d - r^d \left\{ (1 - \alpha_1^d) \frac{\sigma_{41}/\sigma_{43}}{\frac{\sigma_{40} + \sigma_{41}}{\sigma_{43}} + m^d} - \frac{m^d}{\frac{\sigma_{40} + \sigma_{41}}{\sigma_{43}} + m^d} \left\{ 1 - \alpha_3^d \left[ 1 - \frac{\sigma_{30}}{\sigma_{32}} + m^d [2 + \alpha_2^d (1 + \alpha_1^d)] \right] \right\} \right\} = 0 \quad (86)$$

Avec 
$$m^d = \frac{n_m^d}{n_n^d} \quad \text{et} \quad r^d = \frac{2R}{w_m} \frac{i_4^d \alpha_4^d}{n_n^d}$$

Nous avons aussi établi les équations correspondantes pour les tranches e, f, g, h et i; il est exclu de les présenter ici en raison de leur taille, qui devient monstrueuse. Pour cette raison nous avons préféré établir des relations de récurrence permettant d'obtenir ces équations pour la tranche d'ordre immédiatement supérieur à la tranche  $k$  (et que nous désignons, faute de mieux, par l'exposant  $k + 1$ ), à partir des équations correspondant aux tranches précédentes.

En combinant les équations d'ionisation et de conservation des métastables, de façon à faire intervenir dans la première le terme

$\frac{m^k}{2\gamma^k}$ , on peut écrire ces équations sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{I}^k = \frac{1}{2} i_s^k \alpha_s^k \left( j^k - \frac{m^k}{\gamma^k} \right) \\ \frac{m^k}{\gamma^k} = g^k \end{array} \right. \quad (87)$$

$$\left. \right\} \quad (88)$$

( $s$  étant le groupe d'énergie des électrons d'émission dans la tranche  $k$ ).

On peut obtenir  $\mathcal{I}^{k+1}$  et  $\frac{m^{k+1}}{\gamma^{k+1}}$  sous la forme (87) et (88) en posant :

$$j^{k+1} = 2 + \frac{1}{\frac{\sigma_{(s+1)(s-3)} + \sigma_{(s+1)(s-2)}}{\sigma_{(s+1)(s)}} + m^{k+1}} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sigma_{(s+1)(s-3)}}{\sigma_{(s+1)(s)}} [\alpha_{s-3}^{k+1} A^{k+1} (j^{k-3})] \\ + \frac{\sigma_{(s+1)(s-2)}}{\sigma_{(s+1)(s)}} [-1 + \alpha_{s-2}^{k+1} A^{k+1} (j^{k-2})] \\ + m^{k+1} [-1 + \alpha_s^{k+1} A^{k+1} (j^k)] \end{array} \right\} \quad (89)$$

$$g^{k+1} = \frac{1}{\frac{\sigma_{(s+1)(s-3)} + \sigma_{(s+1)(s-2)}}{\sigma_{(s+1)(s)}} + m^{k+1}} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sigma_{(s+1)(s-3)}}{\sigma_{(s+1)(s)}} [\alpha_{s-3}^{k+1} A^{k+1} (g^{k-3})] \\ + \frac{\sigma_{(s+1)(s-2)}}{\sigma_{(s+1)(s)}} [1 + \alpha_{s-2}^{k+1} A^{k+1} (g^{k-2})] \\ + m^{k+1} [-1 + \alpha_s^{k+1} A^{k+1} (g^k)] \end{array} \right\} \quad (90)$$



avec

$$\alpha_o^{k+1} = 0 \quad (91)$$

$$f^a = 1 \quad (92)$$

$$f^b = 1 + \alpha_1^b \quad (93)$$

$$g^a = -1 \quad (94)$$

$$g^b = (1 + \alpha_1^b) \quad (95)$$

$A^{k+1}(f^l)$  désigne l'application à la tranche  $k+1$ , de la forme que la grandeur  $f$  prend dans la tranche  $l$ ; on effectue cette application en remplaçant l'indice de localisation  $l$ , partout où il figure dans l'expression de  $f^l$ , par l'indice de localisation  $k+1$ .  $A^{k+1}(g^l)$  désigne de la même manière l'application de  $g^l$  à la tranche  $k+1$ .

On aura, par exemple : (cf. éq. (92) et (95))

$$A^d(f^a) = 1$$

$$A^d(g^b) = -(1 + \alpha_1^d)$$

On obtient ainsi les expressions du terme d'ionisation pour les tranches  $c$ ,  $d$  et  $e$ :

$$\mathcal{I}^c = \frac{1}{2} i_3^c \alpha_3^c \left\{ 2 + \frac{1}{\frac{\sigma_{30}}{\sigma_{32}} + m_c} \left[ \frac{\sigma_{30}}{\sigma_{32}} (-1) + m^c (-1 + \alpha_2^c (1 + \alpha_1^c)) \right] - \frac{m^c}{r^c} \right\} \quad (96)$$

$$\mathcal{I}^d = \frac{1}{2} i_4^d \alpha_4^d \left\{ 2 + \frac{1}{\frac{\sigma_{40} + \sigma_{41}}{\sigma_{43}} + m^d} \left\{ \frac{\sigma_{40}}{\sigma_{43}} (0) + \frac{\sigma_{41}}{\sigma_{43}} (-1 + \alpha_1^d) \right. \right. \quad (97)$$

$$\left. \left. + m^d [-1 + \alpha_2^d (1 + \alpha_1^d)] \right\} - \frac{m^d}{r^d} \right\}$$

$$\mathcal{J}^e = \frac{1}{2} i_5^e \alpha_5^e \left\{ 2 + \frac{1}{\frac{\sigma_{51} + \sigma_{52}}{\sigma_{54}} + m^e} \left\{ \frac{\sigma_{51}}{\sigma_{54}} (\alpha_1^e) + \frac{\alpha_{52}}{\sigma_{54}} [-1 + \alpha_2^e (1 + \sigma_1^e)] \right. \right. \right. \quad (98)$$

$$\left. \left. \left. + m^e [-1 + \alpha_4^e A^e(f^d)] \right\} - \frac{m^e}{r^e} \right\}$$

De même, on aura les équations de conservation des méta-tables :

$$\frac{m^c}{r^c} = \frac{1}{\frac{\sigma_{30}}{\sigma_{32}} + m^c} \left\{ \frac{\sigma_{30}}{\sigma_{32}} \cdot (1) + m^c [-1 - \alpha_2^c (1 + \alpha_1^c)] \right\} = g^c \quad (99)$$

$$\frac{m^d}{r^d} = \frac{1}{\frac{\sigma_{40} + \sigma_{41}}{\sigma_{43}} + m^d} \left\{ \frac{\sigma_{40}}{\sigma_{43}} (0) + \frac{\sigma_{41}}{\sigma_{43}} (1 - \alpha_1^d) + m^d [1 + \alpha_3^d A^d(g^c)] \right\} = g^d \quad (100)$$

$$\frac{m^e}{r^e} = \frac{1}{\frac{\sigma_{51} + \sigma_{52}}{\sigma_{54}} + m^e} \left\{ \frac{\sigma_{51}}{\sigma_{54}} \cdot (-\alpha_1^e) + \frac{\sigma_{52}}{\sigma_{54}} [1 - \alpha_2^e (1 + \alpha_1^e)] + m^e [-1 + \alpha_4^e A^e(g^d)] \right\} \quad (101)$$

etc. . .

f) *Calcul des probabilités de collision inélastique  $\alpha_k$*

Ce calcul présente des aspects différents selon que les électrons du groupe considéré sont entraînés par mobilité ou par diffusion. Or nous avons vu (cf. parag. II-2.2.4) que pour les électrons les plus lents la mobilité était le processus dominant; pour les groupes d'énergies élevées la diffusion est le processus qui l'emporte car les gradients de densité des électrons peuvent atteindre des valeurs considérables pour ces énergies.

*Électrons des groupes 1 et 2*

Le temps  $t_\mu$  qu'un électron met à parcourir l'épaisseur  $\Delta x$  d'une tranche, entraîné par le champ électrique longitudinal  $X$ , vaut :

$$t_\mu = \frac{\Delta x}{\mu_e X} = \frac{\Delta x n_n}{(\mu_e n_n) X} \quad (102)$$

où nous avons mis en évidence le fait que la mobilité électronique est inversement proportionnelle à la densité des neutres.

Le seul processus inélastique possible pour les électrons des groupes 1 et 2 est l'ionisation des métastables, dont les sections efficaces sont, respectivement :

$$\sigma_{10} = 2,7 \times 10^{-16} \text{ cm}^2$$

$$\sigma_{21} = 7,0 \times 10^{-16} \text{ cm}^2$$

Ce type de collisions ayant une fréquence proportionnelle à la densité  $n_m$  des métastables (qui ne dépasse pas, comme nous le verrons,  $10^{14} \text{ cm}^{-3}$ ), la durée de vie de ces électrons est assez longue (de l'ordre de  $1\mu\text{s}$ ). En fait, cette durée est supérieure au temps  $t_\mu$  pris pour les électrons pour s'échapper des tranches d'où ils sont originaires (cf. Appendice IV).

Dans ces conditions il est clair que les probabilités  $\alpha_2$  et  $\alpha_1$  correspondant à ces collisions doivent être voisines de zéro pour toutes les tranches considérées.

*Cas intermédiaires*

Examinons maintenant ce qui se passerait pour les électrons des groupes d'énergies immédiatement supérieures, s'ils étaient aussi contrôlés par mobilité (donc, dans tous les cas où les gradients de densité des électrons des groupes d'énergie correspondants sont faibles). Pour le groupe 3 :

$$t_3 = t_{30} = \frac{1}{n_n \sigma_{30} w_{e3}} \quad (103)$$

Pour

$$\sigma_{30} = 0,5 \times 10^{-16} \text{ cm}^2 \text{ et } w_{e3} = 2,3 \times 10^8 \text{ cm s}^{-1} \text{ on a :}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n_n = 10^{15} \text{ cm}^{-3} \\ t_3 = 87 \text{ ns} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n_n = 10^{16} \text{ cm}^{-3} \\ t_3 = 8,7 \text{ ns} \end{array} \right.$$

Ce cas est donc différent des cas précédents (groupes 1 et 2) : le fait que des collisions inélastiques sur les neutres sont maintenant possibles, rend les durées de vie beaucoup plus courtes. Remarquons cependant que si la tranche que l'on considère est proche de l'extrémité de la cathode (où la densité des neutres est plus basse) la durée de vie des électrons de ce groupe est encore supérieure au temps de déplacement par mobilité. En revanche si la pression des neutres est plus forte, la durée de vie diminue alors que le temps de déplacement par mobilité croît; la durée de vie des électrons du groupe 3 devient très inférieure au temps de déplacement et la probabilité de collision inélastique à l'intérieur de la tranche approche l'unité. Il s'agit donc d'un cas intermédiaire difficile à analyser.

En revanche pour les groupes d'énergies suivants la situation est claire, car les électrons ont le temps d'effectuer une collision inélastique avant d'être entraînés en dehors de la tranche (cf. Appendice IV).

Donc, dans tous les cas où les électrons des groupes de nombre d'ordre supérieur à 3 sont contrôlés par mobilité, la probabilité de collision inélastique  $\alpha$  est voisine de 1.

Nous supposons que pour ces groupes, et à la seule exception du groupe d'ordre le plus élevé dans chaque tranche, (électrons d'émission) les gradients de densité électronique entre tranches voisines sont suffisamment faibles pour que la diffusion ne soit pas dominante; nous prendrons donc, dans tous ces cas,  $\alpha = 1$ .

#### *Électrons du groupe d'énergies supérieur dans chaque tranche*

Pour ces électrons (provenant directement de l'émission cathodique) les gradients de densité sont importants entre tranches voisines. En effet, le potentiel de la gaine étant croissant vers la sortie de la cathode, le groupe d'énergie supérieur d'une tranche n'est pas

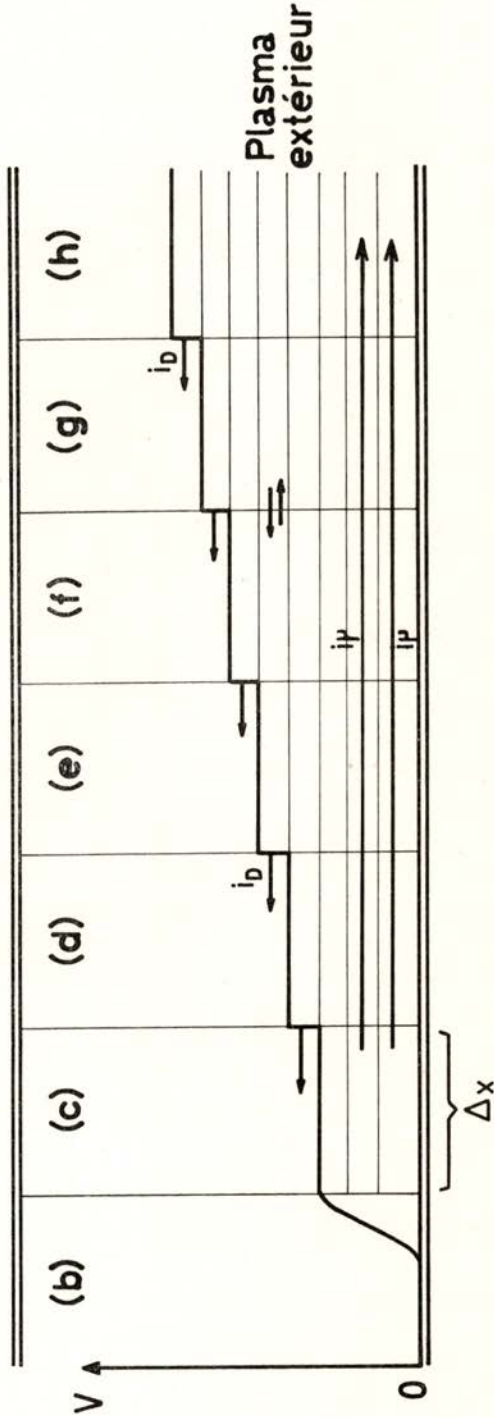


Fig. 21 — Schéma des mouvements macroscopiques des électrons dans la C. P. I.

$i_D$  : courant de diffusion

$i_u$  : courant de mobilité

représenté dans la tranche qui la précède, car le potentiel de la gaine y est moindre. Le courant électronique se dirige donc, pour ces électrons, dans le sens opposé à la force du champ électrique longitudinal (cf. Fig. 21).

Nous allons calculer la probabilité pour que des électrons émis dans une tranche avec une énergie initiale donnée, effectuent des collisions inélastiques *avant* de diffuser vers l'extérieur de cette tranche.

Ces électrons vont effectuer des collisions élastiques avec les neutres et feront éventuellement des collisions inélastiques. Soit  $N$  le nombre de collisions élastiques nécessaires en moyenne pour effectuer une collision inélastique du type quelconque. Il s'agit donc de calculer le pourcentage des électrons émis qui ont pu sortir de la tranche au bout de ces  $N$  collisions — c'est à dire, les électrons qui n'ont pas intervenu dans des processus inélastiques.

Il est bien évident qu'il ne suffit pas de calculer le déplacement *moyen* au bout de ces  $N$  collisions; même si cette longueur est inférieure à l'épaisseur  $\Delta x$  de la tranche, il y aura des électrons qui sont déjà sortis à l'extérieur de la tranche. Il est donc nécessaire de déterminer la fonction de distribution des positions occupées par les électrons émis, au cours de leur processus de diffusion thermique.

Il paraît raisonnable de réduire ce problème à l'étude d'un processus de «marche au hasard» unidimensionnelle, étant donné, d'une part, que nous sommes intéressés au déplacement longitudinal des électrons et d'autre part, que la paroi cathodique est parfaitement réfléchissante pour ces particules.

Nous prouvons dans l'Appendice V que, dans le cas qui nous concerne (émission uniformément répartie sur toute la longueur  $\Delta x$  d'une tranche, supposée centrée au point  $x=0$ ), la fonction de distribution spatiale des électrons au bout de  $N$  collisions de libre parcours moyen  $\lambda$  s'écrit :

$$F(x, N) = C \left\{ G\left(B \frac{\Delta x}{2} - Bx\right) + G\left(B \frac{\Delta x}{2} + Bx\right) \right\} \quad (104)$$

où :

$C$  est une constante de normalisation

$G(X)$  est la fonction :

$$G(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^X e^{-y^2/2} dy \quad (105)$$

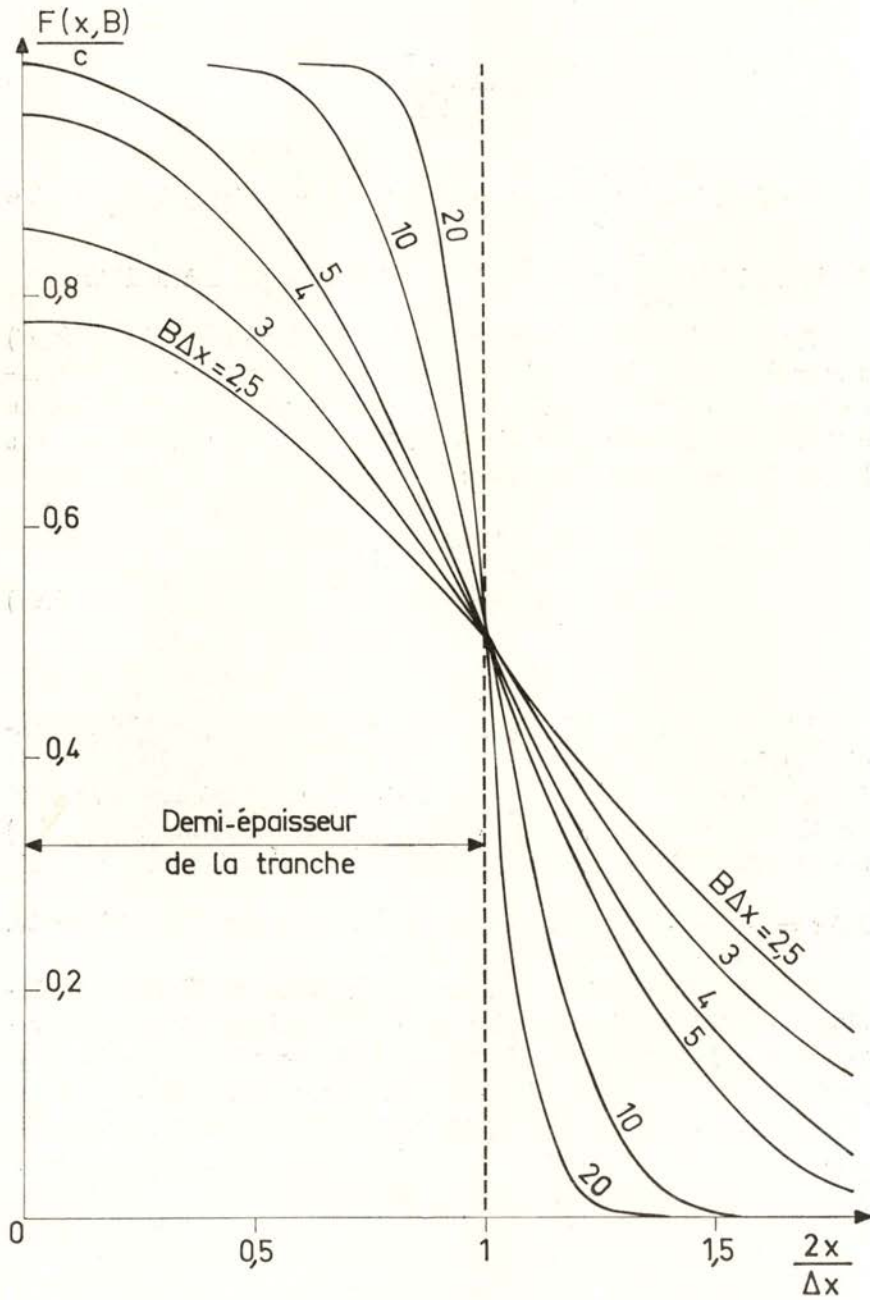


Fig. 22 — Fonction de distribution spatiale des électrons émis au bout de  $N$  collisions

$B$  étant donné par :

$$B = \frac{1}{\sqrt{N \lambda}} \quad (106)$$

La fonction  $\frac{F(x, B)}{C}$  est représentée dans la Figure 22 en fonction de la variable  $\frac{2x}{\Delta x}$ , pour plusieurs valeurs du paramètre  $B \Delta x$ .

La connaissance de la fonction de distribution spatiale  $F(x, N)$  sera maintenant utile à résoudre le problème suivant : quel est le pourcentage  $\alpha$  des électrons émis dans la tranche, qui reste à l'intérieur de cette tranche au bout de  $N$  collisions ? Ce «facteur de permanence dans la tranche»  $\alpha$  vaut évidemment :

$$\alpha = \frac{\int_{-\Delta x/2}^{+\Delta x/2} F(x, N) dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} F(x, N) dx} \quad (107)$$

Étant donné que  $F(x, N)$  peut être normalisé à l'unité (cf. Appendice V), le calcul de  $\alpha$  nous impose simplement la connaissance de la fonction  $F$  dans l'intervalle  $[-\Delta x/2, +\Delta x/2]$ . L'intégration de cette fonction (dont les détails sont donnés dans la même Appendice) permet d'obtenir les valeurs du facteur  $\alpha$  en fonction de la variable

$$B \Delta x = \frac{\Delta x}{\sqrt{N \lambda}}. \text{ Le résultat de ce calcul est présenté dans la Figure 23.}$$

Pour identifier le facteur  $\alpha$  que nous venons de définir à la probabilité de collision inélastique, il suffit de déterminer le «nombre caractéristique»  $N$  de collisions élastiques électron-neutre nécessaires à la production d'une collision inélastique de type quelconque.

Pour chaque type de collision inélastique, le nombre caractéristique correspondant s'obtient en faisant le rapport des fréquences de collision élastique et inélastique du type considéré. Par exemple, pour les électrons émis dans la tranche  $e$  (donc, appartenant au groupe 5) on aura :

$$N_{52} = \frac{\sigma_{55}}{\sigma_{52}} (\text{nombre caractéristique pour l'excitation}) \quad (108)$$



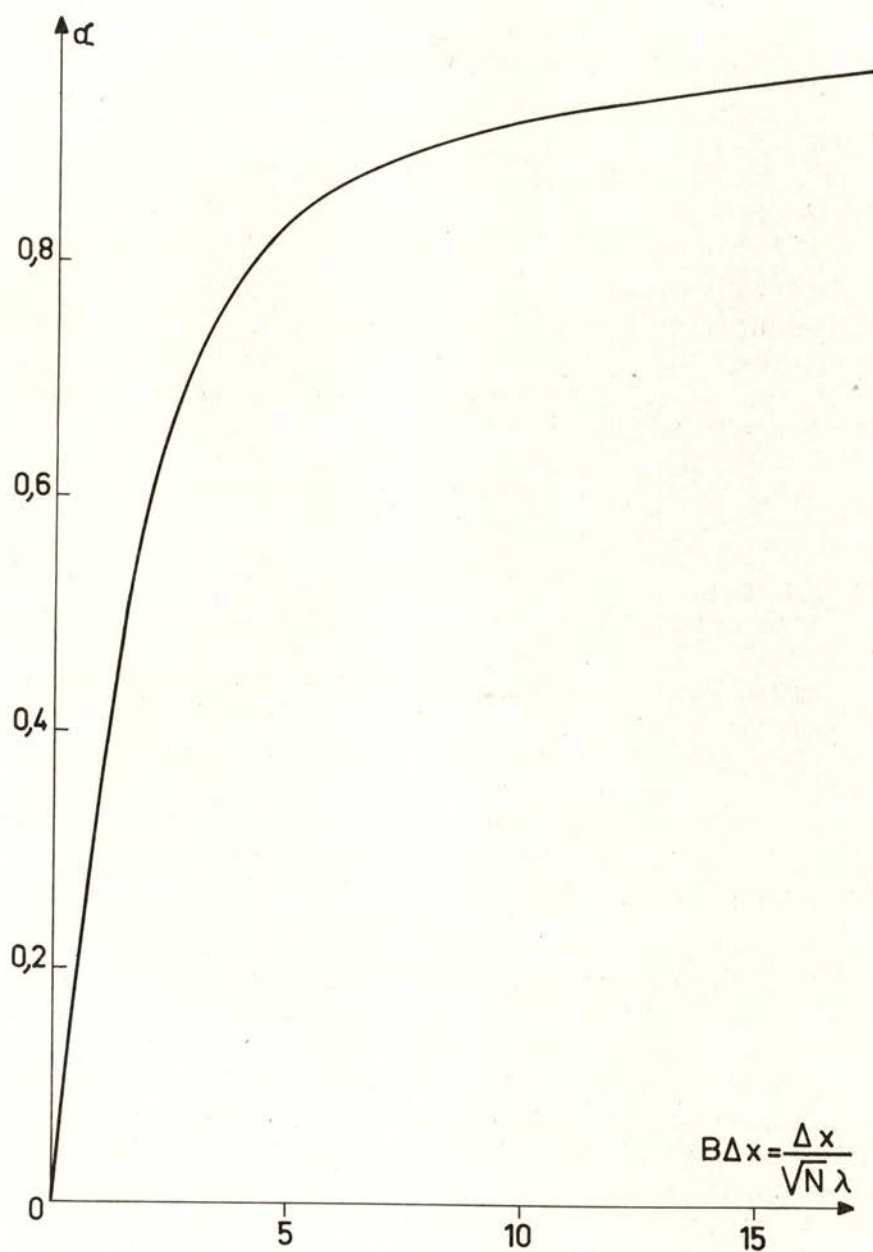


Fig. 23 — Facteur de permanence dans une tranche,  $\alpha$

$$N_{51} = \frac{\sigma_{55}}{\sigma_{51}} \text{ (nombre caractéristique pour l'ionisation directe) (109)}$$

$$N_{54} = \frac{n_n \sigma_{55}}{n_m \sigma_{54}} \text{ (nombre caractéristique pour l'ionisation des métas- tables) (110)}$$

Lorsque des collisions inélastiques de type différent peuvent avoir lieu simultanément dans la tranche, il y a lieu de définir un «nombre caractéristique généralisé» (dans le cas présent,  $N_5^e$ ). On l'obtient en remarquant que l'inverse d'un nombre caractéristique ( $1/N$ ) représente la probabilité pour qu'un électron effectue la collision inélastique considérée au cours d'un seul choc. En raison de l'indépendance des divers types de collision inélastique possibles, leurs probabilités ( $1/N$ ) s'ajoutent; on aura alors:

$$N_5^e = \frac{n_n^e \sigma_{55}}{n_n^e (\sigma_{52} + \sigma_{51}) + n_m^e \sigma_{54}} \quad (111)$$

$N_5^e$  est le nombre de collisions élastiques que doit effectuer en moyenne un électron d'émission de la tranche  $e$  pour aboutir à une collision inélastique de type quelconque.

En introduisant cette valeur de  $N$  dans l'équation (106), à laquelle on peut donner la forme:

$$B_5^e = \frac{n_n^e \sigma_{55}}{\sqrt{N_n^e}} \quad (112)$$

on obtient:

$$B_5^e = n_n^e \sqrt{\sigma_{55} \sigma_{52}} \left( 1 + \frac{\sigma_{51}}{\sigma_{52}} + \frac{n_m^e \sigma_{54}}{n_n^e \sigma_{52}} \right)^{1/2} \quad (113)$$

La valeur de  $B_5^e \Delta x$  ainsi calculée sera introduite dans la courbe de la Figure 23 et nous obtiendrons alors le pourcentage  $\alpha_5^e$  d'électrons qui perdent, de différentes façons, leur énergie à l'intérieur de la tranche.

En faisant varier  $n_n \Delta x$  entre  $5 \times 10^{14}$  et  $1,5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-2}$  (ce qui correspond aux valeurs extrêmes  $10^{15} \leq n_n \leq 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  et  $0,5 \leq \Delta x \leq 1,5 \text{ cm}$ ) et en substituant les sections efficaces par leurs valeurs on obtient les  $\alpha^k$  pour les tranches d'ordre  $c$  jusqu'à  $k$ . Les résultats

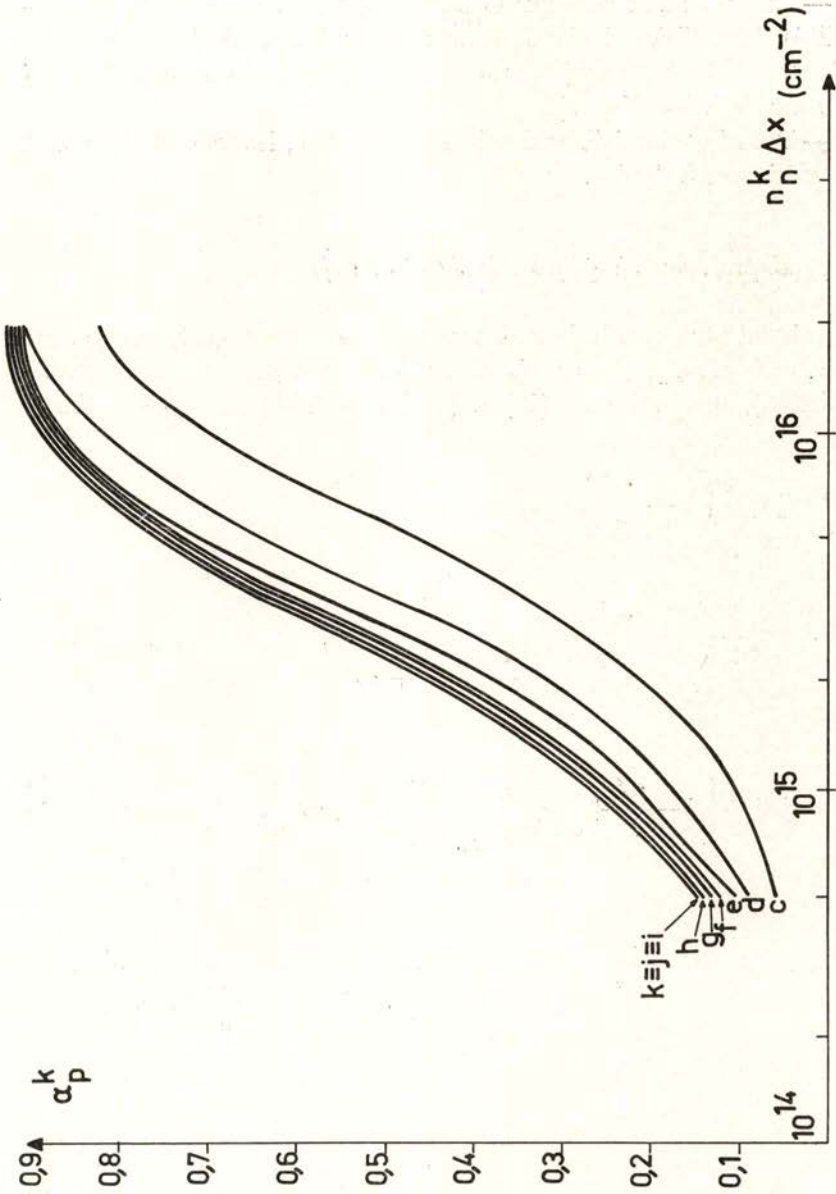


Fig. 24 — Probabilité de collision inélastique à l'intérieur de chaque tranche, pour les électrons d'émission

obtenus sont représentés dans la Figure 24. On en tire les conclusions suivantes :

— Au fur et à mesure que l'ordre de la tranche augmente, les probabilités de collision inélastique  $\alpha$  tendent à devenir indépendantes de l'ordre de la tranche (les valeurs correspondant aux tranches  $i$ ,  $j$  et  $k$  sont déjà identiques).

— Pour les plus faibles densités des neutres, les valeurs de  $\alpha$  sont très inférieures à l'unité.

g) *Expressions simplifiées de  $\mathcal{I}$  et de  $m|r$*

Suivant les conclusions du paragraphe précédent, en posant  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$  et  $\alpha_{3\dots s-1} = 1$ , ( $s$  étant l'ordre du groupe des électrons d'émission), les équations (96) à (101) se simplifient et on obtient :

$$\mathcal{I}^c = i_3^c \alpha_3^c \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{m^c}{r^c} \right)$$

$$\mathcal{I}^d = i_4^d \alpha_4^d \frac{1}{2} \left( 2 - \frac{m^d}{r^d} - \frac{\frac{\sigma_{41}}{\sigma_{43}}}{\frac{\sigma_{40} + \sigma_{41}}{\sigma_{43}} + m^d} \right)$$

$$\mathcal{I}^e = i_5^e \alpha_5^e \frac{1}{2} \left\{ 2 - \frac{m^e}{r^e} + \frac{1}{\frac{\sigma_{51} + \sigma_{52}}{\sigma_{54}} + m^e} \left[ -\frac{\sigma_{52}}{\sigma_{54}} + m^e \left( 1 - \frac{\frac{\sigma_{41}}{\sigma_{43}}}{\frac{\sigma_{40} + \sigma_{41}}{\sigma_{43}} + m^e} \right) \right] \right\}$$

$$\mathcal{I}^f = i_6^f \alpha_6^f \frac{1}{2} \left\{ 2 - \frac{m^f}{r^f} + \frac{1}{\frac{\sigma_{62} + \sigma_{63}}{\sigma_{65}} + m^f} \left\{ 1 - \frac{1}{\frac{\sigma_{51} + \sigma_{52}}{\sigma_{54}} + m^f} \cdot \left[ -\frac{\sigma_{52}}{\sigma_{54}} + m^f \left( 1 - \frac{\frac{\sigma_{41}}{\sigma_{43}}}{\frac{\sigma_{40} + \sigma_{46}}{\sigma_{43}} + m^f} \right) \right] \right\} \right\}$$

.....

(114)

$$\frac{m^c}{r^c} = \frac{1}{\frac{\sigma_{30}}{\sigma_{32}} + m^c} \left\{ \frac{\sigma_{30}}{\sigma_{32}} - m^c \right\}$$

$$\frac{m^d}{r^d} = \frac{1}{\frac{\sigma_{40} + \sigma_{41}}{\sigma_{43}} + m^d} \left\{ \frac{\sigma_{41}}{\sigma_{43}} - \frac{2(m^d)^2}{\frac{\sigma_{30}}{\sigma_{32}} + m^d} \right\}$$

$$\frac{m^e}{r^e} = \frac{1}{\frac{\sigma_{51} + \sigma_{52}}{\sigma_{54}} + m^e} \left\{ \frac{\sigma_{52}}{\sigma_{54}} + m^e \left[ -1 + \frac{1}{\frac{\sigma_{40} + \sigma_{41}}{\sigma_{43}} + m^e} \left( \frac{\sigma_{41}}{\sigma_{43}} - \frac{2(m^e)^2}{\frac{\sigma_{30}}{\sigma_{32}} + m^e} \right) \right] \right\}$$

$$\begin{aligned} \frac{m^f}{r^f} &= \frac{1}{\frac{\sigma_{62} + \sigma_{63}}{\sigma_{65}} + m^f} \left\{ \frac{\sigma_{63}}{\sigma_{65}} \left( 1 - \frac{m^f}{\frac{\sigma_{30}}{\sigma_{32}} + m^f} \right) + \right. \\ &\left. + m^f \left[ -1 + \frac{1}{\frac{\sigma_{51} + \sigma_{52}}{\sigma_{54}} + m^f} \left\{ \frac{\sigma_{52}}{\sigma_{54}} + m^f \left[ -1 + \dots \right] \right\} \right] \right\} \end{aligned}$$

### h) Calcul numérique

En introduisant dans les expressions (114) les valeurs des sections efficaces d'excitation [32], d'ionisation directe [33] et d'ionisation des métastables [33] (cf. Appendice VI), nous avons calculé les grandeurs

$\frac{\mathcal{J}^k}{r_s^k \alpha_s^k} = f_1(r^k)$  et  $m^k = f_2(r^k)$  pour toutes les tranches, de  $c$  à  $k$ ; le paramètre  $r^k$  a été varié entre  $10^{-5}$  et 1 (\*). Les courbes correspondant à ces calculs sont représentées dans les Figures 25 e 26.

(\*) Rappelons que  $r^k = \frac{2R}{w_m} \frac{i_s^k \alpha_s^k}{n_k^k}$  et que  $i_s^k = \frac{2j^k}{qR}$

$j^k$  étant la densité du courant d'émission cathodique. Si l'on suppose que celle-ci varie entre  $6 \times 10^{-3} A/cm^2$  et  $20 A/cm^2$  (valeurs qui correspondent à une émission thermoionique à des températures de  $2.000^\circ K$  et  $2.900^\circ K$ , respectivement) et que  $10^{15} \leq n_k^k \leq 10^{16} cm^{-3}$ , on retrouve  $10^{-5} < r^k < 1$ .

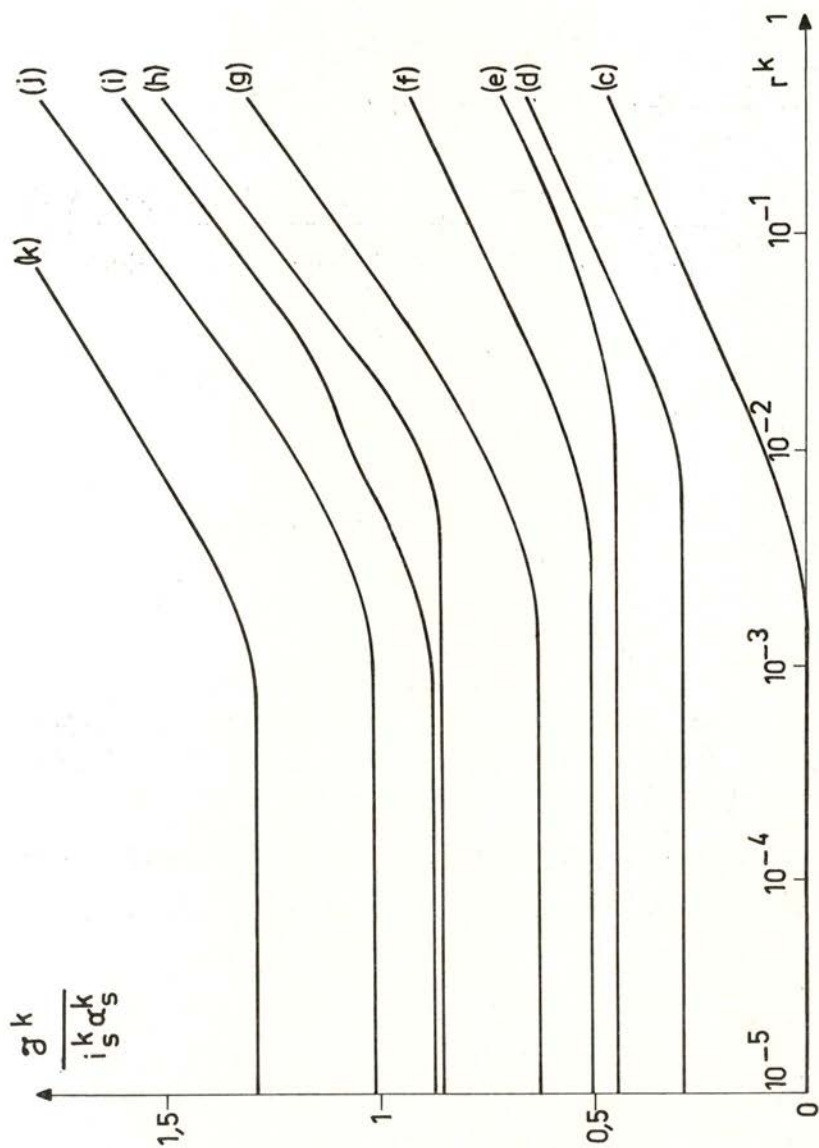


Fig. 25 —  $\frac{j^k}{i_s^k \alpha_s^k}$  en fonction de  $r^k$  pour les tranches  $c$  à  $k$

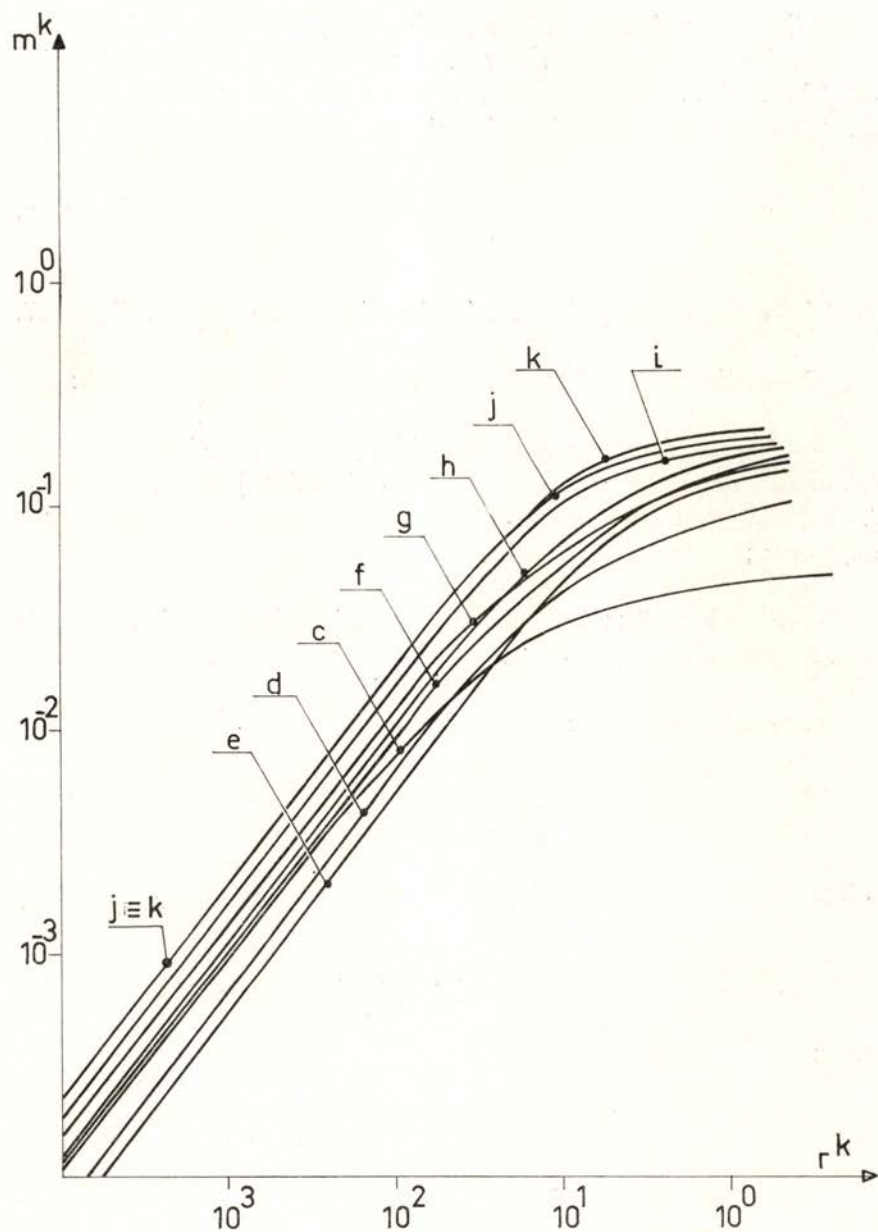


Fig. 26 — Degré d'excitation des métastables  $m^k = f_2(r^k)$

i) Terme d'ionisation  $\mathcal{I}^k$

L'interprétation de la Figure 25 n'est pas aisée en raison de la complexité du paramètre  $r^k$ , et aussi parce que, dans une situation expérimentale, à chaque tranche  $k$  correspond une valeur déterminée de  $r^k$ . Nous avons construit la fonction :

$$\frac{2R}{w_m} \frac{\mathcal{I}^k}{n_n^k} = r^k f_1(r^k) \quad (115)$$

dont les courbes sont présentées (en fonction de  $r^k$ ) dans la Figure 27.

On en tire les conclusions suivantes pour les tranches  $d$  à  $k$  :

— Pour les faibles valeurs de  $r^k$  ( $r^k < 10^{-3}$ ) la fonction représentée est une famille de droites (en échelle logarithmique) de pente  $\beta_0$  égale à l'unité et dont les ordonnées croissent lorsque l'ordre de la tranche augmente ;

— Pour  $r^k > 5 \times 10^{-3}$  la pente de la famille de droites est légèrement plus élevée ( $\beta_1 = 1,1$ ).

On peut donc écrire :

$$\frac{2R}{w_m} \frac{\mathcal{I}^k}{n_n^k} = a^k \cdot (r^k)^{\beta} \quad (116)$$

soit : 
$$\mathcal{I}^k = a_o^k i_s^k \alpha_s^k \quad (\text{pour } r^k < 10^{-3}) \quad (117)$$

$$\mathcal{I}^k = a_1^k \left( \frac{2R}{w_m n_n^k} \right)^{\beta_1 - 1} \times (i_s^k \alpha_s^k)^{\beta_1} \quad (\text{pour } r^k > 5 \times 10^{-3}) \quad (118)$$

avec :

$k$	$d$	$e$	$f$	$g$	$h$	$i$	$j$	$k$
$a_o^k$	0,30	0,41	0,45	0,60	0,80	0,90	1,0	1,2
$a_1^k$	0,48	0,67	0,87	1,26	1,42	1,58	1,9	2,2



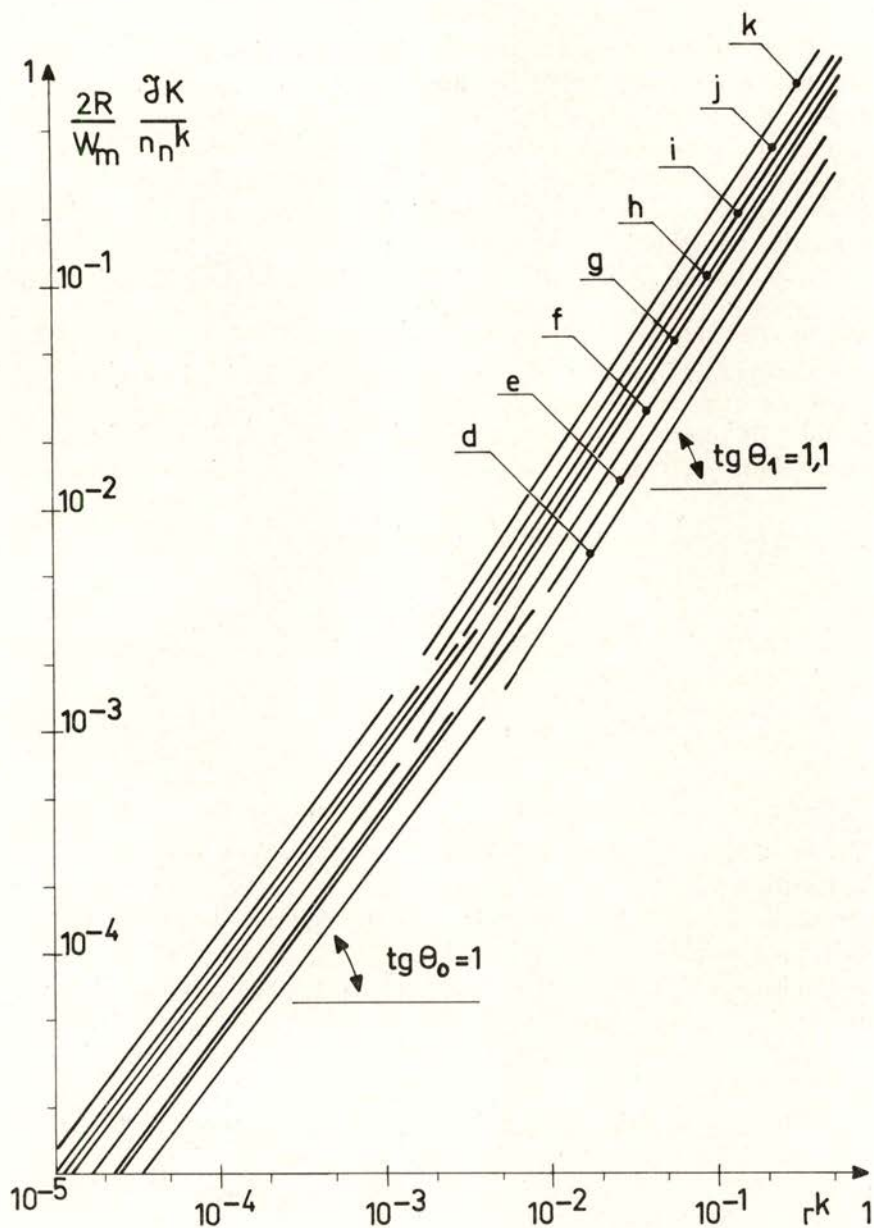


Fig. 27 —  $\frac{2R}{w_m} \frac{\gamma^k}{n_n^k} = r^k f_1(r^k)$

— La tranche  $c$  est singulière, car la fonction  $r^c f_1(r_c)$  n'appartient pas aux familles de droites considérées.

En remarquant que  $\alpha_s^k$  est une fonction croissante de  $n_n^k$  on peut conclure que :

— Le terme d'ionisation  $\mathcal{I}^k$  est croissant en fonction du courant d'émission  $i^k$  dans chaque tranche ; il lui est proportionnel pour les faibles et moyens courants d'émission (faibles valeurs de  $r^k$ ), croissant plus vite pour les fortes valeurs de  $i^k$  ;

— Le terme  $\mathcal{I}^k$  croît avec la densité des neutres de la tranche considérée (par l'intermédiaire de  $\alpha_s^k$ ).

On peut maintenant calculer le «rendement d'ionisation»  $\eta^k = \frac{\mathcal{I}^k}{i^k}$

(nombre d'ions créés par électron émis par la paroi) en écrivant les expressions (117) et (118) sous les formes :

$$\eta^k = a_o^k \alpha_s^k \quad (r^k < 10^{-3}) \quad (119)$$

$$\begin{aligned} \eta^k &= a_1^k \left( \frac{2R}{w_m} \frac{i_s^k}{n_n^k} \right)^{\beta_1 - 1} \cdot (\alpha_s^k)^\beta \quad (r^k > 5 \times 10^{-3}) \\ &= a_1^k \frac{4j^k}{w_m n_n^k} \cdot (\alpha_s^k)^\beta \end{aligned} \quad (120)$$

Nous avons calculé  $\eta^k$  pour  $20 > j^k > 6 \times 10^{-3} A / \text{cm}^2$  et  $5 \times 10^{14} < n_n^k \Delta x < 6 \times 10^{16} \text{ cm}^{-2}$ . Les résultats sont présentés dans la Figure 28.

Cette figure est trompeuse ; une appréciation hâtive peut conduire à la conclusion que le rendement d'ionisation peut être voisin de l'unité. En fait, il n'en est rien. La densité des neutres  $n_n$  n'est pas une variable indépendante de  $k$  (ordre de la tranche considérée) : les tranches d'ordre le plus élevé sont justement celles où la pression est la plus faible.

Dans ces conditions, la partie des courbes de  $k$  élevé à forte densité n'a pas d'existence réelle ; l'utilisation de ces courbes impose le tracé préalable de la caractéristique  $n_n(x)$  (caractéristique d'écoulement du gaz), explicitée sous la forme  $n_n(k)$ .

En anticipant le calcul numérique que nous allons présenter dans le chapitre 8, nous avons tracé une telle caractéristique pour une situation expérimentale précise ; nous vérifions ainsi que le rendement se situe dans ce cas entre 10 et 30 %.

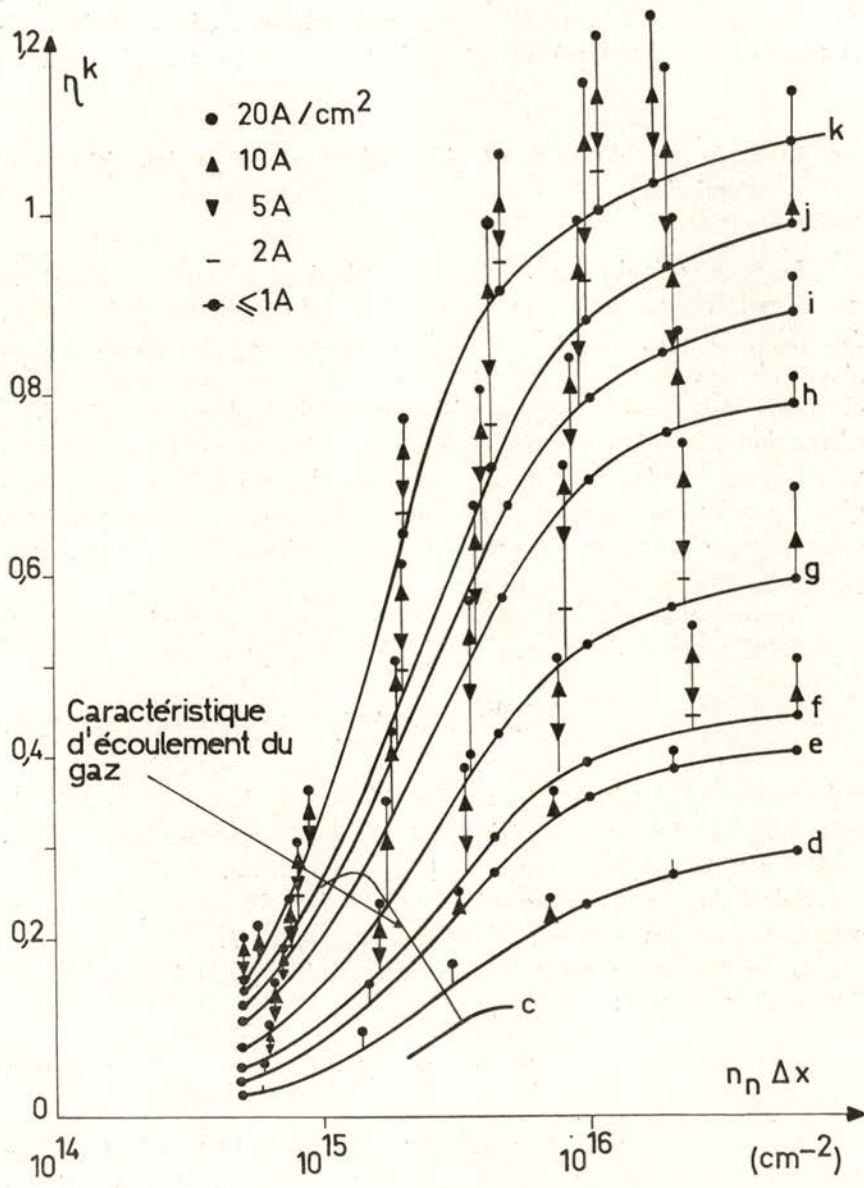


Fig. 28 — Rendement d'ionisation théorique  $\eta^k = \frac{\mathcal{J}^k}{i_s^k}$

En fait le rendement d'ionisation varie relativement peu; le terme d'ionisation dépend donc fortement de la température cathodique, dans la mesure où la densité du courant thermoionique varie rapidement pour des variations, même faibles, de cette température.

j) *Influence du courant électronique de diffusion* (électrons d'émission)

Le terme d'ionisation  $\mathcal{I}^k$  que l'on vient de calculer ne représente pas la totalité des processus d'ionisation qui ont lieu dans la C. P. I. En effet, lorsqu'on regarde la méthode utilisée pour calculer  $\mathcal{I}^k$ , on s'aperçoit que ce terme ne concerne que les processus inélastiques des électrons émis dans la tranche même que l'on considère. Les électrons d'émission n'ayant pas participé à ces processus passent par diffusion vers la tranche d'ordre immédiatement inférieure, où ils seront à l'origine de nouveaux processus inélastiques dont nous n'avons pas tenu compte jusqu'à présent. Le processus peut d'ailleurs se propager dans plusieurs tranches.

Nous sommes ainsi conduits à calculer, pour chaque tranche, non seulement le terme  $\mathcal{I}^k$  donné par (cf. Figure 25) :

$$\mathcal{I}^k = i_s^k \alpha_s^k f^k(r^k) \quad (121)$$

qui correspond aux ions créés par les électrons émis dans la tranche  $k$ , mais aussi le terme correctif  $\Delta \mathcal{I}^k$  des ions créés par les électrons rapides provenant des tranches  $k+1$ ,  $k+2$  etc. . . .

Soit  $l$  l'ordre de la dernière tranche (abscisse  $x=0$ ) à laquelle correspondent des électrons d'émission du groupe  $t$ .

Le nombre de ces électrons qui passent dans la tranche précédente est donné par :

$$i_t^{l(l-1)} = (1 - \alpha_t^l) i_t^l \quad (122)$$

Ces électrons d'énergie  $t$  vont effectuer des collisions inélastiques dans la tranche  $l-1$ , étant à l'origine d'un nombre  $\Delta_t \mathcal{I}^{l-1}$  de processus inélastiques (la notation employée est apparente d'elle-même) donné par :

$$\Delta_t \mathcal{I}^{l-1} = i_t^{l(l-1)} \alpha_t^{l-1} f^l(r^{l(l-1)}) \quad (123)$$

$\gamma^{l(l-1)}$  désignant la fonction :

$$\begin{aligned} \gamma^{l(l-1)} &= \frac{2R}{w_m} \frac{i_t^{l(l-1)} \alpha_t^{l-1}}{n_n^{l-1}} \\ &= \frac{2R}{w_m} \frac{(1 - \alpha_t^l) \alpha_t^{l-1} i_t^l}{n_n^{l-1}} \end{aligned} \quad (124)$$

Étant donné que tous les électrons de  $i_t^{l(l-1)}$  n'ont pas effectué de collisions inélastiques dans la tranche  $l-1$ , il en passera dans la tranche  $l-2$  :

$$\begin{aligned} i^{(l-1)(l-2)} &= (1 - \alpha_t^{l-1}) i_t^{l(l-1)} \\ &= (1 - \alpha_t^l) (1 - \alpha_t^{l-1}) i_t^l \end{aligned} \quad (125)$$

Le terme d'ionisation qui en découle dans la tranche  $l-2$  vaut :

$$\Delta_t \mathcal{S}^{l-2} = i_t^{(l-1)(l-2)} \alpha_t^{l-2} f^l [\gamma^{l(l-2)}] \quad (126)$$

$$\begin{aligned} \gamma^{l(l-2)} &= \frac{2R}{w_m} \frac{i_t^{(l-1)(l-2)} \alpha_t^{l-2}}{n_n^{l-2}} \\ &= \frac{2R}{w_m} \frac{(1 - \alpha_t^l) (1 - \alpha_t^{l-1}) \alpha_t^{l-2} i_t^l}{n_n^{l-2}} \end{aligned} \quad (127)$$

Dans cette tranche  $l-2$ , il y aura aussi à considérer comme précédemment, l'effet des électrons d'émission de la tranche  $l-1$  (énergie  $l-1$ ) qui ont aussi diffusé vers  $l-2$ . On aura :

$$\Delta^{l-1} \mathcal{S}^{l-2} = i_{t-1}^{(l-1)(l-2)} \alpha_{t-1}^{l-2} f^{l-1} [\gamma^{(l-1)(l-2)}] \quad (128)$$

avec

$$\gamma^{(l-1)(l-2)} = \frac{2R}{w_m} \frac{(1 - \alpha_{t-1}^{l-1}) \alpha_{t-1}^{l-2} i_{t-1}^{l-1}}{n_n^{l-2}} \quad (129)$$

L'accroissement net du terme d'ionisation  $\mathcal{S}^{l-2}$  s'écrira :

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{S}^{l-2} &= \Delta_l \mathcal{S}^{l-2} + \Delta_{l-1} \mathcal{S}^{l-2} \\ &= i_{l-1}^{l-1} (1 - \alpha_{l-1}^{l-1}) \alpha_{l-1}^{l-2} j^{l-1} [r^{(l-1)(l-2)}] \\ &\quad + i_l^l (1 - \alpha_l^l) (1 - \alpha_l^{l-1}) \alpha_l^{l-2} j^l [r^{l(l-2)}] \end{aligned} \quad (130)$$

Pour la tranche  $l - p$  on aura :

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{S}^{l-p} &= \Delta_l \mathcal{S}^{l-p} + \Delta_{l-1} \mathcal{S}^{l-p} + \dots + \Delta_{l-p+1} \mathcal{S}^{l-p} \\ &= \sum_{j=0}^{j=p-1} \left\{ i_{l-j}^{l-j} j^{l-j} [r^{(l-j)(l-p)}] \cdot \alpha_{l-j}^{l-p} \cdot \prod_{i=0}^{i=p-1} (1 - \alpha_{l-j}^{l-i}) \right\} \end{aligned} \quad (131)$$

$$\text{avec } r^{(l-j)(l-p)} = \frac{2R}{w_m} \frac{i_{l-j}^{l-j} \alpha_{l-j}^{l-p}}{n_n^{l-p}} \prod_{i=0}^{i=p-1} (1 - \alpha_{l-j}^{l-i}) \quad (132)$$

Les valeurs de  $i_{l-j}^{l-j}$  (courant d'émission de la tranche  $l-j$ ) sont obtenues à partir de la caractéristique  $T(x)$  de la cathode par application de l'équation de Richardson-Dushman. Les valeurs des  $\alpha_{l-j}^{l-p}$  sont obtenues à partir des courbes de la Figure 24 en considérant la courbe  $\alpha_{l-j}^{l-j}$  au point  $n^{l-p} \Delta x$ .

De même la fonction  $j^{l-j} [r^{(l-j)(l-p)}]$  s'obtient à partir de la courbe d'ordre  $l-j$  de la Figure 25, pour le point d'abscisse égale à la valeur numérique de  $r^{(l-j)(l-p)}$  (cf. éq. (132)).

L'équation qui donne  $\Delta \mathcal{S}^{l-p}$  n'est pas susceptible d'un traitement analytique, dans la mesure où elle fait intervenir les valeurs du courant d'émission de toutes les tranches de numéro d'ordre supérieur ( $l, l-1 \dots l-p+1$ ).

Seul le calcul numérique nous permet d'obtenir, pour une situation expérimentale donnée, le terme d'ionisation totale  $\mathcal{S}_T^k$  dans chaque tranche :

$$\mathcal{S}_T^k = \mathcal{S}^k + \Delta \mathcal{S}^k \quad (133)$$

k) Densité des métastables

D'après les courbes de la Figure 26 le degré d'excitation de métastables du plasma,  $m$ , peut varier entre  $10^{-5}$  et environ 0,15 suivant les valeurs de  $r^k$  et la tranche  $k$  considérées. Remarquons cependant que les valeurs les plus élevées correspondent aux fortes valeurs de  $r^k$ , c'est à dire, aux plus faibles densités des neutres, ce qui limite les valeurs que la densité des métastables peut atteindre.

On peut calculer, à partir de la fonction  $m^k = f_2(r^k)$  le rapport :

$$\frac{m^k}{r^k} = \frac{i_p^k}{i_s^k \alpha_s^k} \quad (134)$$

avec :

$$i_p^k = \frac{n_m^k w_m}{2R} \quad (135)$$

$i_p^k$  représente le nombre de métastables qui tombent sur la paroi cathodique par unité de volume et par unité de temps.

La fonction  $m^k/r^k$  se présente, en échelle semi-logarithmique, sous la forme de 2 familles de droites (cf. Figure 29) :

$$\frac{m^k}{r^k} = a^k + \gamma \log r^k \quad (136)$$

Pour les faibles valeurs de  $r^k$  ( $r^k \leq 5.10^{-3}$ )  $\gamma = 0$ ;  $a_2^k$  est donné par le tableau :

$k$	$c$	$d$	$e$	$f$	$g$	$h$	$i$	$j$	$k$
$a_2^k$	1	0,71	0,56	1,1	1,38	1,12	1,46	1,76	1,76

Pour les fortes valeurs de  $k$ ,  $\gamma = -0,3$ ;  $a_3^k$  est donné par :

$k$	$c$	$d$	$e$	$f$	$g$	$h$	$i$	$j$	$k$
$a_3^k$	—	0,1	0,13	0,17	0,27	0,3	0,46	0,49	0,51

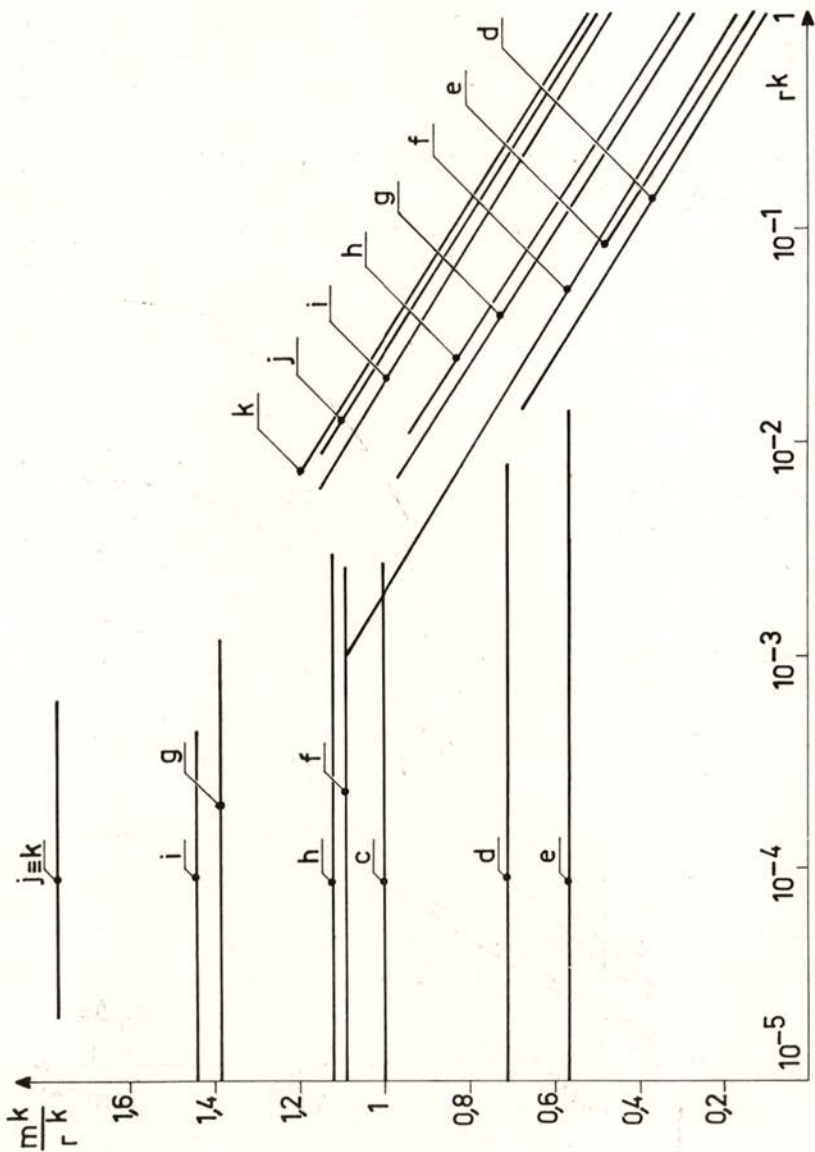


Fig. 29 —  $\frac{m^k}{r^k} = \frac{1}{r^k} f_2(r^k)$



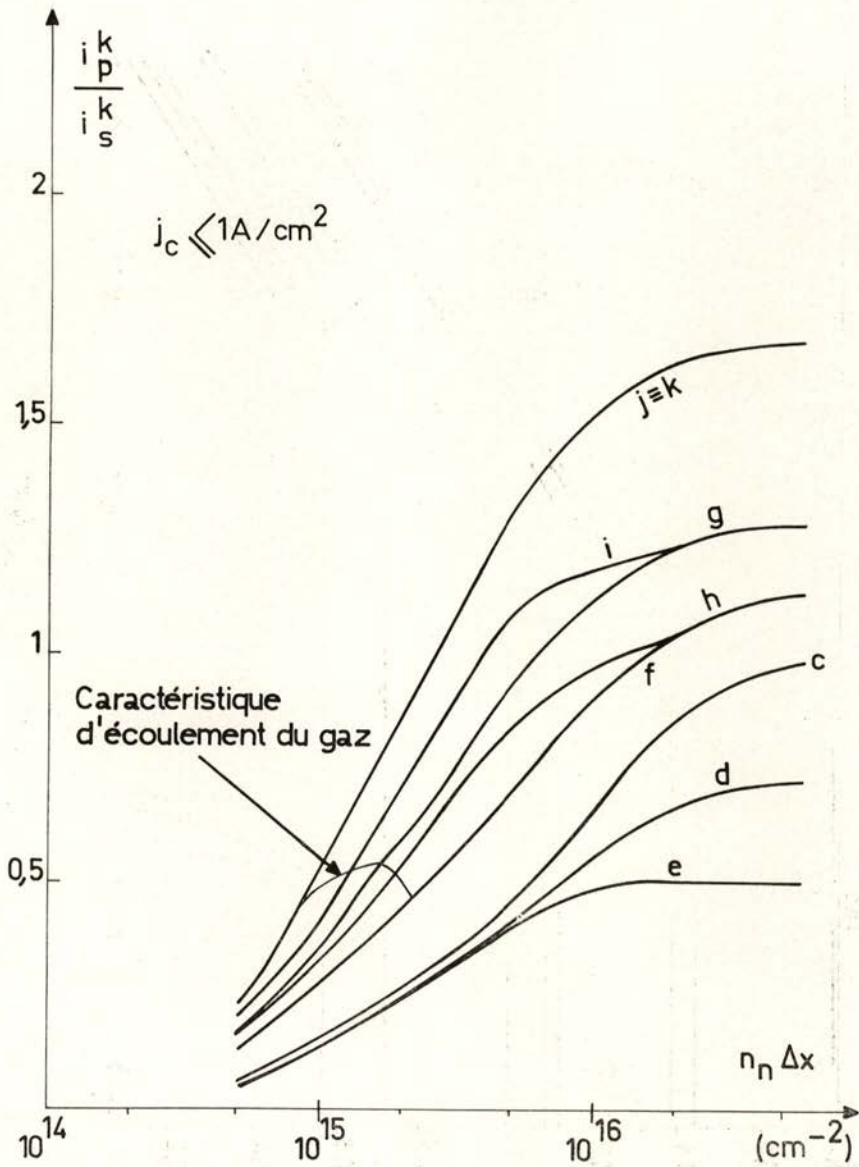


Fig. 30 —  $\frac{i_p^k}{i_s^k} = \Psi_2(n_n \Delta x)$  pour  $j_c \ll 1 \text{ A/cm}^2$

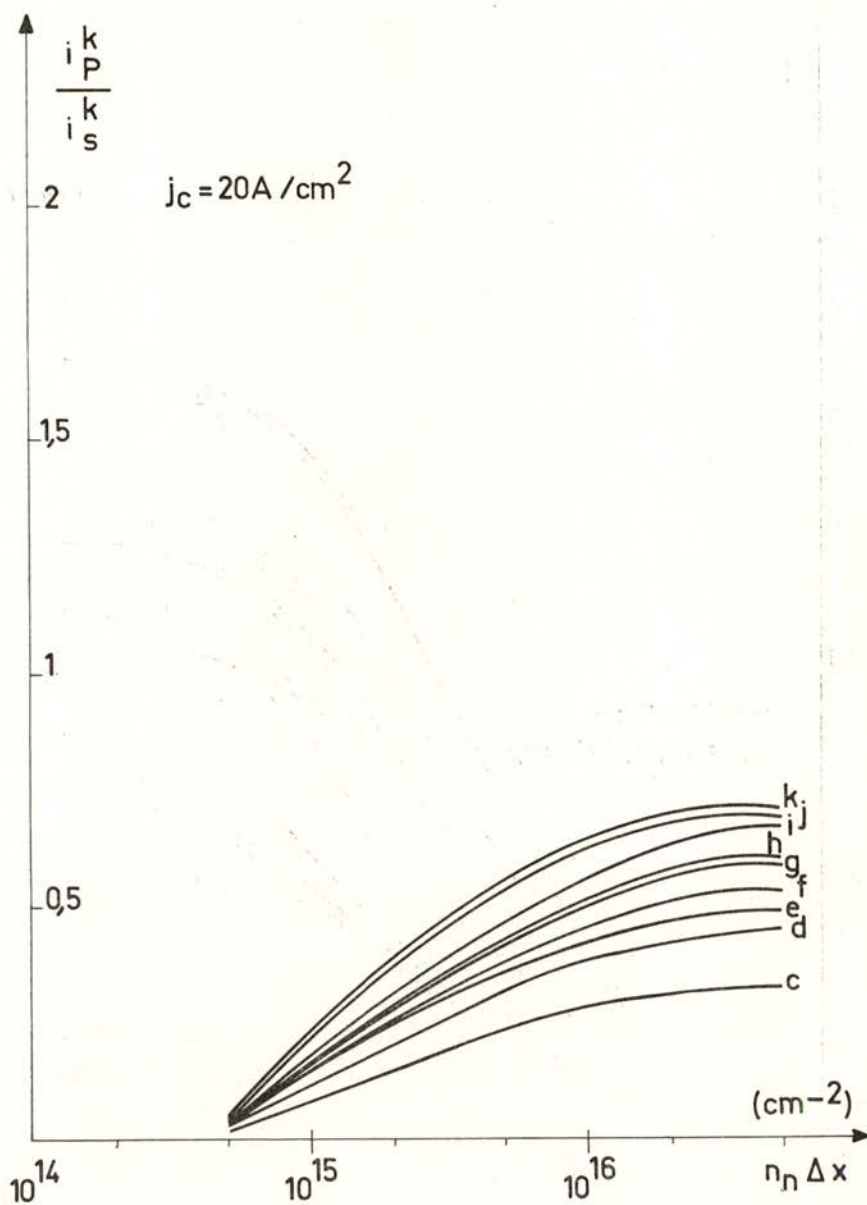


Fig. 31 —  $\frac{i_P^k}{i_s^k} = \Psi_1(n_n \Delta x)$  pour  $j_c = 20 \text{ A/cm}^2$

On peut donc poser :

$$(r^k \leq 5 \cdot 10^{-3}) \frac{i_P^k}{i_s^k} = a_2^k \alpha_s^k \quad (137)$$

$$(r > 10^{-2}) \frac{i_P^k}{i_s^k} = \alpha_s^k (a_3^k + \gamma \log r^k) \quad (138)$$

La fonction  $\frac{i_P^k}{i_s^k}$  est représentée dans les Figures 30 et 31 pour des densités de courant d'émission thermoionique  $j_c \leq 1 \text{ A/cm}^2$  et  $j_c = 20 \text{ A/cm}^2$  en fonction de la variable  $n_m \Delta x$  (\*).

Rappelons que :

$$i_s^k = \frac{2 j_c(k)}{q R} \quad (139)$$

En introduisant dans ces courbes les valeurs de  $n_m \Delta x$  et  $j_c$  dans chaque tranche, on obtient  $i_P^k$ , ce qui nous permet d'obtenir la densité des métastables  $n_m^k$  à partir de :

$$n_m^k = \frac{2 R}{w_m} i_P^k \quad (140)$$

## 7 — ÉQUATION DU COURANT IONIQUE DANS LA C. P. I.

Écrivons l'équation de conservation du courant ionique dans l'élément de volume de surface  $S$  et de longueur  $dx$ , situé à l'abscisse  $x$  du canal cathodique (cf. Figure 32). Cet élément ne comprend pas la gaine ionique bien que, en raison de la très faible épaisseur de celle-ci, on puisse écrire  $S \approx \pi R^2$  :

$$- d j_{iL}(x) S = j_{ir} 2 \pi R dx - \mathcal{I}_T q S dx + n_e n_i \alpha q S dx \quad (141)$$

(\*) Il serait plus intéressant de présenter toutes les courbes dans la même figure ( $j_c$  étant le 2<sup>ème</sup> paramètre introduit), ce qui faciliterait leur utilisation. Malheureusement, la figure deviendrait inextricable.

- Avec :  $j_{iL}$  — composante longitudinale de la densité du courant ionique ;  
 $j_{ir}$  — composante radiale de la densité du courant ionique ;  
 $n_i$  — densité ionique du plasma de la C. P. I. ;  
 $n_e$  — densité électronique du plasma de la C. P. I. ;  
 $q$  — charge de l'ion ;  
 $\alpha$  — coefficient de recombinaison ;  
 $\mathcal{J}_T$  — terme d'ionisation (ions/cm<sup>3</sup>s).

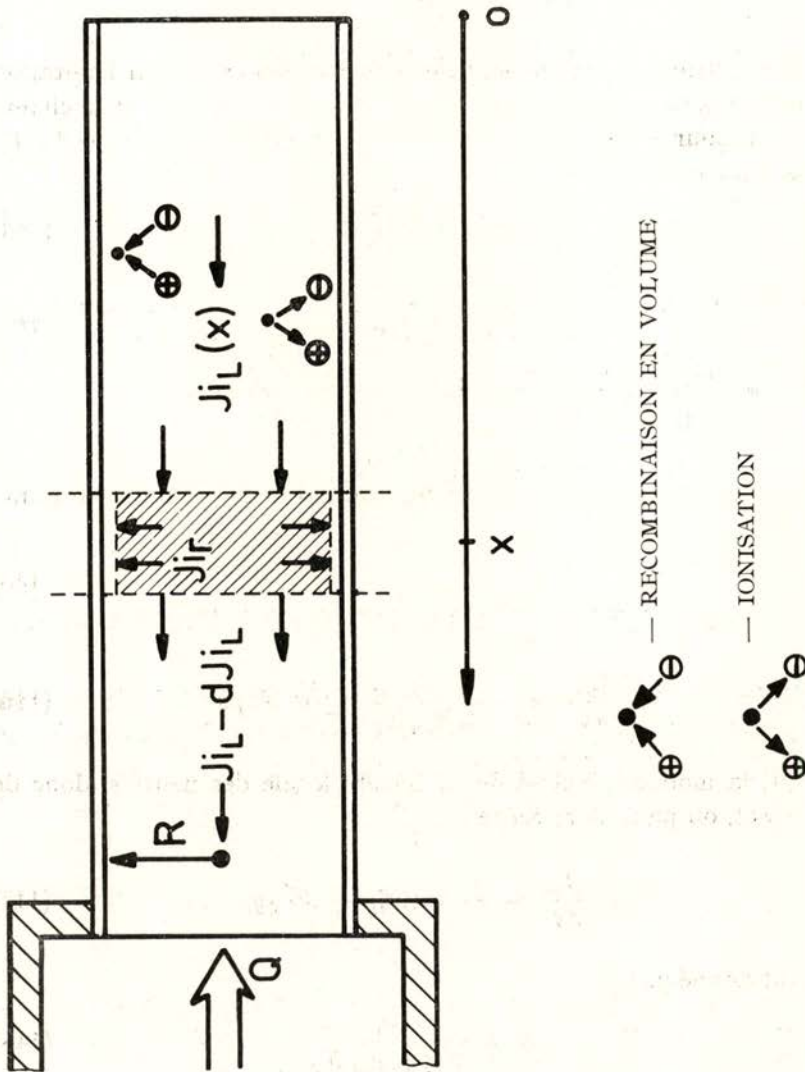


Fig. 32 — Conservation du courant ionique dans la C. P. I.

L'équation (141) traduit la diminution du courant ionique longitudinal comme étant le résultat des processus de diffusion radiale (avec recombinaison en surface), et de recombinaison en volume ; moins un terme d'ionisation à l'intérieur de la C. P. I.

Si maintenant on néglige le terme de recombinaison en volume devant le terme de diffusion radiale (ce qui est raisonnable pour l'Argon entre  $10^{-2}$  e 5 Torr.) [20], on obtient :

$$\frac{dj_{iL}}{dx} = -\frac{2}{R} j_{ir} + \mathcal{I} r q \quad (142)$$

Par ailleurs, le mouvement des ions est déterminé par l'agitation thermique pour ce qui est des déplacements radiaux, et par le champ électrique pour ce qui est du courant longitudinal (cf. paragraphe 2.2.4) ; on peut donc écrire :

$$j_{ir} = \frac{n_i q_i w_i}{4} \quad (143)$$

$$j_{iL} = n_i q_i \mu_i X_I \quad (144)$$

avec:  $w_i$  = la vitesse d'agitation thermique des ions  
 $\mu_i$  = la mobilité ionique.

En éliminant  $n_i$  entre les deux équations précédentes on aura :

$$j_{ir} = \frac{w_i}{4 \mu_i X_I} j_{iL} \quad (145)$$

et

$$\frac{dj_{iL}}{dx} = -\frac{w_i}{2 R \mu_i X_I} j_{iL} + \mathcal{I} r q \quad (146)$$

Or, la mobilité dépend de la densité locale des neutres (donc de l'abscisse); on peut alors écrire :

$$\frac{dj_{iL}}{dx} = -A n_n j_{iL} + \mathcal{I} r q \quad (147)$$

A étant donné par :

$$A = \frac{w_i}{2 R (\mu_i n_n) X_I} \quad (148)$$

cette grandeur étant indépendante de l'abscisse du point considéré dans la C. P. I., si l'on néglige les variations de  $w_i$  le long de cette partie de la cathode.

L'intégration (formelle) de l'équation (147) donne :

$$j_{iL}(x) = [j_{iL}(0) + q \int_0^x \mathcal{S}_T(x) e^{-A \int_0^x n_n(x) dx} dx] e^{-A \int_0^x n_n(x) dx} \quad (149)$$

$j_{iL}(0)$  étant le courant ionique qui entre dans la C.P.I. provenant du plasma extérieur.

Le courant radial sera donné par :

$$j_{ir}(x) = \frac{AR}{2} n_n j_{iL}(x) \quad (150)$$

soit, finalement :

$$j_{ir}(x) = \frac{AR}{2} n_n(x) e^{-A \int_0^x n_n(x) dx} [j_{iL}(0) + q \int_0^x \mathcal{S}_T(x) e^{-A \int_0^x n_n(x) dx} dx] \quad (151)$$

Cette équation n'est pas facile à manipuler autrement que par application numérique. En effet notre problème est self-consistent : la répartition de la température cathodique (et donc, la fonction  $\mathcal{S}_T(x)$ ) est déterminée par la résolution d'une équation de transfert de chaleur dont les termes dominants sont justement des fonctions de  $\mathcal{S}_T(x)$ .

En tout cas (cf. Chapitre précédent), le rendement d'ionisation variant peu en fonction de l'abscisse,  $\mathcal{S}_T(x)$  doit être croissant entre l'extrémité de la cathode et le maximum de température cathodique (qui correspond au maximum d'émission de la paroi). Pour  $x$  dépassant la longueur de la C. P. I.,  $\mathcal{S}_T(x)$  tend rapidement vers zéro.

La densité des neutres croît monotonement dans le même sens que  $x$ ; dans ces conditions, l'exponentielle décroissante qui figure dans l'expression de  $j_{ir}$  assure une décroissance rapide du courant radial à partir de l'abscisse  $x_0$  (rappelons que pour des abscisses plus grandes  $\mathcal{S}_T(x) \rightarrow 0$ );  $j_{ir}$  doit ainsi passer par un maximum dans la C. P. I.

On peut aller un peu plus loin dans le domaine des raisonnements qualitatifs, en posant comme point de départ que  $\mathcal{J}_T(x)$  soit non décroissant sur toute la longueur de la C.P.I. Si, par ailleurs, la température cathodique (et donc, l'émission thermoionique) est suffisante pour que  $\mathcal{J}_T(x)$  atteigne une valeur telle que :

$$q_i \int_0^x \mathcal{J}_T(x) e^{A \int_0^x n_n(x) dx} dx \gg j_{iL}(0) \quad (152)$$

on s'aperçoit que la fonction :

$$e^{-A \int_0^x n_n(x) dx} \times \int_0^x \mathcal{J}_T(x) e^{A \int_0^x n_n(x) dx} dx \quad (153)$$

est toujours croissante dans le domaine considéré. Le maximum du courant ionique radial se trouvera donc juste à la limite de la C.P.I. (abscisse  $x = x_0$ ), puisque, pour des abscisses plus grandes,  $\mathcal{J}_T(x)$  décroît rapidement et devient nul.

Si par contre la température cathodique est faible, l'inégalité (152) est inversée; le terme  $j_{iL}(0)$  étant dominant, entraîne que le courant ionique décroît à partir de l'extrémité de la cathode vers l'intérieur de celle-ci. Étant donné que la puissance fournie à la paroi par le bombardement ionique est le produit de  $j_c$  par le potentiel de la gaine  $V_g$ , on s'aperçoit que dans les conditions précédentes ce terme de bombardement décroît avec l'abscisse  $x$ , et ne passe pas par un maximum à l'intérieur du canal cathodique.

## 8 — APPLICATION NUMÉRIQUE

Nous allons appliquer l'ensemble des résultats obtenus jusqu'à présent, au calcul d'un régime de fonctionnement donné; non seulement ce calcul est utile comme démonstration de la méthode utilisée, mais aussi la comparaison des résultats obtenus par la voie théorique, à ceux provenant du travail expérimental, permettra de juger du degré d'approximation que l'on peut obtenir.

Considérons une cathode creuse dont les caractéristiques et le régime de fonctionnement sont les suivants :

Cathode en Tantale :  $R = 0,145$  cm  
 $e = 0,2$  mm  
 $L_c = 8$  cm

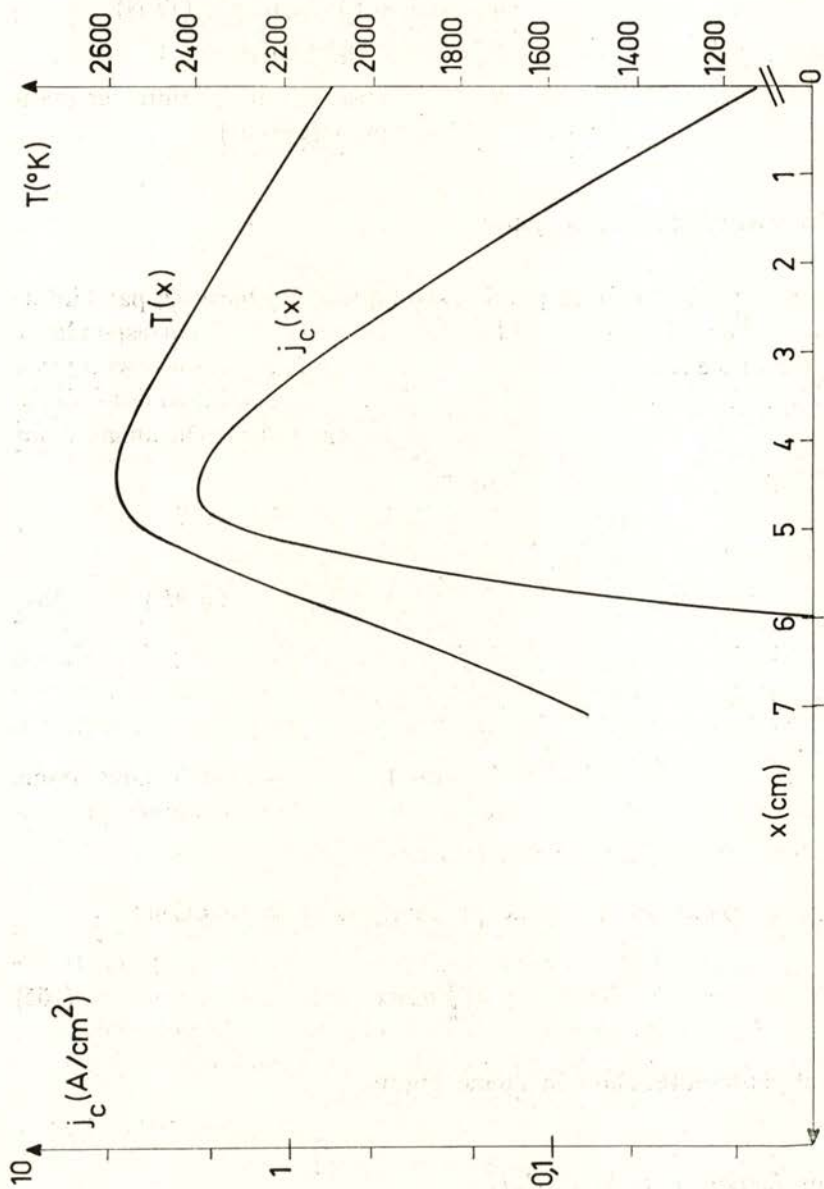


Fig. 33 — Répartition longitudinale de la température de la paroi cathodique et de la densité du courant thermoionique



Régime de fonctionnement :  $V = 77,5 V$

$$I = 20 A$$

$$Q_c = 6 \times 10^{-2} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1} \text{ (TPN)}$$

$$P_E = 5 \times 10^{-3} \text{ Torr}$$

$$B = 0 \text{ (absence de champ magnétique extérieur)}$$

a) *Température de la paroi*

La température de la paroi cathodique a été mesurée par l'intermédiaire d'un pyromètre à filament; la courbe  $T(x)$  correspondante est représentée dans la Figure 33. Sur la même figure nous avons tracé la courbe  $j_c(x)$  (densité du courant d'émission thermoionique de la paroi), calculée à partir de l'équation de Richardson-Dushman. Pour le Tantale cette équation s'écrit [28] :

$$j_c = 55 T^2 e^{-\frac{4,8 \times 10^4}{T}} \text{ A/cm}^2 \quad (T \text{ en } ^\circ\text{K}) \quad (154)$$

b) *Répartition de la densité des neutres*

D'après les courbes de la Figure 14 (cf. Chapitre 3) nous avons obtenu, pour le rayon de la cathode et pour le débit donnés, la fonction  $n_n(x)$  représentée dans la Figure 34.

Nous avons aussi calculé graphiquement la fonction :

$$y = \int_0^x n_n dx \quad (155)$$

qui est représentée dans la même Figure.

c) *Longueur de la C.P.I.*

En partant de l'hypothèse (discutée dans le paragraphe 2.2.5) que la longueur de la C.P.I. est donnée approximativement par l'abs-

cisse du maximum de température de la paroi (hypothèse dont la vérification est un des buts de ce travail) on aura d'après la Figure 33 :

$$x_0 = l = 4,5 \text{ cm}$$

Nous avons ensuite mesuré le champ électrique longitudinal dans la C. P. I., par variation de la longueur de celle-ci (méthode décrite dans la référence [8]), ayant obtenu un excellent accord avec des résultats antérieurs, obtenus en présence d'un champ magnétique longitudinal. Le champ mesuré était  $X_l = 8 \text{ V/cm}$ .

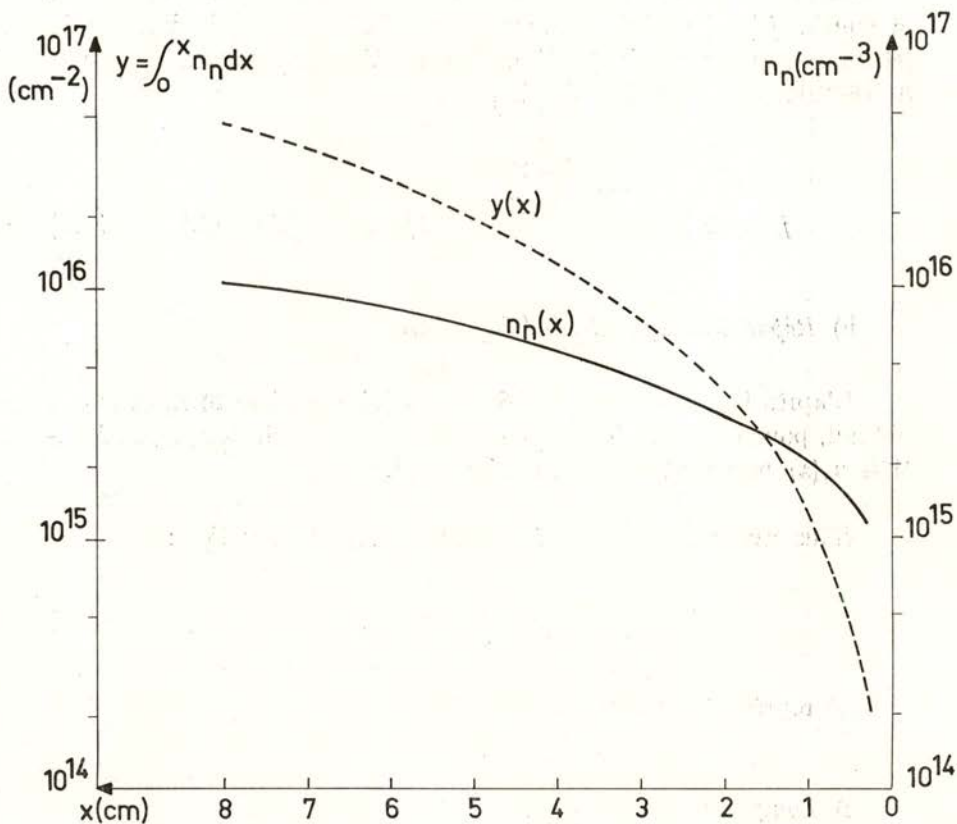


Fig. 34 — Répartition longitudinale de la densité des neutres et de la quantité  $y = \int_0^x n_n dx$

On aura ainsi (cf. paragraphe 6.1) :

$$\begin{aligned} \Delta x &= \frac{V_i - V_m}{X_I} \\ &= 0,5 \text{ cm} \end{aligned}$$

Le nombre de «tranches» de longueur  $\Delta x$  est, dans ces conditions :

$$\begin{aligned} k &= \frac{x_o}{\Delta x} = \frac{l}{\Delta x} \\ &= 9 \end{aligned} \quad (156)$$

La distribution du potentiel de la gaine dans les tranches qui constituent notre modèle de la C. P. I. (cf. paragraphe 6.1) est présentée dans la Figure 35. Sur la même figure nous avons tracé la variation du paramètre  $n_n \Delta x$  en fonction de l'ordre des tranches considérées.

d) *Terme d'ionisation*

Les courbes universelles de la Figure 28 permettent d'obtenir le rendement d'ionisation  $\eta^k = \frac{\mathcal{I}^k}{i^k}$ .

On peut donc calculer  $\mathcal{I}^k = \eta^k \frac{2j_c}{qR}$  dans chaque tranche. La fonction  $\mathcal{I}(x)$  est tracée dans la Figure 36, de même que  $\Delta \mathcal{I}^k$  (calculé à partir de l'équation (126)) et  $\mathcal{I}_T = \mathcal{I} + \Delta \mathcal{I}$ .

e) *Courant ionique radial*

Le calcul numérique de l'équation du courant ionique radial (cf. éq. (151)) a été fait pour les valeurs suivantes des paramètres :

$$w_i = 7 \times 10^4 \text{ cm s}^{-1} \quad (T_i = 2500 \text{ }^\circ\text{K})$$

$$\mu_i n_n = \mu_{i_o} (T_o) \cdot \left( \frac{T_o}{T_i} \right)^{1/2} \cdot n_L$$

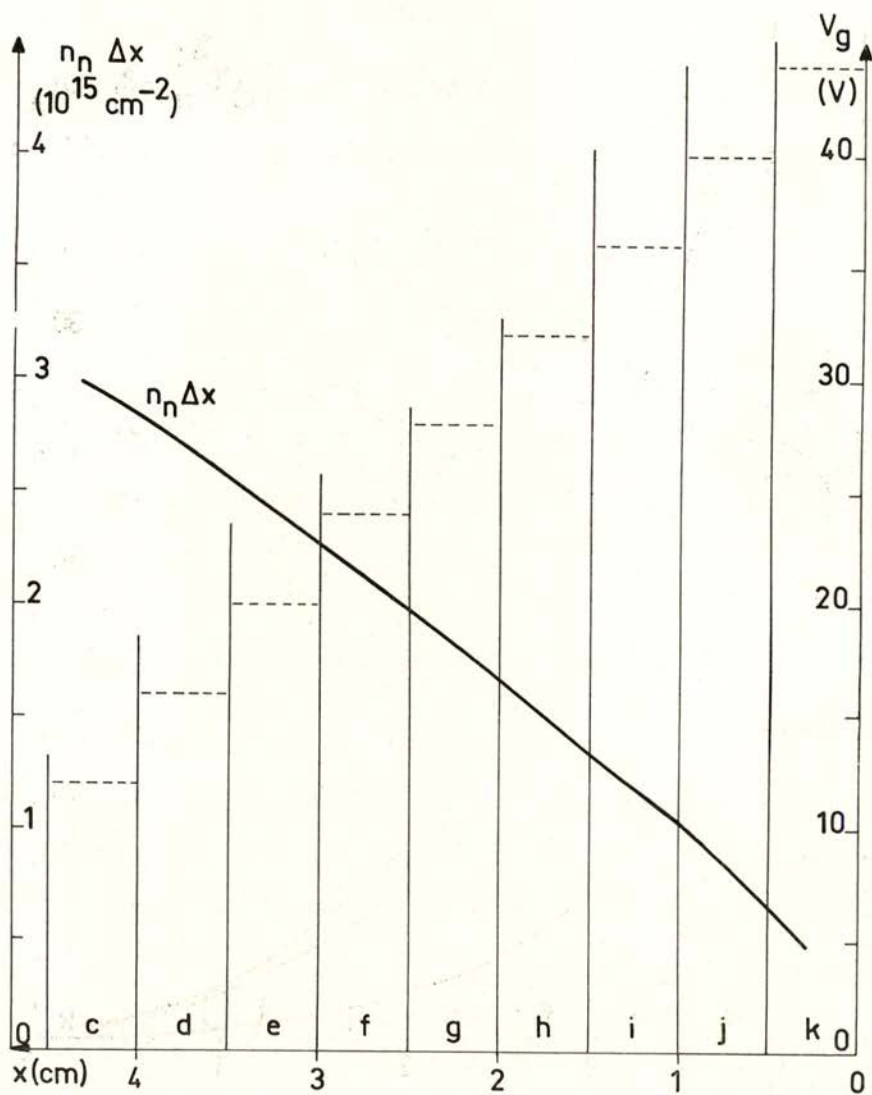


Fig. 35 — Répartition longitudinale du potentiel de la gaine et du paramètre  $n_n \cdot \Delta x$ , en fonction de l'abscisse et de l'ordre des tranches

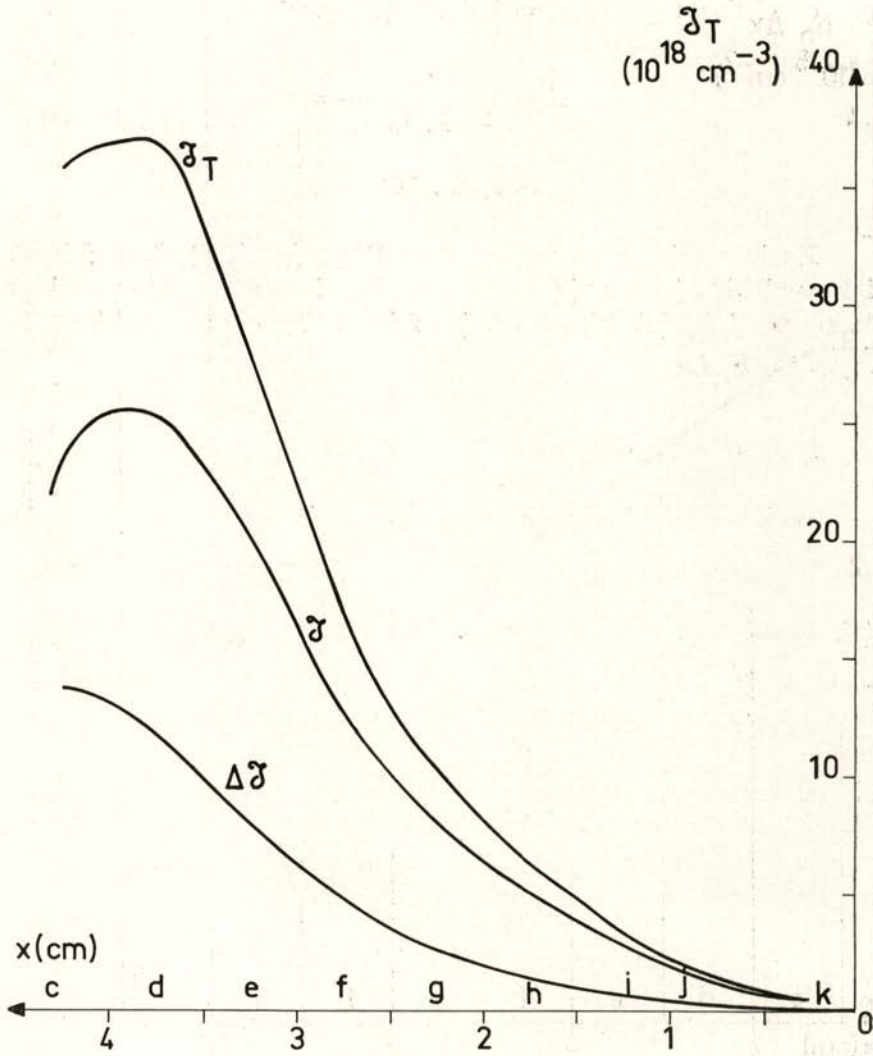


Fig. 36 — Répartition longitudinale des processus d'ionisation dans la C. P. I.

Avec  $\mu_{i_0} (T_0) = 1,6 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$  [20]

$$n_L = 2,67 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$$

on obtient :  $\mu_i n_n = 1,42 \cdot 10^{19} (\text{V cm s})^{-1}$

$$A = \frac{w_i}{2R(\mu_i n_n) X_I} =$$

$$= 2,18 \cdot 10^{-15} \text{ cm}^2$$

En introduisant ces valeurs dans l'équation (151) et en faisant intervenir  $\mathcal{S}_T(x)$  et  $y(x)$  données par les Figures 36 et 34 on obtient la courbe  $j_{ir}(x)$  (cf. Figure 36) (en faisant l'hypothèse additionnelle  $j_{i_L}(0) = 0$ ).

f) *Densité des métastables*

En introduisant les valeurs de  $n_n^k \Delta x$  et  $j_c$  dans les courbes de la Figure 30 nous avons obtenu  $i_p^k = \frac{n_m^k w_m}{2R}$  d'où l'on déduit  $n_m$  (cf. Figure 38).

g) *Apport de chaleur sur la paroi; pertes radiales*

Dans la Figure 39 sont représentées les grandeurs  $q_i$ ,  $q_m$  et  $q_J$  (données par les équations (47), (49) et (53); et leur somme  $q_r'$  ( $q_J$  se trouve être négligeable:  $q_J < 0,2 \text{ W/cm}^2$  au maximum).

De même, nous avons calculé :

$$p_{ray} = 2,84 \times 10^{-13} [1 + 2 \times 10^{-3} (T - 300)] T^4 (\text{W/cm}^2) \quad (157)$$

$$p_{th} = j_c \varphi (\varphi = 4,12 \text{ V pour le Tantale}) (\text{W/cm}^2) \quad (158)$$

$$p_{ev} = 3,4 \times 10^6 T^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{9,2 \times 10^4}{T}} (\text{W/cm}^2)$$

Ces fonctions et leur somme  $p_r'$  ont été tracées dans la Figure 40 ( $p_{ev}$  se trouve être négligeable:  $< 10^{-2} \text{ W/cm}^2$ ).

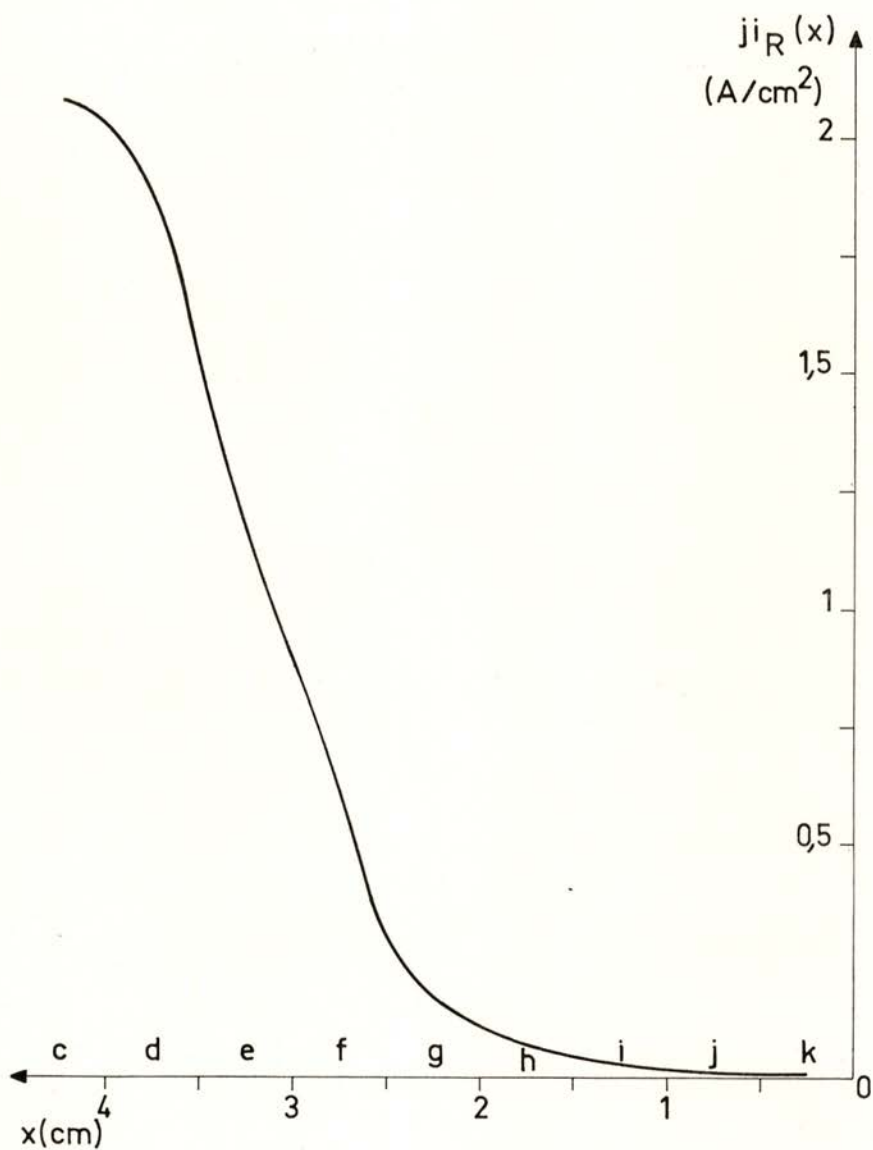


Fig. 37 — Répartition longitudinale de la densité du courant ionique radial dans la C. P. I.

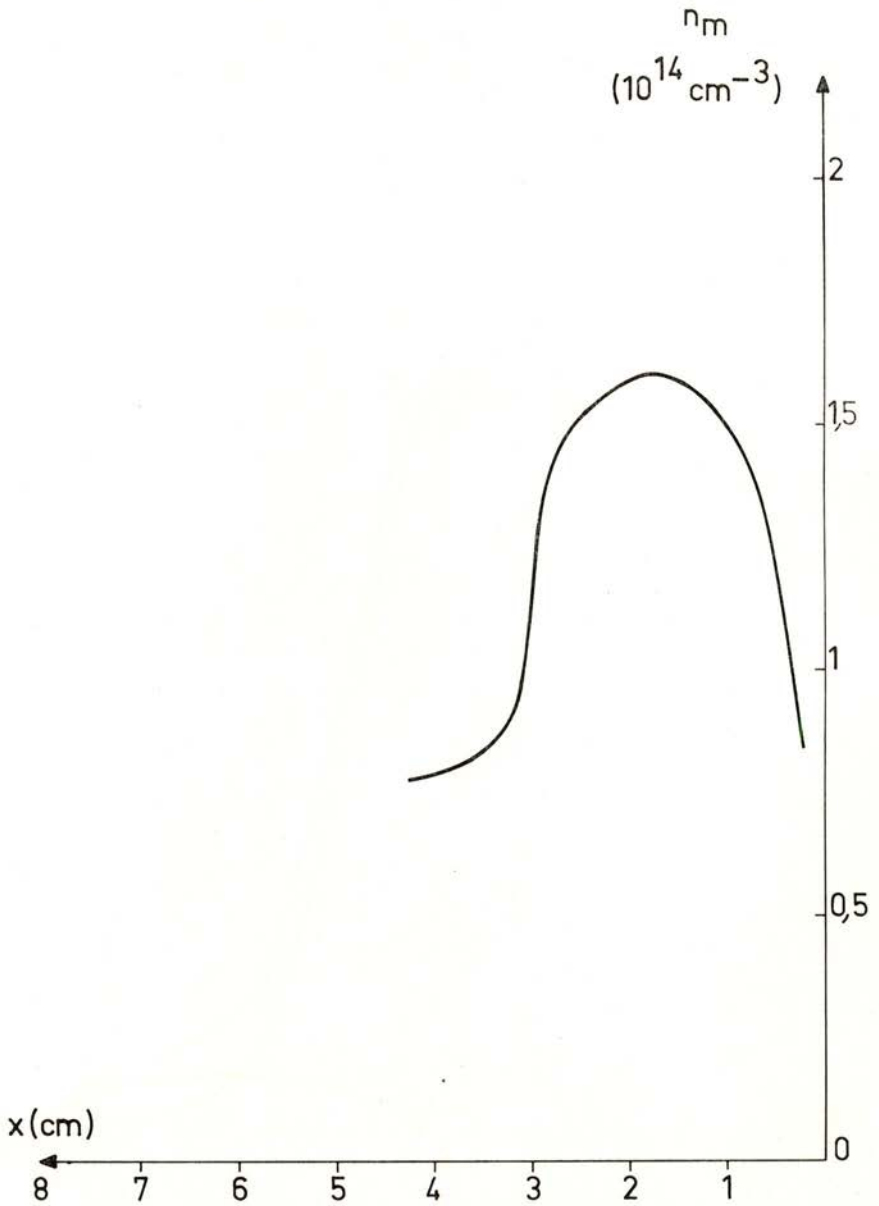


Fig. 38 — Répartition longitudinale de la densité des métastables dans la C. P. I.



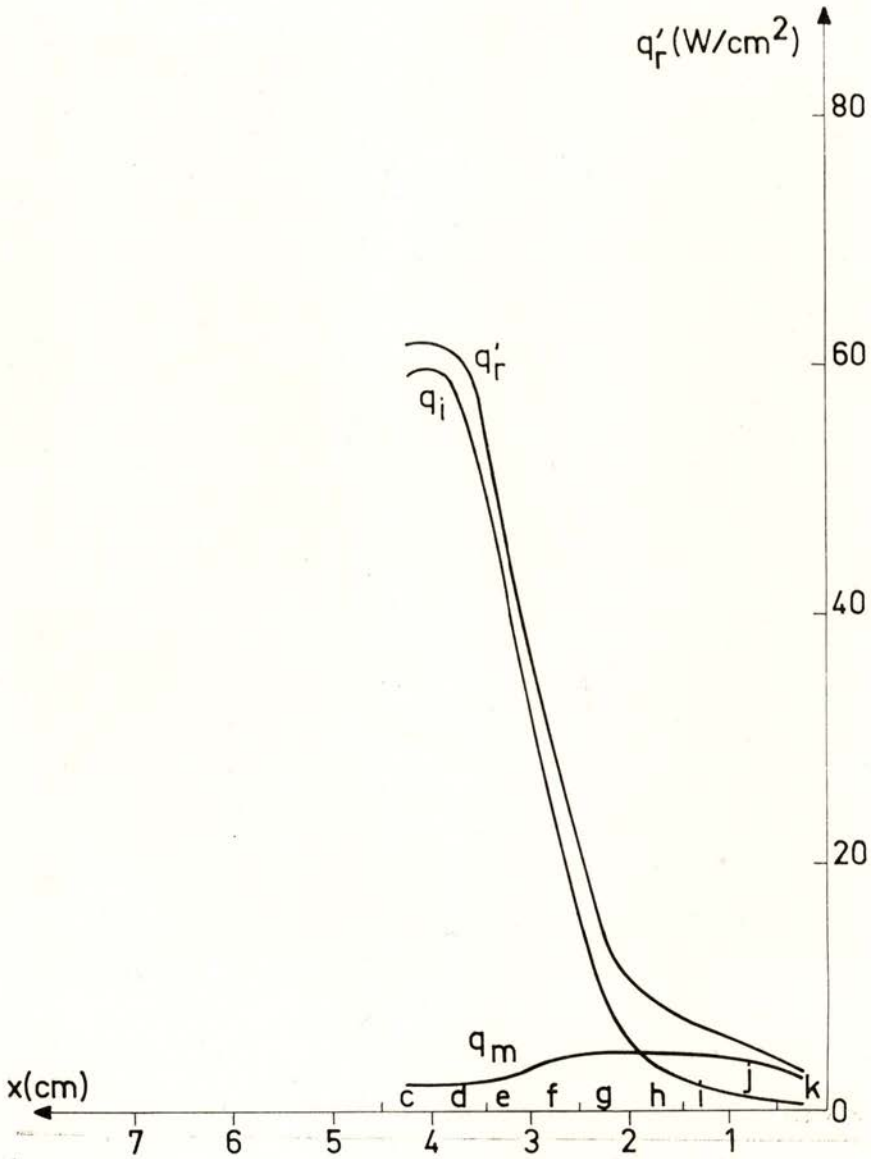


Fig. 39 — Terme de source de chaleur sur la paroi cathodique

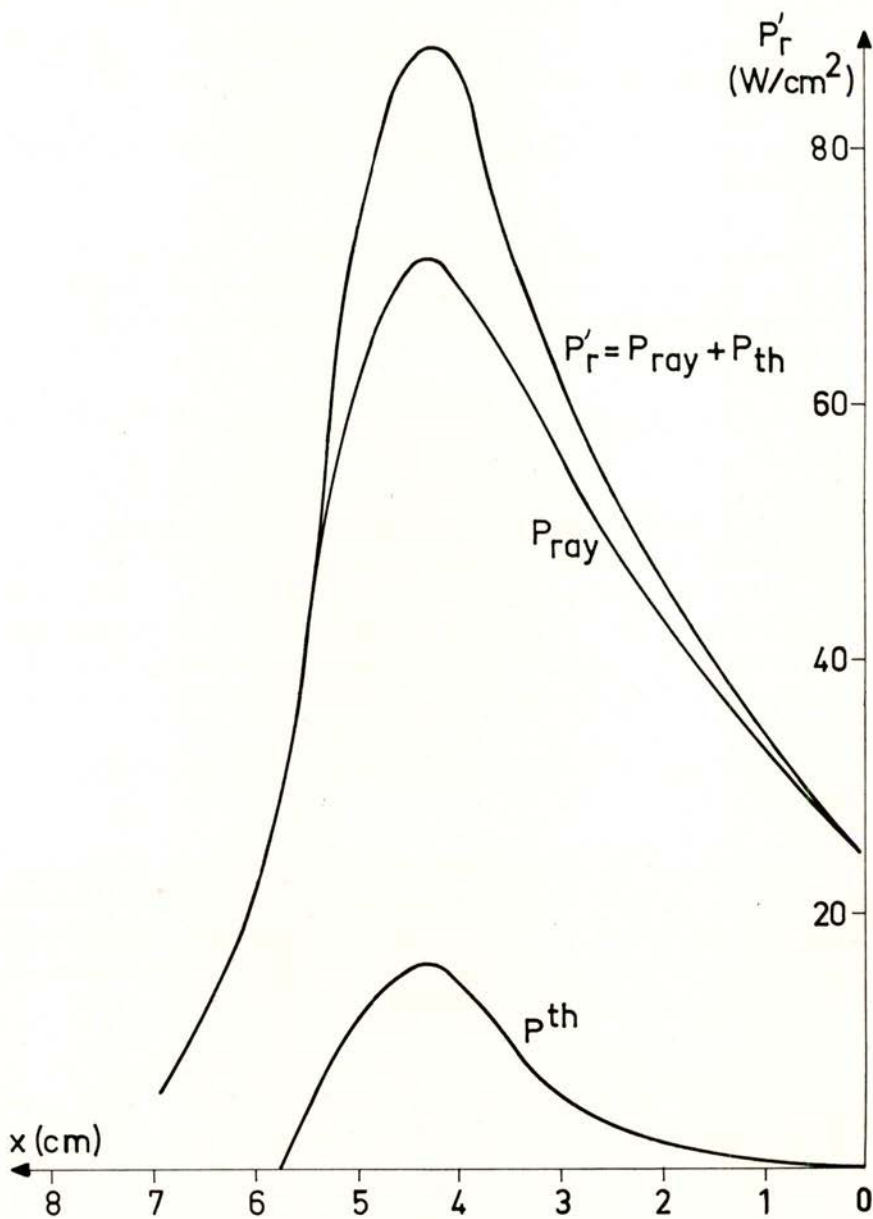


Fig. 40 — Terme de perte radial de chaleur sur la paroi cathodique

### h) *Conclusions*

Dans le cas que nous venons d'étudier numériquement (colonne longue) nous pouvons remarquer que :

1) — Le terme d'ionisation passe par un maximum au voisinage de la tranche *d*.

2) — Le courant ionique radial passe par un maximum dans la tranche *c*; il doit diminuer rapidement pour des abscisses plus grandes, mais nous ne sommes pas en mesure de calculer cette partie de la courbe.

3) — La densité des métastables atteint environ  $10^{14} \text{ cm}^{-3}$  dans la C. P. I.

4) — Le terme dominant d'échauffement de la cathode est le bombardement ionique; les contributions du bombardement des métastables et de l'effet Joule sont nettement plus faibles. Par ailleurs, nous n'avons pas porté dans nos courbes la contributions du Bremsstrahlung et de la conduction gaz-métal, dans la mesure où nous ignorons leur répartition longitudinale (les dernières représentent environ  $5W$  au maximum).

Le maximum de puissance arrivée sur la cathode se situe dans la tranche *c*.

5) — Le terme de rayonnement est le terme principal de refroidissement de la cathode, quoique la contribution du terme d'émission thermoionique ne soit pas négligeable. La puissance ainsi évacuée (rayonnement et émission thermoionique) passe par un maximum au point où la température est maximale.

6) — D'après nos calculs, les pertes radiales l'emportent sur le terme d'apport de chaleur ce qui est manifestement faux dans la C. P. I. Au niveau de la zone active, l'erreur dépasse 20 %.

## 9 — CONCLUSION

a) *Origine du courant de la décharge :*

Dans le cas d'un arc à cathode creuse on peut distinguer, dans la région cathodique, plusieurs composants du courant (cf. Fig. 41) :

— Émission thermoionique «intérieure» — produite par la face intérieure de la paroi cathodique. Cette émission est à l'origine de processus inélastiques divers, qui créent  $\mathcal{S}$  paires électron-ion par  $\text{cm}^3$  et par seconde ; après thermalisation, ces électrons contribuent au courant électronique ( $I_e^{th.I}$ ) ;

— Émission thermoionique «extérieure» (par la face extérieure de la paroi). Étant donné que la pression dans l'enceinte  $P_E$  est nettement plus basse que celle qui règne dans le canal cathodique, le terme d'ionisation correspondant à cette émission doit être comparative-ment faible ; nous le considérons comme négligeable. Cette émission contribue donc au courant électronique ( $I_e^{th.E}$ ), mais seulement par elle-même, contrairement à l'émission «intérieure» ;

— Ionisation dans la C.P.I. : le nombre d'électrons et d'ions créés par unité de volume et par unité de temps, contribue au courant électronique sortant de la cathode ( $I_e^J$ ) et au courant ionique ( $I_i^J$ ) sur la paroi cathodique ;

— Courant ionique arrivant à la cathode, provenant des phénomènes d'ionisation dans le plasma extérieur (notamment au niveau de la chute anodique).

On peut obtenir ces divers composants du courant, en considérant, par exemple, le bilan des particules au niveau de la paroi métallique :

$$I_i^J = 2\pi R \int_0^L j_{ir}(x) dx = 2,7 \text{ A (dans le cas que nous avons étudié)}$$

$$I_e^{th.E} = I_e^{th.I} = 2\pi R \int_5^L j_c(x) dx = 5,2 \text{ A}$$

$$I' = I_i^J + I_e^{th.E} + I_e^{th.I} = 13,1 \text{ A}$$

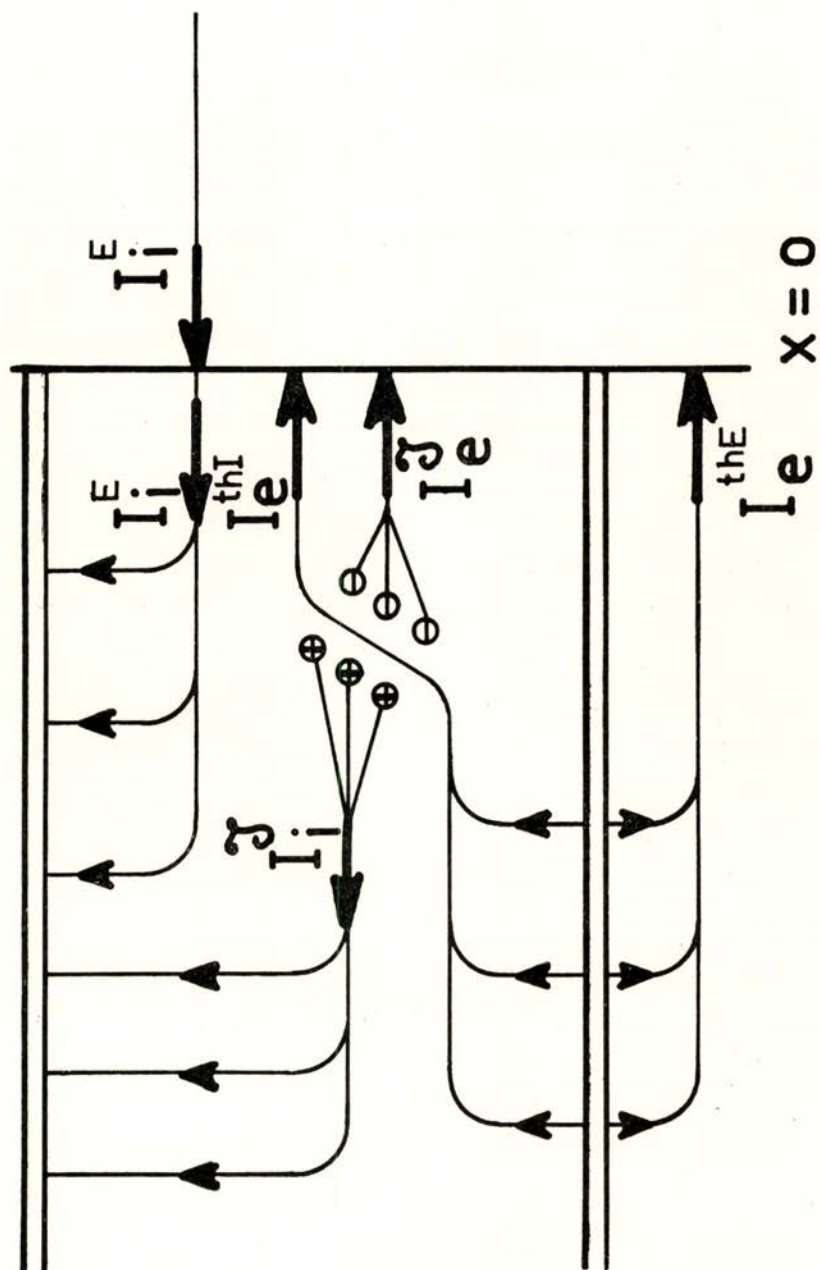


Fig. 41 — Bilan du courant à l'abscisse  $x = 0$  et sur la paroi de la cathode

Nous avons donc 13,1 A au lieu des 20 A effectivement fournis par la décharge; on peut envisager les possibilités suivantes d'explication :

— Nous avons ignoré le composant  $I_i^E(0)$  (courant ionique arrivant sur la cathode en provenance du plasma extérieur). Ce courant n'est pas a priori déterminé, dépendant des valeurs du champ électrique longitudinal dans le plasma extérieur et de la chute anodique ( $X_E = 0,25$  V/cm et  $V_A = 15$  V dans notre cas). Ces grandeurs déterminent le nombre de processus d'ionisation dans le plasma extérieur.

Remarquons que la solution  $I_i^E(0) = 0$  est théoriquement possible: les électrons et les ions créés à l'extérieur serviraient simplement à compenser les pertes par diffusion ambipolaire sur les parois de l'enceinte.

Ce problème de déterminer la partie ionique du courant total peut être résolu par l'analyse détaillée des processus inélastiques dans le plasma extérieur; c'est un problème complexe, comme le prouvent les conclusions contradictoires fournies par des auteurs divers (par exemple,  $I_i/I_e$  variant entre  $10^{-3}$  et 0,5). Nous avons tendance à croire, jusqu'à preuve du contraire, que le courant ionique extérieur n'est qu'une faible partie du courant total, raison par laquelle il nous semble improbable que le défaut de courant dans nos résultats soit dû à ce courant ionique.

— Il est possible que l'émission thermoionique ne soit pas le seul processus d'émission cathodique. L'émission secondaire par les ions doit être rejetée comme insuffisante à expliquer ce défaut, car le rendement est trop faible ( $\gamma_i = 0,1$ ) [25]. Il reste à considérer l'émission secondaire par impact des métastables sur la paroi; malheureusement, nous ignorons la valeur de  $\gamma_m$  correspondante. Il faudrait que ce facteur soit très important pour que cet effet puisse être appréciable.

— Enfin, nous n'avons pas tenu compte de la possibilité d'émission photoélectrique par les photons issus des processus de désexcitation radiative.

Il reste à savoir si le résultat obtenu n'est pas tout simplement la conséquence des défauts de notre modèle, discontinu pour ce qui est de l'énergie des électrons et limité à 3 états (fondamental, métastable, ion à l'état fondamental) pour les états possibles des particules lourdes.

b) *Bilan énergétique*

On retrouve le même défaut de courant dans le calcul du bilan énergétique de la région cathodique : la puissance reçue par la paroi cathodique dans la C.P.I. est inférieure à celle évacuée par le rayonnement dans cette région. Le défaut est d'au moins 50 %.

Cependant, la forme générale de la courbe de puissance d'échauffement de la paroi prouve que le maximum de température cathodique est situé au voisinage de l'origine  $x_0$  ( $V_g(x_0) = 12 V$ ) de la C.P.I. Par contre — est c'est là l'aspect négatif de notre travail — nous n'avons pas pu déterminer l'empacement *exact* de l'équipotentielle  $V = 12 V$ , en raison de l'imprécision manifeste de notre bilan énergétique.

c) — *Principe du fonctionnement de la décharge*

Le maximum de bombardement ionique détermine la zone la plus chaude de la cathode; ce maximum se situe au voisinage de l'équipotentielle  $V = 12 V$ , qui doit être considérée comme le début de la C.P.I.. Cette zone s'établit à une abscisse où la pression du gaz neutre est suffisamment forte pour assurer un bon rendement d'ionisation des électrons émis par la paroi.

La valeur optimale de la pression des neutres qui conduit à un maximum de bombardement ionique (le maximum de puissance d'échauffement correspond approximativement à celui de la densité du courant ionique) pourrait être déterminée par dérivation de l'équation (151) de  $j_{ir}$ , considérée comme une fonction de la pression ( $P$  et  $x$  varient dans le même sens). Malheureusement nous ne connaissons pas a priori l'expression analytique de  $\mathcal{J}_T(x)$ , dont la forme dépend des conditions expérimentales.

On peut imaginer le fonctionnement d'une cathode creuse en régime d'arc, de la manière suivante :

*Amorçage :*

Supposons que l'arc s'amorce, comme pour une électrode classique, à partir de l'extrémité de la cathode. La tension de la décharge doit être suffisamment élevée pour permettre la création d'un courant ionique provenant du plasma extérieur; ces ions bombardent la cathode, qui commence à chauffer et donc, à émettre des électrons par effet thermoionique.

Progressivement, les électrons émis par la paroi intérieure de la cathode commencent à ioniser le gaz dans le canal; les ions arrivant de l'extérieur pénètrent de plus en plus profondément dans le canal cathodique; l'échauffement par ce bombardement gagne des régions de plus en plus profondes. Le processus atteint l'équilibre lorsque le courant ionique longitudinal est «freiné» par une pression trop forte des neutres. Dans ce régime, la tension de la décharge est plus faible pour le même courant, car une surface importante de la cathode est devenue émissive; la majeure partie des processus d'ionisation a lieu à l'intérieur du canal.

Il est concevable que l'ensemble de ces processus ne puisse pas se déclencher si le courant est trop faible lors de l'amorçage de l'arc, car dans ces conditions la cathode n'arrive pas à chauffer suffisamment pour que l'ionisation du gaz à l'intérieur du canal commence à avoir lieu. Ceci explique pourquoi, dans le régime à trop faible courant, on observe la formation d'une tache cathodique sur la paroi *extérieure* de la cathode. La pénétration des ions à l'intérieur du canal doit être facilitée si l'on diminue le débit cathodique de gaz : là encore, les expériences le confirment; on vérifie que, effectivement, la réduction du débit facilite l'établissement du régime normal.

#### *Variation du débit cathodique:*

Lors du fonctionnement en régime normal, l'équilibre entre les processus que nous avons décrit (ionisation dans le canal, perte d'ions sur la paroi de la cathode), est rompu si, par variation du débit cathodique, on fait changer la valeur de la pression à l'intérieur du canal. Une diminution du débit fait pénétrer les ions plus loin (la mobilité ionique a augmenté); le maximum de bombardement va s'établir à une abscisse plus grande. De même, un débit plus fort entraîne le raccourcissement de la colonne positive intérieure.

#### *Zone active:*

Étant donné que la majeure partie du courant électronique provient de la zone du maximum de température cathodique et que le courant ionique est maximum au même endroit, cette région peut être assimilée à la tache cathodique qui, dans les arcs à cathode classique,



est le point source du courant de la décharge. Cependant, dans les arcs à cathode creuse, cette zone active est étendue, diffuse et sa température est comparativement basse, ce qui accroît la durée de vie de la cathode et la pureté du plasma extérieur.

d) *Rôle des métastables*

Nous avons montré que l'ionisation en deux étapes (atome non excité  $\rightarrow$  métastable ; métastable  $\rightarrow$  ion) était un processus très important dans le mécanisme de production d'ions dans la C. P. I. En outre, l'existence d'une population assez dense de métastables, telle que nous l'avons prévue par la voie théorique, permet d'envisager des possibilités très intéressantes de l'utilisation des cathodes creuses comme des sources de ces particules. Leur durée de vie, l'énergie très importante (11,5 eV) dont elles disposent et — surtout — le fait qu'il s'agit de particules neutres, insensibles aux champs électriques ou magnétiques, rendent ces métastables très utiles comme un moyen simple de produire des collisions inélastiques très énergétiques avec d'autres particules.

\* \* \*

Nous désirons exprimer notre gratitude à M. M. les Professeurs J. L. Delcroix, Directeur du Laboratoire de Physique des Plasmas de la Faculté des Sciences d'Orsay, et W. P. Allis du Massachusetts Institute of Technology, pour un grand nombre de critiques et suggestions de nature théorique ; à M. H. Mino du Laboratoire de Physique des Plasmas avec qui nous avons effectué la majeure partie du travail expérimental ; et à M. R. Estival, du même Laboratoire, pour son assistance dans la vérification des calculs.



APPENDICES



## APPENDICE I

### 1 — ÉPAISSEUR DE LA GAINÉ IONIQUE

Il s'agit pour nous de déterminer l'épaisseur de la gainé positive qui se forme sur la paroi du canal cathodique.

Mackeown [15] a traité un problème semblable, en partant des hypothèses suivantes :

- Géométrie unidimensionnelle (paroi plane, infinie).
- Les ions arrivent sur la lisière de la gainé avec une densité de courant  $j_i$  (cf. Fig. A-1 (a)) et énergie négligeable.
- Les électrons sont émis par la paroi cathodique sans énergie initiale, avec une densité de courante  $j_e^c$ .
- On néglige les collisions à l'intérieur de la gainé.

Dans ces conditions on peut écrire l'équation de Poisson :

$$\frac{d^2V}{dx^2} = - \frac{1}{\epsilon_0} \left( \frac{j_i}{v_i} - \frac{j_e^c}{v_e} \right) \quad (1)$$

Le système MKSA a été utilisé;  $v_i$  et  $v_e$  sont respectivement les vitesses acquises par les ions et les électrons dans la gainé, soit :

$$v_i = \left[ \frac{2q}{M} (V_g - V) \right]^{1/2} \quad (2)$$

$$v_e = \left( \frac{2q}{m} V \right)^{1/2} \quad (3)$$

$V$  étant le potentiel au point  $x$  et  $V_g$  le potentiel à la lisière de la gainé.

En substituant (2) et (3) dans (1) on obtient :

$$-\frac{d^2V}{dx^2} = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\frac{m}{2q}\right)^{1/2} \left[ \left(\frac{M}{m}\right)^{1/2} (V_g - V)^{-1/2} j_i - V^{-1/2} j_e^c \right] \quad (4)$$

En intégrant avec la condition aux limites  $\left(\frac{dV}{dx}\right) = 0$  pour  $V = V_g$  (lisière de la gaine), on obtient :

$$\left(\frac{dV}{dx}\right)^2 = \frac{4}{\epsilon_0} \left(\frac{m}{2q}\right)^{1/2} \left[ j_i \left(\frac{M}{m}\right)^{1/2} (V_g - V)^{1/2} - j_e^c (V_g^{1/2} - V^{1/2}) \right] \quad (5)$$

Cette équation n'est pas d'intégration commode ; Mackeown se limite à calculer le champ électrique à la paroi ( $V = 0$ ) et obtient :

$$\left(\frac{dV}{dx}\right)_{\text{paroi}} = \frac{4}{\epsilon_0} \left(\frac{m}{2q}\right)^{1/2} V_g^{1/2} \left[ j_i \left(\frac{M}{m}\right)^{1/2} - j_e^c \right] \quad (6)$$

Dans notre cas ce qui nous intéresse est d'évaluer l'épaisseur  $e$  de la gaine ; nous allons effectuer un calcul d'ordre de grandeur, à défaut de savoir intégrer (5).

Calculons d'abord le champ électrique et le potentiel dans la gaine dans le cas où il n'y a pas d'émission de la paroi ( $j_e^c = 0$ ).

$$\left(\frac{dV}{dx}\right)_{\text{ion}} = \left[ \frac{4}{\epsilon_0} \left(\frac{M}{2q}\right)^{1/2} j_i \right]^{1/2} (V_g - V)_{\text{ion}}^{1/4} \quad (7)$$

En intégrant, avec la condition aux limites  $V = 0$  pour  $x = 0$  on obtient :

$$V_{\text{ion}} = V_g \left[ 1 - \left(1 - \frac{x}{e_{\text{ion}}}\right)^{4/3} \right] \quad (8)$$

$$\text{avec : } e_{\text{ion}} = \frac{2}{3} \left(\frac{2q}{M}\right)^{1/4} \left(\frac{\epsilon_0}{j_i}\right)^{1/2} V_g^{3/4} \quad (9)$$

La courbe  $V/V_g = f(x/e)$  est représentée dans la Figure A-1(b). Le potentiel croît d'une façon monotone entre les abscisses  $O$  et  $e$  ; le champ électrique est maximum à la paroi et décroît d'une façon monotone jusqu'à l'abscisse  $e$ , où il est nul.

Si l'on calcule  $e_{\text{ion}}$  dans ce cas pour  $V_g = 50 \text{ V}$ ,  $n_i = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ ,  $T_i = 0,24 \text{ eV}$ , en partant de l'hypothèse que les ions arrivent à la lisière de la gaine par l'effet de leur agitation thermique :

$$j_i = \frac{n_i q w_i}{4} = 0,24 \text{ A cm}^{-2}$$

on aura :

$$e_{\text{ion}} = 3,9 \times 10^{-3} \text{ cm}$$

(10)

Nous allons déterminer maintenant l'effet des électrons d'émission. Remarquons d'abord que la courbe du potentiel présente dans ce cas un point d'inflexion à l'intérieur de la gaine, déterminé par la condi-

tion  $\left(\frac{d^2 V}{dx^2}\right) = 0$ . Le point  $I$  a l'ordonnée :

$$(V)_I = \frac{V_g}{1 + \left(\frac{j_i}{j_e}\right)^2 \frac{M}{m}} \quad (11)$$

Du fait de la présence des électrons d'émission, la courbe du potentiel est déformée, surtout au voisinage de la paroi, où elle tourne la concavité vers le haut (cf. Figure A-1 (c)).

Nous pouvons déterminer une limite supérieure de l'épaisseur de la gaine dans le cas où l'effet des électrons se ferait sentir plus fortement (haute température de la paroi, si l'on admet que cette émission est surtout d'origine thermoionique), de la manière suivante :

- Imaginons le tracé de la tangente à la courbe  $V(x)$  à l'origine (droite  $OA$  de la Figure A-I (c)).
- Traçons aussi idéalement (puisque l'on ne connaît de la courbe que sa forme), la tangente qui est parallèle à  $\overline{OA}$  (droite  $\overline{BC}$ ).
- Calculons l'ordonnée du point de tangence  $B$ .

Ainsi, la pente de la droite  $\overline{OA}$  a la valeur (cf. éq. 5 avec  $V = 0$ ) :

$$\left.\frac{dV}{dx}\right|_{\text{paroi}} = \left\{ \frac{4}{\epsilon_0} \left(\frac{m}{2q}\right)^{1/2} V_g^{1/2} \left[ j_i \left(\frac{M}{m}\right)^{1/2} - j_e \right] \right\}^{1/2} \quad (12)$$

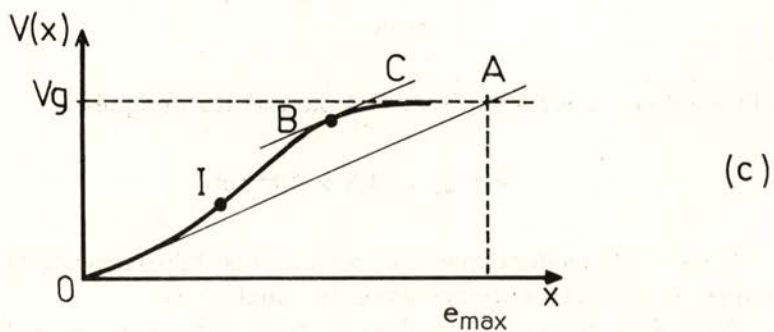
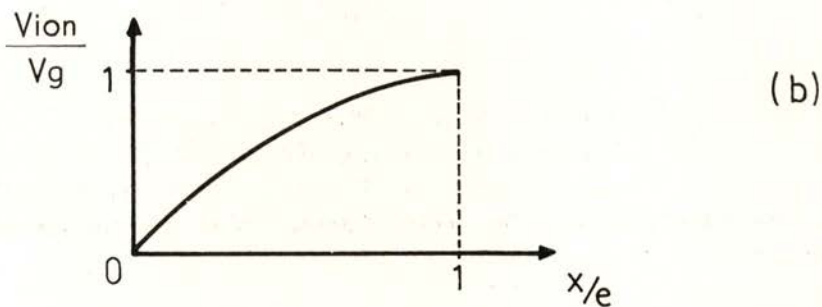
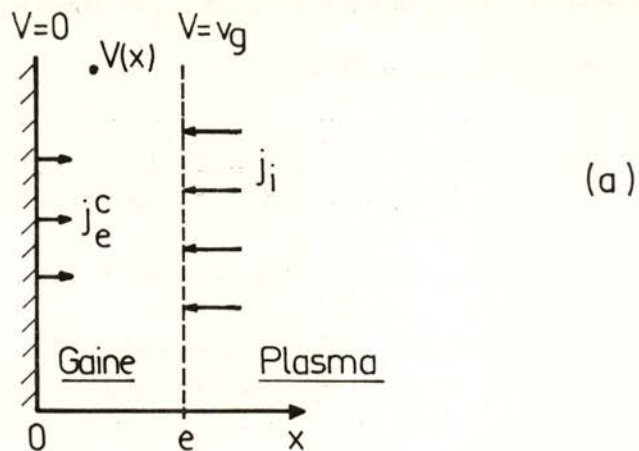


Fig. A-1 — a) — Modèle de la gaine suivant Mackeown.  
 b) — Potentiel dans la gaine en absence d'émission électronique.  
 c) — Potentiel dans la gaine en cas d'émission électronique (qualitatif).



En écrivant la condition :

$$\left. \frac{dV}{dx} \right|_B = \left. \frac{dV}{dx} \right|_{\text{paroi}} \quad (13)$$

on obtient, en plus de  $V = 0$ , la solution :

$$\frac{V_B}{V_g} = \frac{4 j_e^{c2} j_i^2 M m}{(j_i^2 M + j_e^{c2} m)^2} \quad (14)$$

soit, pour  $j_i = 0,24 \text{ A/cm}^2$  et  $j_e = 40 \text{ A/cm}^2$  (forte émission cathodique) :

$$\frac{V_B}{V_g} = 0,87$$

Dans ces conditions où le point  $B$  est très proche de l'ordonnée  $V = V_g$  (donc, proche de la lisière de la gaine), la droite  $\overline{OA}$  intercepte la droite  $V = V_g$  dans un point dont l'abscisse dépasse l'épaisseur de la gaine. Nous prendrons donc cette abscisse comme une limite supérieure de  $e$ .

Il suffit donc d'écrire :

$$\left. \frac{dV}{dx} \right|_{\text{paroi}} \times e_{\max} = V_g \quad (15)$$

et l'on obtient, pour les valeurs des paramètres indiqués :

$$e \leq e_{\max} = 4,3 \times 10^{-3} \text{ cm}$$

Nous vérifions donc que dans tous les cas, l'épaisseur de la gaine ionique est très inférieure au rayon du canal.

En même temps, l'hypothèse initiale négligeant les collisions à l'intérieur de la gaine se trouve vérifiée (nous verrons plus tard que le libre parcours moyen de collision  $e-n$  ou  $i-n$  est toujours supérieur à cette valeur de  $e$ ).

## 2 — PROFIL RADIAL DE LA DENSITÉ DE IONS ET ÉLECTRONS DE LA C. P. I.

Étudions d'abord le régime de diffusion radiale des particules chargées, suivant Delcroix [20]. Dans cette théorie il faut comparer la longueur de Debye électronique à la longueur de relaxation du mode principal de diffusion (dans notre cas, le rayon  $R$  du canal).

La longueur de Debye  $h_o$ , s'obtient à partir de :

$$h_o = \frac{kT_e}{4\pi n_e q_e^2} = 6,9 \left( \frac{T_e}{n_e} \right)^{1/2} \text{ (CGS)} \quad (16)$$

Dans notre cas, en posant  $T_e \sim 3 \text{ eV}$ ,  $n_e \sim 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  on obtient :

$$h_o = 10^{-4} \text{ cm}$$

Cette longueur étant très inférieure au rayon (de l'ordre de quelques millimètres) la diffusion est ambipolaire parfaite et ce plasma obéit à la condition de quasi-neutralité  $n_e \simeq n_i$ .

Cherchons maintenant à établir la forme du profil radial de la densité ionique.

Nous allons considérer l'équation de conservation des ions dans une certaine section transversale du canal cathodique, en régime permanent. En outre, nous allons ignorer l'existence d'un flux ionique longitudinal, ce qui aura comme conséquence d'accentuer le gradient radial de densité ionique.

L'équation de conservation des ions, en absence de flux longitudinal, s'écrit :

$$D_a \nabla_r^2 n_i = -i(r) \quad (17)$$

avec :

$i(r)$  : taux local d'ionisation (ions créés/cm<sup>3</sup>s), croissant avec  $r$  ;  
 $D_a$  : coefficient de diffusion ambipolaire.

Dans un premier cas considérons  $i(r) = \text{cte}$  (indépendant du rayon). L'équation qui relie  $i(r)$  au taux d'ionisation global  $\mathcal{I}$  s'écrit :

$$\frac{R^2}{2} \mathcal{I} = \int_0^R i(r) r dr \quad (18)$$

et nous avons donc dans ce cas  $i(r) = \mathcal{I}$ .

L'équation (17) devient :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial n_i}{\partial r} \right) = - \frac{\mathcal{J}}{D_a} \quad (19)$$

et nous obtenons, par intégration :

$$n_i = - \frac{\mathcal{J}}{4D_a} r^2 + K_1 \log r + K_2 \quad (20)$$

La condition  $n_i(0) = n_{i0}$  impose  $K_1 = 0$  et  $K_2 = n_{i0}$

$$n_i = n_{i0} \left( 1 - \frac{\mathcal{J}}{4 D_a n_{i0}} r^2 \right) \quad (21)$$

Nous avons donc un profil parabolique et la valeur que la densité prend au voisinage de la paroi est fonction des paramètres  $D_a$ ,  $\mathcal{J}$  et  $R$  (cf. Figure 9-b).

$$n_i(R) = n_{i0} \left( 1 - \frac{\mathcal{J} R^2}{4 D_a n_{i0}} \right) \quad (22)$$

Considérons maintenant le cas d'une répartition radiale des processus d'ionisation  $i(r)$  plus proche de la réalité. Dans le but de traduire l'existence d'une majorité de ces processus au voisinage de la paroi nous allons supposer la forme suivante de  $i(r)$  (cf. Figure 9-c).

$$\begin{cases} i(r) = 0 & (r < R_1) \\ i(r) = A \text{ (cte)} & (R_1 \leq r \leq R) \end{cases} \quad (23)$$

$R_1$  étant un certain rayon dont la valeur ne sera pas pour le moment précisée.

L'expression (18) permet de déterminer la valeur de  $A$  :

$$\mathcal{J} = \frac{2}{R^2} \int_{R_1}^R A r dr \quad (24)$$

soit 
$$A = \frac{\mathcal{J} R^2}{R^2 - R_1^2} \quad (25)$$

L'équation de conservation des ions devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla_r^2 n_i = -\frac{\mathcal{I}}{D_a} \frac{R^2}{(R^2 - R_1^2)} \text{ pour } R > r \geq R_1 \\ \nabla_r^2 n_i = 0 \text{ pour } r < R_1 \end{array} \right. \quad (26)$$

En intégrant et en posant les conditions frontières  $n_i(0) = n_{i0}$  (fini);  $\left(\frac{\partial n_i}{\partial r}\right)_{R_1+\varepsilon} = \left(\frac{\partial n_i}{\partial r}\right)_{R_1-\varepsilon}$  (continuité du gradient de densité au point  $R_1$ ) et  $(n_i)_{R_1+\varepsilon} = (n_i)_{R_1-\varepsilon}$  (continuité de la densité au point  $R_1$ ) on obtient (cf. Figure 9-c):

$$\left\{ \begin{array}{l} n_i = n_{i0} \quad (r > R_1) \\ n_i = n_{i0} - \frac{\mathcal{I}}{4D_a} \frac{R^2}{R^2 - R_1^2} \left[ (r^2 - R_1^2) - R_1^2 \log\left(\frac{r}{R_1}\right)^2 \right]; \\ ; (R_1 \leq r < R) \end{array} \right. \quad (27)$$

Pour  $r = R$  (densité ionique à la paroi) on aura :

$$n_i(R) = n_{i0} \left\{ 1 - \frac{\mathcal{I}}{4D_a n_{i0}} \left[ 1 - \frac{R_1^2}{R^2 - R_1^2} \log\left(\frac{R}{R_1}\right)^2 \right] \right\} \quad (28)$$

En comparant cette expression à l'équation (22) qui donne la valeur de la densité à la paroi dans le cas d'une répartition uniforme des processus d'ionisation, dans toute la section du canal, nous remarquons que dans ce dernier cas le profil radial de densité ionique est le plus accentué des deux (le terme entre crochets de (28) étant inférieur à l'unité).

Évaluons maintenant l'importance du terme soustractif dans (22). Le terme d'ionisation globale  $\mathcal{I}$  est donné par :

$$\mathcal{I} = \frac{2 \eta j_e^c}{q R} \quad (29)$$

Pour une température de paroi  $T_p = 2500^\circ K$ ,  $j_e^c$  (donné par l'équation de Richardson-Dushman de l'émission thermoionique [28]) vaut :

$$j_e^c = 2 \text{ A/cm}^2$$

Si l'on pose  $\eta = 0,3$  (cf. Ch. II-6) et pour  $R = 0,3 \text{ cm}$  on obtient:

$$\mathcal{J} = 2,5 \times 10^{19} \text{ ions cm}^{-3}\text{s}^{-1}$$

D'autre part le coefficient de diffusion ambipolaire  $D_a$  vaut :

$$D_a = \frac{\nu_i D_e - \nu_e D_i}{\nu_i - \nu_e} \quad (30)$$

$$\approx D_i \left( 1 + \frac{T_e}{T_i} \right)$$

avec  $D_i$  (coefficient de diffusion ionique) donné par :

$$D_i = \frac{kT_i}{M n_n \sigma_{i-n} w_i} \quad (31)$$

$M$  = Masse de l'ion

$n_n$  = Densité des neutres

$\sigma_{i-n}$  = Section efficace de transfert de quantité de mouvement ion-atome.

Pour des conditions courantes de fonctionnement ( $T_i = 0,22 \text{ eV}$ ;  $n_i = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ ;  $\sigma_{i-n} = 35 \times 10^{-16} \text{ cm}^2$ ;  $n_n = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ;  $T_e = 3 \text{ eV}$ ) on obtient :

$$D_a = 4,26 \cdot 10^4 \text{ cm}^2\text{s}^{-1}$$

et :

$$\frac{\mathcal{J} R^2}{4n_{i0} D_a} = 0,16$$

Nous aurons alors :

$$n_i(R) > 0,84 n_{i0}$$

et le profil de densité est assez aplati.

3 — INTENSITÉ DU CHAMP ÉLECTRIQUE RADIAL DANS  
LA C. P. I.

Le champ électrique radial s'obtient à partir de l'expression :

$$X_r(r) = \frac{kT_e}{q} \frac{\nabla_r n_e}{n_e} \quad (32)$$

Faisons intervenir l'expression qui donne la variation radiale de  $n$  (donc, de  $n_e$ ) et qui a été déduite dans le paragraphe précédent pour  $i(r) = \mathcal{I}$  (ionisation indépendante de  $r$ )

$$\nabla_r^2 n_e = - \frac{\mathcal{I}}{D_a} \quad (33)$$

Ou obtient :

$$\frac{\partial n_e}{\partial r} = - \frac{\mathcal{I}}{2D_a} r \quad (34)$$

Le gradient est donc maximum à la paroi, où il vaut :

$$\left. \frac{\partial n_e}{\partial r} \right|_R = - \frac{\mathcal{I}}{2D_a} R \quad (35)$$

et l'on obtient (cf. Eq. A-I-22) :

$$|X_r|_{\text{Max}} = \frac{kT_e}{q} \frac{\frac{\mathcal{I}}{2D_a} R}{n_{e0} - \frac{\mathcal{I}}{4D_a} R^2} \quad (36)$$

En négligeant  $\frac{\mathcal{I}}{4D_a} R^2$  devant  $n_{e0}$  on obtient, dans le cas de l'ionisation indépendante de la coordonnée radiale :

$$|X_r|_{\text{Max}} \simeq \frac{kT_e}{q} \frac{\mathcal{I}R}{2D_a n_{e0}} \quad (37)$$

Supposons maintenant, comme dans le paragraphe précédent, une loi radiale des processus d'ionisation telle que :

$$\left\{ \begin{array}{ll} i(r) = 0 & \text{pour } r < R_1 \\ i(r) = \frac{\mathcal{I}R^2}{R^2 - R_1^2} & \text{pour } R > r \geq R_1 \end{array} \right. \quad (38)$$

On obtient par intégration de l'équation de conservation :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial n_e}{\partial r} = -\frac{\mathcal{I}}{2D_a} \frac{R^2}{R^2 - R_1^2} \left( r - \frac{R_1^2}{r} \right) \\ n_e = n_{eo} - \frac{\mathcal{I}}{2D_a} \frac{R^2}{R^2 - R_1^2} \left[ \left( r^2 - R_1^2 \right) - R_1^2 \log \left( \frac{r}{R_1} \right)^2 \right] \end{array} \right. \quad (R > r \geq R_1) \quad (39)$$

$$\text{et } \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial n_e}{\partial r} = 0 \\ n_e = n_{eo} \end{array} \right. \quad (r < R_1) \quad (40)$$

L'analyse de l'équation (39) montre que le gradient de densité est, là encore, maximum pour  $r = R$ . Il y vaut :

$$\left. \frac{\partial n_e}{\partial r} \right|_R = -\frac{\mathcal{I}}{2D_a} R \quad (41)$$

soit, exactement le même que dans le cas  $i(r) = \mathcal{I}$ .

Nous prenons donc :

$$\left| X_r \right|_{Max} \simeq \frac{kT_e}{q} \frac{\mathcal{I}R}{2D_a n_{eo}} \quad (42)$$

comme champ électrique radial maximum dans la C.P.I.

1870  
The first of the year  
was a very dry one  
and the crops were  
very poor. The  
winter was also  
very cold and  
the snow was  
very deep. The  
spring was also  
very dry and  
the crops were  
very poor. The  
summer was also  
very dry and  
the crops were  
very poor. The  
autumn was also  
very dry and  
the crops were  
very poor.

The first of the year  
was a very dry one  
and the crops were  
very poor. The  
winter was also  
very cold and  
the snow was  
very deep. The  
spring was also  
very dry and  
the crops were  
very poor. The  
summer was also  
very dry and  
the crops were  
very poor. The  
autumn was also  
very dry and  
the crops were  
very poor.

The first of the year  
was a very dry one  
and the crops were  
very poor. The  
winter was also  
very cold and  
the snow was  
very deep. The  
spring was also  
very dry and  
the crops were  
very poor. The  
summer was also  
very dry and  
the crops were  
very poor. The  
autumn was also  
very dry and  
the crops were  
very poor.



## APPENDICE II

### ÉCOULEMENT D'UN GAZ DANS UN CONDUIT CYLINDRIQUE EN RÉGIME INTERMÉDIAIRE

Le débit de gaz  $Q_c$  s'obtient, en fonction des pressions  $P_A$  et  $P_B$  dans deux points d'un conduit cylindrique, à partir de l'équation de Poiseuille corrigée pour le régime intermédiaire d'écoulement [28]

$$\gamma Q_c(P_o, T_o) = \frac{\pi T_o}{16\eta T_m P_o} R^4 \frac{P_A^2 - P_B^2}{x_A - x_B} \quad (1)$$

avec :

$$\gamma = \frac{1}{1 + 6,8 Z \frac{\lambda_o}{R}} \quad (2)$$

$\gamma$  est appelé : facteur de Knudsen.

$Z$  est une fonction qui dépend faiblement de  $\lambda_o$  et de  $R$ , variant entre 0,81 et 1 ; nous prendrons dans la suite  $Z = 0,9$ .  $Q_c$  est le débit de gaz ramené aux conditions normales de température et de pression ( $T_o$ ,  $P_o$ ) ;  $\eta$ , la viscosité dynamique du gaz ;  $T_m$  la température moyenne du gaz ;  $\lambda_o$  le libre parcours moyen des molécules de gaz, à la pression moyenne  $P_m = \frac{P_A + P_B}{2}$  dans le tube.

On peut donner une forme plus commode au facteur correctif de Knudsen, en faisant intervenir la section efficace de collision élastique entre atomes,  $\sigma$  ; on aura alors :

$$\gamma = \frac{1}{1 + 6,8 Z \frac{k T_m}{\sigma R P_m}} \quad (3)$$

et l'équation (1) devient :

$$R^4 \frac{P_A^2 - P_B^2}{x_A - x_B} + 2 B R^3 \frac{P_A - P_B}{x_A - x_B} - C Q_c = 0 \quad (4)$$

$$B = \frac{6,8 Z k T_m}{\sigma} \quad (5)$$

avec :

$$C = \frac{16 \eta P_o T_m}{\pi T_o} \quad (6)$$

L'équation (4) contient un terme d'écoulement en régime visqueux (conductance proportionnelle à  $R^4 P_m$ ) et un terme de régime moléculaire (conductance proportionnelle à  $R^3$ ).

En posant  $x_B = 0$  (extrémité de la cathode) et en connaissant expérimentalement la pression à ce point (voisine de la pression  $P_E$  dans l'enceinte), on est en mesure de calculer la répartition longitudinale de la pression  $P(x)$  si l'on connaît la température moyenne  $T_m$  du gaz à l'intérieur du tube. On obtient, après quelques lignes de calcul :

$$P(x) = \frac{B}{R} \left\{ \left[ \frac{C}{B^2} \frac{x Q_c}{R^2} + \left( \frac{P_E}{B} R + 1 \right)^2 \right]^{1/2} - 1 \right\} \quad (7)$$

Étant donné que c'est l'expression de la densité des neutres que l'on cherche à obtenir, nous allons faire apparaître le terme  $\frac{P}{k T_m}$  et en même temps, faire  $\frac{C}{B^2} = a$ . On aura :

$$\frac{P(x)}{k T_m} = \frac{b(T_m)}{R} \left\{ \left[ a(T_m) \frac{x Q_c}{R^2} + \left( \frac{P_E}{k T_m b(T_m)} + 1 \right)^2 \right]^{1/2} - 1 \right\} \quad (8)$$

$$b(T_m) = \frac{6,8 Z}{\sigma(T)} \quad (9)$$

$$a(T_m) = \frac{0,11 P_o}{Z^2 T_o k^2} \frac{\eta(T_m) \cdot \sigma^2(T_m)}{T_m} \quad (10)$$

Les dépendances de  $\eta$  et  $\sigma$  en fonction de la température sont connues théoriquement. On a ainsi [24].

$$\sigma = \pi d_o^2 \sigma^* (T_m) \quad (\text{en } 10^{-16} \text{ cm}^2)$$

$$\eta = 2,67 \times 10^{-5} \frac{\sqrt{M T_m}}{d_o^2 \Omega^* (T_m)} \quad (\text{en g/cm s}) \quad (12)$$

avec :  $d_o$  : diamètre des molécules en Å (3,41 pour l'Argon).

$\sigma^*$  : correction de température au modèle des sphères rigides.

$M$  : masse moléculaire.

$\Omega^*$  : intégrale de collision pour la viscosité.

Les valeurs de  $\sigma^*$  et de  $\Omega^*$  sont tabulées en fonction de la température.

En substituant les grandeurs par leurs valeurs on aura :

$$a(T_m) = 5,1 \frac{(\sigma^*)^2}{\Omega^* T_m^{1/2}} \quad (CGS) \quad (13)$$

$$b(T_m) = 0,167 \cdot 10^{16} \cdot \frac{1}{\sigma^*} \quad (CGS) \quad (14)$$

On obtient, en fonction de la température  $T_m$ , les valeurs présentées dans le Tableau A.

$T_m$ (°K)	250	500	1000	1500	2000	2500	3000
$\sigma^*$	1,5	1	0,85	0,81	0,77	0,75	0,73
$\Omega^*$	1,173	0,97	0,85	0,81	0,77	0,74	0,72
$a$ (s cm <sup>-2</sup> )	0,62	0,42	0,138	0,105	0,087	0,076	0,067
$b$ (10 <sup>16</sup> cm <sup>-2</sup> )	0,111	0,167	0,197	0,210	0,217	0,224	0,230

Tableau A — Valeurs de  $\sigma^*$ ,  $\Omega^*$ ,  $a$  et  $b$  en fonction de la température  $T_m$

Les valeurs de  $a$  et  $b$  sont présentées dans la Figure 13, dans le texte principal.

THE ...

The first part of the ...

$$\frac{1}{x^2} = x^{-2} \Rightarrow \frac{d}{dx} x^{-2} = -2x^{-3} = -\frac{2}{x^3}$$

The second part of the ...

The third part of the ...

### APPENDICE III

#### ÉCHAUFFEMENT DU GAZ PAR LA PAROI CATHODIQUE

Soit  $L$  la longueur de la partie du canal précédant la C.P.I. ( $L = L_c - x_0$ ; cf. Figure A-2), dont la température varie entre  $T_{p_1} = 800^\circ K$  et  $T_{p_2} \sim 2500^\circ K$ . Le gaz est introduit par la section 1 à la température ambiante ( $T_1 \sim 300^\circ K$ ) avec un débit massique  $q_c$  (kg/h.) On cherche la température  $T_2$  du gaz dans la section 2 et la puissance transférée  $\Delta W_{pg}$ .

Prenons d'abord le cas plus simple où la paroi serait à une température uniforme (que nous faisons coïncider avec la température moyenne  $\bar{T}_p$ ).

Les courbes de la Fig. A-3 d'après Mac Adam [22] permettent d'obtenir, en fonction de la variable  $X = \frac{q_c C_p}{\lambda L}$ , les deux grandeurs :

$$Y = \frac{T_2 - T_1}{T_p - T_1} \quad \text{et} \quad Z = \frac{2 h_a R}{\lambda} \quad (1)$$

avec :  $h_a$  = coefficient de transfert de chaleur (kcal/h m<sup>2</sup>°C) pour un écart moyen de température (gaz-paroi)  $T_a - T_p$ .

$\lambda$  = conductibilité thermique du gaz (kcal/h m°C).

$C_p$  = chaleur spécifique du gaz à pression constante (kcal/kg°C).

$L$  = longueur de la section (m).

Dans ces courbes il est considéré, en plus du cas d'un profil parabolique des vitesses du gaz (qui correspond à égalité de température  $T_p = T_g$  entre le gaz et la paroi), le cas du profil constant, qui correspond à un fort gradient radial de température du gaz ( $T_p > T_g$ ).

Dans notre cas, pour les valeurs :

$$T_p = 1500^\circ K.$$

$$R = 0,3 \text{ cm}$$

$$\lambda = (1500^\circ K) = 0,046 \text{ kcal/m h } ^\circ\text{C} \quad [24]$$

$$C_p = 0,125 \text{ kcal/kg } ^\circ\text{C} \quad [23]$$

on obtient :

$$X = 2,7 \frac{Q_c}{L'} \quad (Q_c \text{ débit en cm}^3\text{s}^{-1}; L' \text{ en cm}) \quad (2)$$

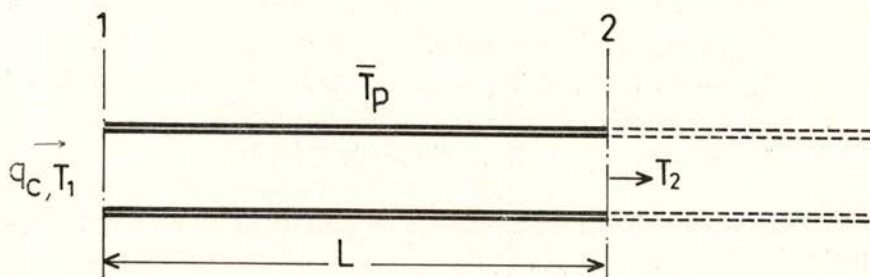
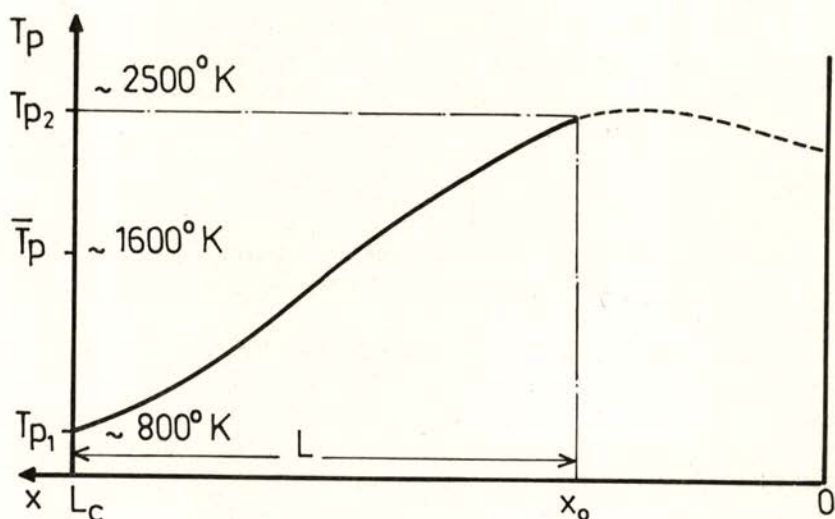


Fig. A-2 — Zone qui précède la C. P. I. : étude de la conduction paroi-gaz

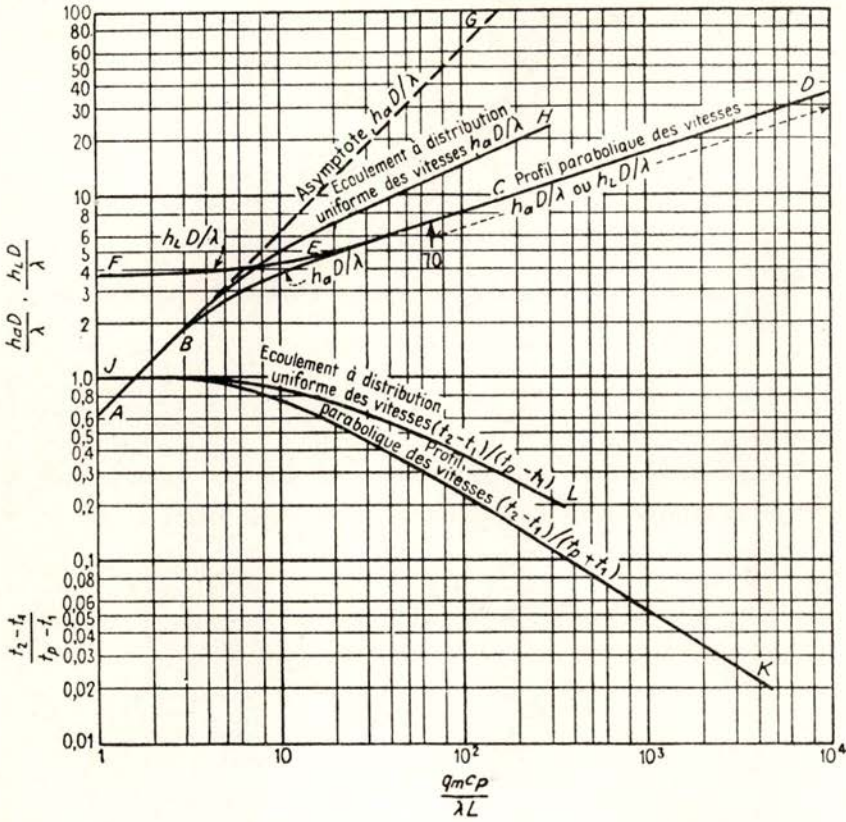


Fig. A-3 — Courbes universelles pour le calcul de l'échauffement d'un gaz traversant un conduit cylindrique, d'après Mac Adam [22]

En se reportant à la courbe Y (X) de la Figure A-3 on constate que  $T_2 \approx T_p$  si  $X \ll 8$ . Donc la longueur  $L_{th} = \frac{Q_c}{3}$  ( $L_{th}$  en cm) peut être considérée comme une «longueur d'équilibre thermique» nécessaire pour parfaire l'équilibre entre le gaz et la paroi. Même pour un débit très fort ( $Q_c = 3 \text{ cm}^3/\text{s}$  a été le plus grand débit pour nous utilisé), cette longueur n'est que 1 cm et décroît linéairement avec le débit.

Donc, dans la généralité des cas, le gaz se met rapidement à la température de la paroi. Dans ces conditions nous sommes concernés avec la partie droite de la courbe Z (X) de la Fig. A-3, qui a pour équation :

$$\frac{2 h_a R}{\lambda} = \frac{2}{\pi} \frac{q_c C_p}{\lambda L} \tag{3}$$

et on a, successivement :

$$h_a = \frac{1}{\pi} \frac{q_c C_p}{L R} \quad (4)$$

$$T_a = \frac{\bar{T}_p + T_1}{2} \quad (5)$$

Il en résulte que la puissance échangée entre la paroi et le gaz,  $W_{pg}$  s'obtient à partir de :

$$\Delta W_{pg} = q_c C_p (\bar{T}_p - T_1) \quad (6)$$

L'expression (6) traduit simplement le fait que tout le gaz est porté de la température  $T_1$  à la température de la paroi  $\bar{T}_p$ .



## APPENDICE IV

### TEMPS DE DÉPLACEMENT DANS UNE TRANCHE ET DURÉE DE VIE DES ÉLECTRONS CONTROLÉS PAR MOBILITÉ

Le temps pris pour un électron du groupe  $k$  pour parcourir la distance  $\Delta x$ , entraîné par le champ électrique, vaut :

$$t_{\mu}(k) = \frac{\Delta x}{\mu_e(k) X} = \frac{\Delta x}{X} \frac{m_e}{q_e} n_n \sigma_{en} \omega_e \quad (1)$$

Pour un champ électrique de référence  $X = 5 \text{ V/cm}$  (auquel correspond une longueur  $\Delta x = 0,8 \text{ cm}$ ) et pour une densité des neutres variant entre  $10^{15}$  et  $10^{16} \text{ cm}^{-3}$ , on obtient, pour les électrons des groupes 1 à 6 (Tableau B) :

$n_n$ ( $\text{cm}^{-3}$ )	$t_{\mu}(1)$	$t_{\mu}(2)$	$t_{\mu}(3)$	$t_{\mu}(4)$	$t_{\mu}(5)$	$t_{\mu}(6)$
$10^{15}$	21	50	63	51	50	50
$10^{16}$	210	500	630	510	500	500

Tableau B : Temps de déplacement par mobilité, des électrons des groupes d'énergie 1 à 6

La durée de vie des électrons des groupes 1 à 6 vaut, respectivement :

$$\begin{aligned}
 t_1 = t_{10} &= \frac{1}{n_m \sigma_{10} w_{e_1}} \\
 t_2 = t_{21} &= \frac{1}{n_m \sigma_{21} w_{e_2}} \\
 t_3 &\simeq \frac{1}{n_n \sigma_{30} w_{e_3}} \\
 t_4 &\simeq \frac{1}{n_n (\sigma_{40} + \sigma_{41}) w_{e_4}} \\
 t_5 &\simeq \frac{1}{n_n (\sigma_{51} + \sigma_{52}) w_{e_5}} \\
 t_6 &\simeq \frac{1}{n_n (\sigma_{62} + \sigma_{63}) w_{e_6}}
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

soit, pour  $n_m = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ ,  $n_n = 10_{15}$  et  $10_{16} \text{ cm}^{-3}$  les valeurs données dans le tableau suivant :

$t$ (ns)	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$t_6$
$(n_n \text{ cm}^{-3})$						
$10^{15}$	2 550	750	87	16	11	9
$10^{16}$	2 550	750	8,7	1,6	1,1	0,9

Tableau C : Durée de vie des électrons des groupes d'énergie 1 à 6 (changement de groupe par collision inélastique sur les particules neutres)

## APPENDICE V

### *CALCUL DE LA FONCTION DE DISTRIBUTION SPATIALE DES ÉLECTRONS ÉMIS DANS UNE TRANCHE, AU BOUT DE N COLLISIONS ÉLASTIQUES SUR LES NEUTRES*

Considérons dans une géométrie unidimensionnelle, un certain nombre d'électrons injectés à l'abscisse  $x = 0$ , qui effectuent des déplacements de sens aléatoire dont le libre parcours moyen est  $\lambda$ . Le pourcentage de particules qui, au bout de  $N$  déplacements se trouvent entre les abscisses  $x$  et  $x+dx$ , est donné par une distribution Maxwellienne [36] :

$$f(x,N) dx = \frac{dx}{(2\pi N\lambda^2)^{1/2}} \exp(-x^2/2N\lambda^2) \quad (1)$$

Cette fonction est normalisée à l'unité :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,N) dx = 1 \quad (2)$$

et le déplacement moyen quadratique  $\langle x^2 \rangle^{1/2}$  est, suivant le résultat connu :

$$\langle x^2 \rangle^{1/2} = \sqrt{N} \lambda \quad (3)$$

Dans le cas qui nous intéresse, les électrons ne sont pas émis au même point, mais sur toute la longueur  $\Delta x$  de la tranche considérée. D'après nos hypothèses (cf. paragraphe 6.1) l'émission est uniforme à l'intérieur de cette tranche  $\left( \psi(x_0) = C \text{ pour } |x| \leq \frac{\Delta x}{2} \right)$ . La nou-

velle fonction de distribution  $F(x, N)$  s'obtient à partir de l'intégrale de convolution :

$$F(x, N) = \int_{-\frac{\Delta x}{2}}^{+\frac{\Delta x}{2}} f(x - x_0, N) \psi(x_0) dx_0 \quad (4)$$

$$= \frac{C}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{\Delta x}{2}}^{+\frac{\Delta x}{2}} B e^{-\frac{B^2}{2}(x-x_0)^2} dx_0$$

avec  $B = \frac{1}{\sqrt{N\lambda}}$  (5)

En effectuant le changement de variable  $y = B(x - x_0)$  on obtient :

$$F(x, N) = \frac{C}{\sqrt{2\pi}} \int_{B\left(x - \frac{\Delta x}{2}\right)}^{B\left(x + \frac{\Delta x}{2}\right)} e^{-y^2/2} dy \quad (6)$$

$$= \frac{C}{\sqrt{2\pi}} \left\{ \int_0^{B\left(\frac{\Delta x}{2} - x\right)} e^{-y^2/2} dy + \int_0^{B\left(\frac{\Delta x}{2} + x\right)} e^{-y^2/2} dy \right\}$$

Les intégrales du type :

$$G(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^X e^{-y^2/2} dy$$

(intégrales de Galton) sont susceptibles d'une description approximative [35]. Ainsi :

$$G(X) = 0,5 \quad \text{pour } X \geq 2,5 \quad (7)$$

$$G(X) = (K_2 - K_1 X) \quad \text{pour } 2,5 > X \geq 0 \quad (8)$$

avec

$$\begin{aligned} K_1 &= 0,09055 \\ K_2 &= 0,4264 \end{aligned}$$

La valeur asymptotique (7) et l'approximation quadratique (8) s'écartent de moins de 2 % de la valeur exacte de la fonction (dans leurs domaines de validité). La fonction:

$$\frac{F(x,N)}{C} = G\left(B \frac{\Delta x}{2} - Bx\right) + G\left(B \frac{\Delta x}{2} + Bx\right) \quad (9)$$

a été calculée à partir de tables de  $G(X)$  [35] ; les courbes de la Figure 21 dans le texte principal représentent cette fonction de la variable  $\frac{2x}{\Delta x}$ , pour plusieurs valeurs du paramètre  $B\Delta x$ .

Considérons maintenant la fonction:

$$\alpha = \frac{\int_{-\frac{\Delta x}{2}}^{+\frac{\Delta x}{2}} F(x,N) dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} F(x,N) dx} \quad (10)$$

La condition de normalisation:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(x,N) dx = 1 \quad (11)$$

détermine la valeur de la constante  $C = \frac{1}{\Delta x}$ .

Le calcul de  $\alpha$  impose donc la connaissance de la fonction  $F$  à l'intérieur de l'intervalle  $\left[-\frac{\Delta x}{2}, +\frac{\Delta x}{2}\right]$ , pour chaque valeur du paramètre  $B\Delta x$ .

a) Dans le domaine  $B\Delta x \leq 2,5$  et pour  $|x| \leq \frac{\Delta x}{2}$  aucun des arguments des fonctions  $G$  (voir équation (9)) n'atteint la valeur 2,5 et

l'approximation quadratique de ces fonctions est acceptable. On aura, dans ce domaine ( $B\Delta x \ll 2,5$ ):

$$\alpha = \frac{2}{\Delta x} \int_0^{\frac{\Delta x}{2}} \left[ K_2 B \Delta x \left( 1 - \frac{K_1}{K_2} B \frac{\Delta x}{2} \right) - 2 K_1 B^2 K \right] dx \quad (12)$$

$$= K_2 B \Delta x \cdot \left( 1 - \frac{2}{3} \frac{K_1}{K_2} B \Delta x \right)$$

b) Dans le domaine  $B \Delta x > 2,5$  nous avons effectué une intégration graphique des courbes de la Figure 22, ayant obtenu les résultats présentés dans le Tableau D.

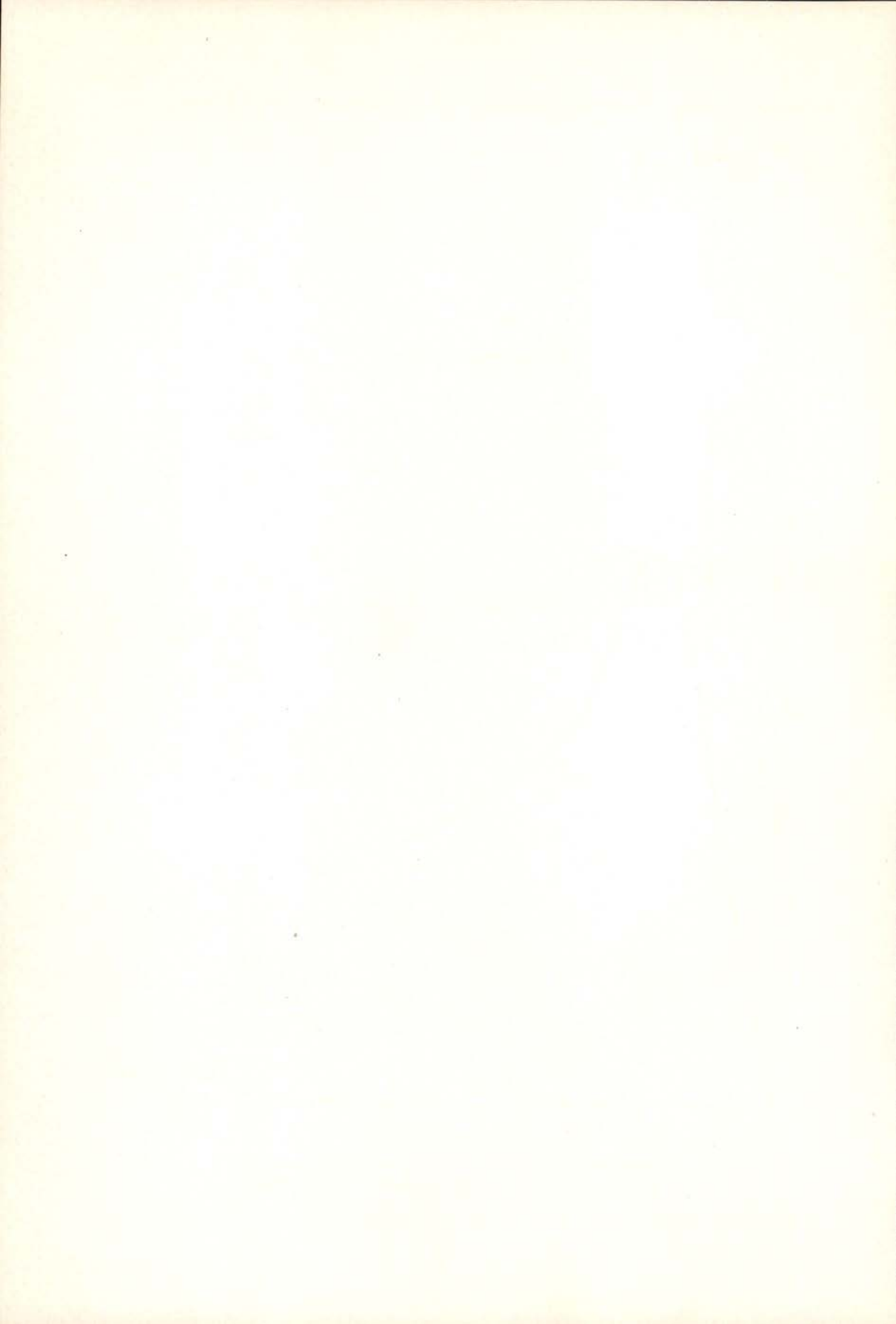
Tableau D — Valeurs de  $\alpha(B\Delta x)$  obtenues par intégration graphique.

$B \Delta x$	2,5	3	4	5	10	20
$\alpha\%$	68	73	79	84	92	97

Les valeurs de  $\alpha$  en fonction de  $B \Delta x$  sont représentées dans la Figure 23 dans le texte principal.

## APPENDICE VI

SECTIONS EFFICACES DE L'ARGON





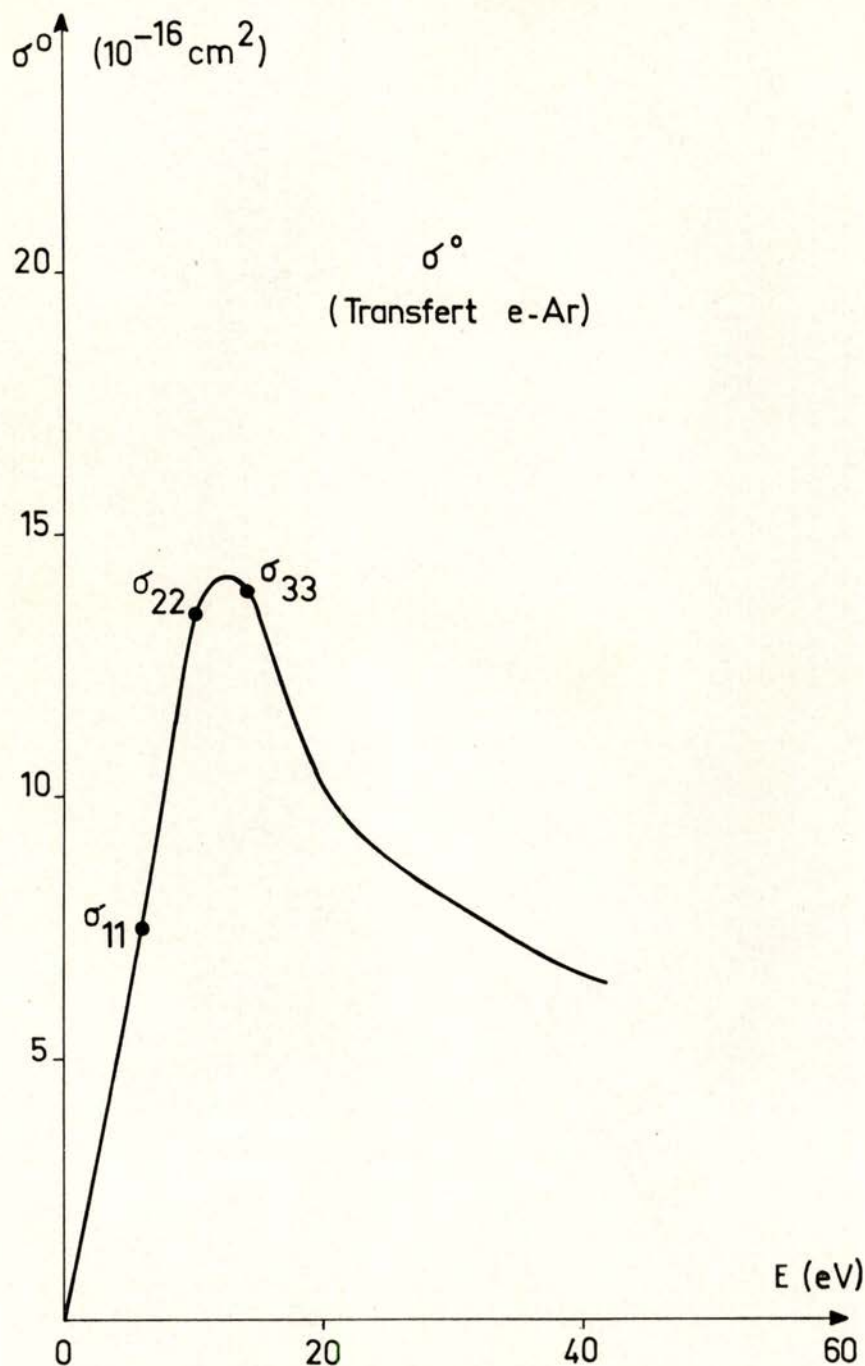


Fig. A-4 — Section efficace de transfert de quantité de mouvement pour les collisions élastiques électron-atome d'Argon [34]

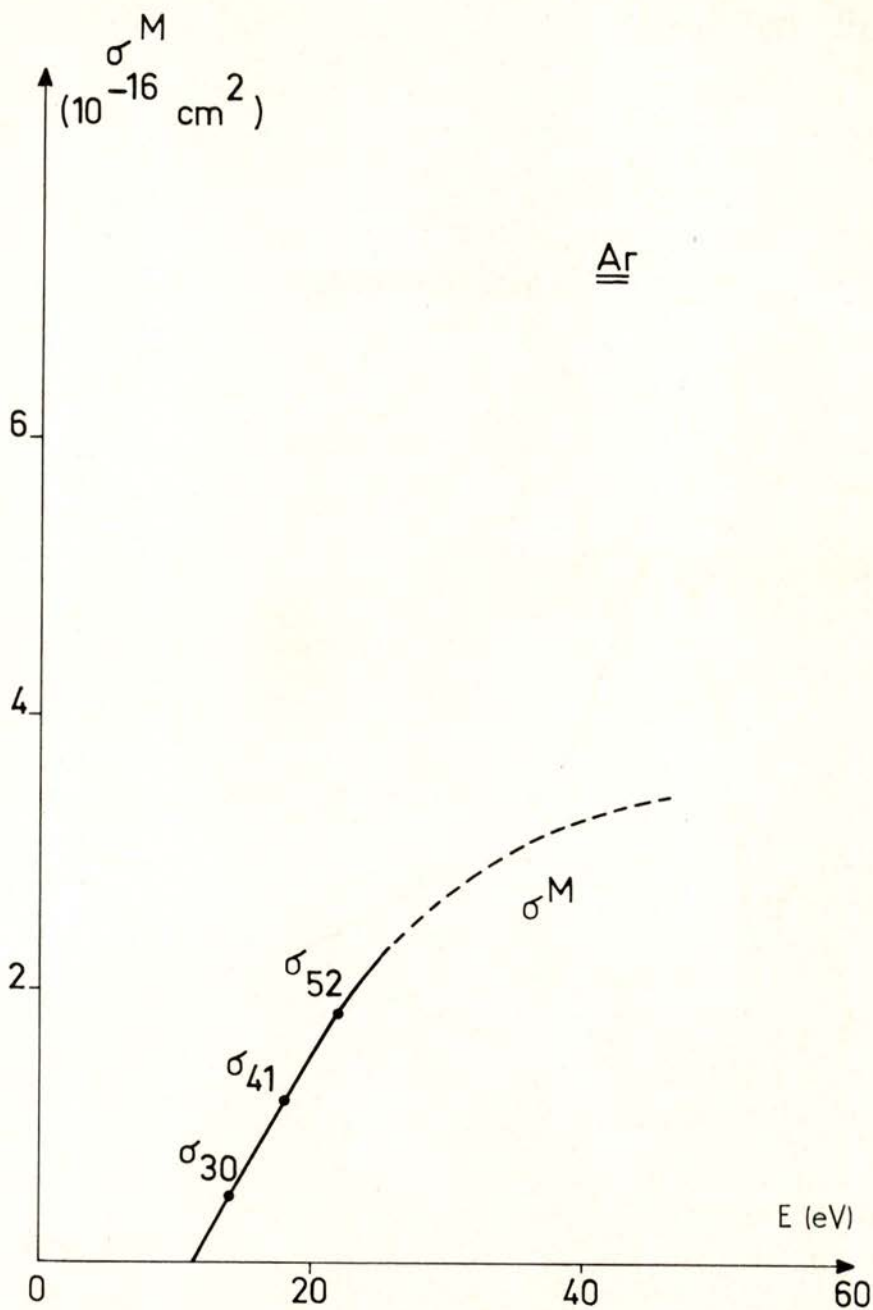


Fig. A-5 — Section efficace d'excitation des niveaux métastables de l'Argon [32]

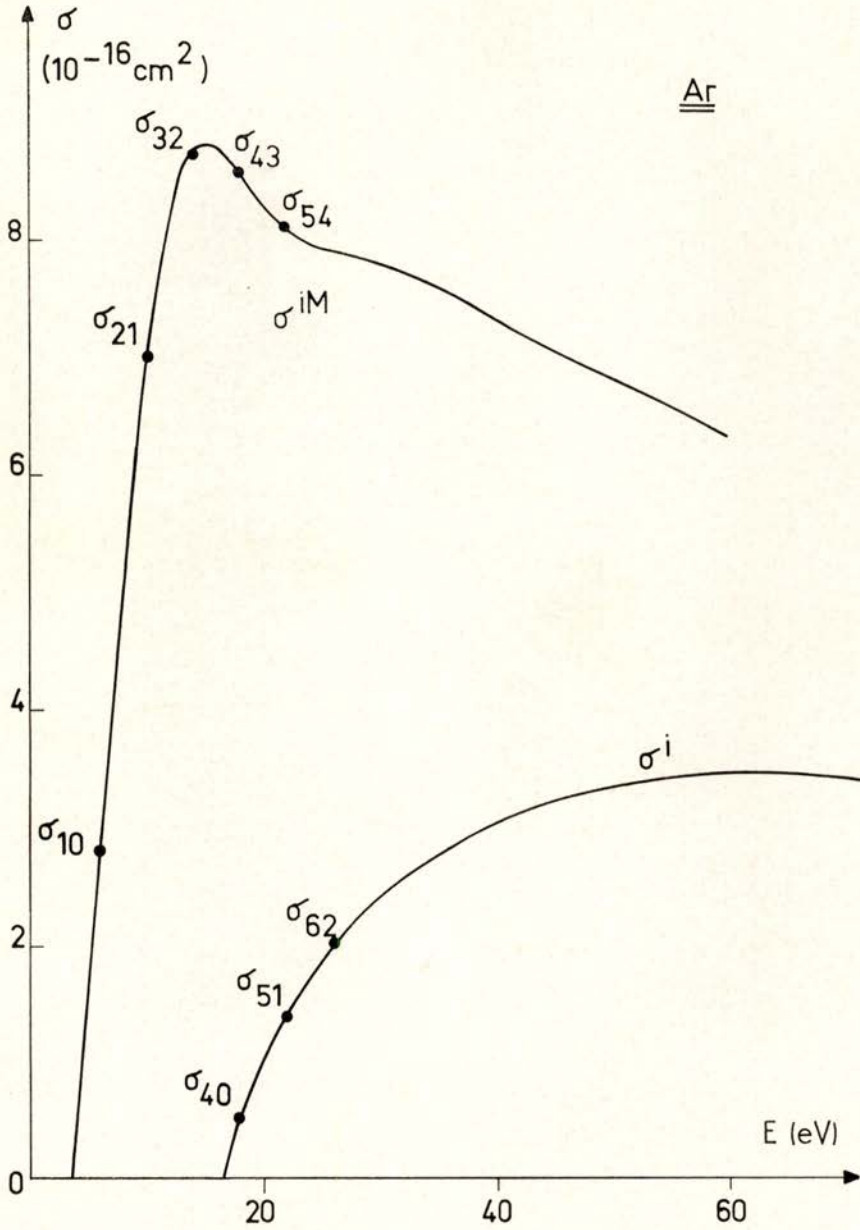


Fig. A-6 — Section efficace d'ionisation directe des atomes non excités et d'ionisation des métastables, par collision électronique [33]



## BIBLIOGRAPHIE

- [1] LUCE, J. S. — Intense gaseous discharges — *Proc. 2<sup>nd</sup> U. N. Conf. on PUAE* 31 (1958).
- [2] ROSE, D. J.; LIDSKY, L. M.; ROTHLEDER, S. D.; YOSHIKAWA, S.; MICHELSON, C.; MACKIN, R. J. — Highly ionised hollow cathode discharge — *J. Appl. Phys.* 33 8 (1962).
- [3] DELCROIX, J. L.; MINOO, H.; TRINDADE, A. R. — Établissement d'une règle générale pour une décharge d'arc à cathode creuse — *J. de Phys.* 29, 605 (1968).
- [4] DELCROIX, J. L.; MINOO, H.; TRINDADE, A. R. — Nouveau mode de fonctionnement d'une décharge d'arc à cathode creuse — *C. R. Acad. Sci.* 266 B, 76 (1968).
- [5] DELCROIX, J. L.; MINOO, H.; TRINDADE, A. R. — Étude de décharges à cathode creuse à flux de gaz en régime d'arc — *Rev. Roumaine Phys.* — 13, 401 (1968).
- [6] MINOO, H.; TRINDADE, A. R. — Low-pressure hollow cathode arc discharge behavior in a magnetic field — *8th I. C. P. I. G.* 97, Vienna (1967).
- [7] TRINDADE, A. R. — Étude de la colonne positive intérieure d'une décharge d'arc à cathode creuse à flux de gaz. — *Thèse 3<sup>ème</sup> Cycle, Orsay* (1968).
- [8] MINOO, H.; — Étude de décharges à cathode creuse à flux de gaz en régime d'arc — *Thèse d'Etat, Orsay*, (1969).
- [9] DELCROIX, J. L.; MINOO, H.; SZILI, Z.; TRINDADE, A. R.; — Retard entre l'impulsion du courant de la décharge et celle de la puissance d'un laser à argon ionisé — *C. R. Acad. Sci.* 270 (1970).
- [10] MINOO, H.; TRINDADE, A. R. — Sélection de raies dans un laser à argon ionisé — (non publié).
- [11] MINOO, H.; TRINDADE, A. R. — Réalisation d'une installation pour la création de plasmas clames par échange de charge (non publié).
- [12] MINOO, H.; TRINDADE, A. R. — Fonctionnement d'une décharge à cathode creuse à la pression atmosphérique (non publié).
- [13] DELCROIX, J. L.; MINOO, H.; TRINDADE, A. R. — Plasma source using gas-fed multichannel hollow cathode arcs — *9th I. C. P. I. G. Bucarest* (1969).
- [14] DELCROIX, J. L.; MINOO, H.; TRINDADE, A. R. — Gas fed multichannel hollow cathode arcs — *Rev. Sci. Inst.* 40, 12 (1969).
- [15] MACKBOWN, S. S. — Bipolar space-charge movement — *Phys. Rev.* 34 611 (1929).

- [16] LUBIN, M. D.; ROSE, D. J. — Internal gaseous electronics and emission mechanism of the hollow cathode discharge — *Bull. Am. Phys. Soc.* 12 694 (1967).
- [17] LEONARD, S. I. — Electron and ion temperatures in steady-state Argon plasma in a magnetic field. — 9th I. C. P. I. G. Bucarest (1969).
- [18] CANO, R.; MATTIOLI, M.; ZANFAGNA, B. — Étude de la colonne de plasma dans un arc à électrodes creuses — *CEA R.* 2935 (1966).
- [19] LANDAU, L.; LIFCHITZ — *Fluid Mechanics* — Pergamon Press (1960).
- [20] DELCROIX, J. L. — *Physique des plasmas II* — Dunod (1966).
- [21] MATHIEUSSENT, G. — Étude des cathodes creuses à fort débit de gaz (1969) (non publié).
- [22] MAC ADAM, W. H. — *Heat Transfer* — Mc Graw Hill, N. Y. (1954).
- [23] AMERICAN INSTITUTE OF PHYSICS HANDBOOK — Mc Graw Hill N. Y. (1963).
- [24] HIRSCHFELDER, J.; CURTISS, C. F.; BIRD, R. B. — *Molecular theory of gases and liquids* — J. Wiley, N. Y. (1954).
- [25] HAGSTRUM, H. D. — Auger ejection of electrons from Mo by noble gas ions — *Phys. Rev.* 104, 3 (1956).
- [26] DELCROIX, J. L. — Rayonnement des électrons libres dans un plasma *Semin.* — A. D. E. R. P. Orsay (1969).
- [27] REFERENCE DATA FOR RADIO ENGINEERS — Ed. ITT (N. Y.) (1956).
- [28] DUSHMAN, S. — *Scientific foundations of vacuum technique* — J. Wiley (1962).
- [29] NUCLEAR ENGINEERING HANDBOOK — Mc Graw Hill (1956).
- [30] HANDBOOK OF CHEMISTRY AND PHYSICS — Ed. Chem. Rubber (1964).
- [31] HASTED, J. B. — *Physics of atomic collisions* — Butt. London (1964).
- [32] BROWN, S. C. — *Basic data of plasma physics* — J. Wiley N. Y. (1959).
- [33] VRIENS, L. — Calculations of absolute cross sections of He, ... Hg\* — *Phys. Lett.* — 8, 4 (1964).
- [34] ENGLEHARDT, A. G.; PHELPS, A. V. — Transport coefficients and cross sections in argon and hydrogen-argon mixtures — *Phys. Rev.* 133, 2A (1964).
- [35] BOLL, M. — *Tables numériques universelles* — Dunod Paris (1957).
- [36] CHANDRASEKAR, S. — *Stochastic processes in physics and astronomy* — *Rev. Mod. Phys.* (Jan. 1943).